江阴市普通高中2022年秋学期高三阶段测试卷参考答案

一、单项选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求．请将答案填写在答题卡相应的位置上．）

1．【答案】A

【解析】$A=\{x|x>1\}$，$\complement_R A=\{x|x\le 1\}$，$B=\{x|0<x<2\}$，$(\complement_R A)\cap B=\{x|0<x\le 1\}$，选A.

2．【答案】D

【解析】$z=(2-\mathrm{i})(1+a\mathrm{i})=2+2a\mathrm{i}-\mathrm{i}+a=2+a+(2a-1)\mathrm{i}$ 为纯虚数，

$\therefore 2+a=0$，$\therefore a=-2$，$\therefore |z|=5$，选D.

3．【答案】C

【解析】“$a>b$”是“$3^a>3^b$”的充要条件，A错.

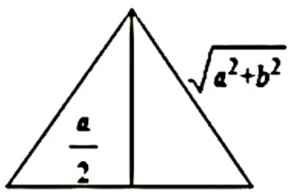
“$\alpha>\beta$”是“$\cos\alpha<\cos\beta$”的既不充分又不必要条件，B错.

$a=0$时，$f(x)=x^3$是奇函数，充分，$f(x)=x^3+ax^2$为奇函数，

则$a=0$，则为充要条件，故答案选C.

4．【答案】B

【解析】设正六边形的边长为a，设六棱柱的高为$3b$，六棱锥的高为b，



正六棱柱的侧面积$S_2=6\cdot a\cdot 3b=18ab$，正六棱锥的母线长$=\sqrt{a^2+b^2}$

$$S_1=6\cdot\frac{1}{2}\cdot a\sqrt{a^2+b^2-\frac{a^2}{4}}=3a\sqrt{\frac{3}{4}a^2+b^2},$$

又∵正六棱柱两条相对侧棱所在的轴截面为正方形，则$3b=2a$，$\therefore b=\frac{2}{3}a$

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{3a\sqrt{\frac{3}{4}a^2+\frac{4}{9}a^2}}{18a\cdot\frac{2}{3}a}=\frac{\sqrt{43}}{24}$$，选B.

5．【答案】C

【解析】$f\left(-x\right)=\dfrac{3^{-x}-3^{x}}{\left(-x\right)^{2}}=-f\left(x\right)$，$\therefore f\left(x\right)$为奇函数关于原点对称，排除 B.

$x>0$时，$f\left(x\right)>0$，∴排除 D.

$f\left(1\right)=3-\dfrac{1}{3}$，$f\left(3\right)=\dfrac{27-\dfrac{1}{27}}{9}=3-\dfrac{1}{729}>f\left(1\right)$，排除 A，选 C.

6.【答案】D

【解析】S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$成等比数列，$\left(Q-P\right)^{2}=P\left(R-Q\right)$，

$\therefore O^{2}-2PO+P^{2}=PR-PQ$，$\therefore Q^{2}+P^{2}=P\left(R+Q\right)$，选 D.

7.【答案】B

【解析】$x\left(x-k\right)\le y\left(k-y\right)$，则$x^{2}+y^{2}<k\left(x+y\right)<0$，$\left(x-\dfrac{k}{2}\right)^{2}+\left(y-\dfrac{k}{2}\right)^{2}\le\dfrac{k^{2}}{2}$，

圆心$\left(\dfrac{k}{2},\dfrac{k}{2}\right)$，$r=\dfrac{\left|k\right|}{\sqrt{2}}$，$\left(x,y\right)$都在$x^{2}+y^{2}\le 4$，则两圆内切或内含.

$\therefore\sqrt{\left(\dfrac{k}{2}\right)^{2}+\left(\dfrac{k}{2}\right)^{2}}\le 2-\dfrac{\left|k\right|}{\sqrt{2}}$，$\therefore -\sqrt{2}\le k\le\sqrt{2}$，故选 B.

8.【答案】C

【解析】$\cos 1=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-1\right)$，$\because 0<\dfrac{1}{3}<\dfrac{\pi}{2}-1<\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \sin\dfrac{1}{3}<\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-1\right)\Rightarrow c<b$

$c=\sin\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{3}<\dfrac{\pi}{6}=a$，且$x>0$时，$\cos x>1-\dfrac{x^{2}}{2!}+\dfrac{x^{4}}{4!}-\dfrac{x^{6}}{6!}$（泰勒展开式求导易证）

$\therefore \cos 1>1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{24}-\dfrac{1}{720}=\dfrac{13}{24}-\dfrac{1}{720}>0.54-0.01=0.54>\dfrac{\pi}{6}$，$\therefore b>a$，

$\therefore b>a>c$，选 C.

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错得 0 分．请将答案填写在答题卡相应的位置上．）

9.【答案】AB

【解析】$x+y+1=xy\le\dfrac{\left(x+y\right)^{2}}{4}$，则$x+y\ge 2\sqrt{2}+2$，A 对，C 错.

$xy-1=x+y\ge 2\sqrt{xy}$，则$xy\ge\left(\sqrt{2}+1\right)^{2}$，B 对，D 错，选 AB.

10.【答案】ACD

【解析】OA旋转的角速度为$-\dfrac{\pi}{6}\text{rad/h}$，A 对.

OB 旋转的角速度为 $-2\pi \text{rad/h}$，B 错.

$\angle AOB=\frac{11\pi}{6}t-2k\pi$ 或 $\angle AOB=2\pi-\frac{11}{6}\pi t+2k\pi$， $k\in \mathbf{Z}$， $\angle AOB\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

则 $0<t<\frac{3}{11}$ 或 $\frac{9}{11}<t<1$，$\frac{3}{11}-0+1-\frac{9}{11}=\frac{5}{11}$，C 对.

$S=6\left|\sin\frac{11\pi}{6}t\right|$ 的周期为 $\frac{6}{11}$ 且每个周期仅出现一次最大值

故最大值取得的次数为 $\frac{24}{\frac{6}{11}}=44$，D 对，选 ACD.

11.【答案】BD

【解析】$P\left(A_1\right)=\frac{4}{9}$，$P\left(A_2\right)=\frac{2}{9}$，$P\left(A_3\right)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

先 A_1 发生，则乙袋中有 4 个红球 3 白球 3 黑球，$P\left(B|A_1\right)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$，

先 A_2 发生，则乙袋中有 3 个红球 4 白球 3 黑球，$P\left(B|A_2\right)=\frac{3}{10}$，

先 A_3 发生，则乙袋中有 3 个红球 3 白球 4 黑球，$P\left(B|A_3\right)=\frac{3}{10}$.

$P\left(A_1B\right)=P\left(B|A_1\right)P\left(A_1\right)=\frac{2}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{45}$，B 对.

$P\left(A_2B\right)=P\left(B|A_2\right)P\left(A_2\right)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$，

$P\left(A_3B\right)=P\left(B|A_3\right)=P\left(A_3\right)=\frac{3}{10}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$，

$P\left(B\right)=P\left(B|A_1\right)P\left(A_1\right)+P\left(B|A_2\right)P\left(A_2\right)+P\left(B|A_3\right)P\left(A_3\right)=\frac{31}{90}\neq\frac{1}{3}$，C 错.

$P\left(A_1\right)P\left(B\right)\neq P\left(A_1B\right)$，A 错.

$P\left(A_2|B\right)=\frac{P\left(A_2B\right)}{P\left(B\right)}=\frac{P\left(B|A_2\right)P\left(A_2\right)}{P\left(B\right)}=\frac{\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}}{\frac{31}{90}}=\frac{6}{31}$，D 对.

12.【答案】ACD

【解析】$Q\left(4,-4\right)$ 在抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 上，$\therefore p=2$，抛物线：$y^2=4x$，$F\left(1,0\right)$.

对于 A，过点 P 作抛物线的准线 $x=-1$ 的垂线 FD，垂足为 D，

由抛物线定义可知 $PF=PD$，连接 DM，则 $PM+PF=PM+PD\geq DM$

M，P，D 三点共线时，$PM+PF$ 取最小值 $3+1=4$，A 对.

对于 B，$\because M\left(3,-2\right)$ 为 AB 中点，则 $x_A+x_B=6$，$AB=x_A+x_B+2=8$

$\because M\left(3,-2\right)$，$F\left(1,0\right)$在直线 l 上，$k_l=-1$，$\therefore l:y=-x+1$，

N 到直经 l 的距离 $d=\dfrac{\left|-1+1-1\right|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $S_{\triangle NAB}=\dfrac{1}{2}AB\cdot d=2\sqrt{2}$，B 错.

对于 C，设 $l:x=my+1$ 代入 $y^2=4x$ 得 $y^2-4my-4=0$，

令 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，$y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4$，

$\overrightarrow{NA}=\left(x_1+1,y_1-1\right)=\left(my_1+2,y_1-1\right)$，$\overrightarrow{NB}=\left(my_2+2,y_2-1\right)$

$\overrightarrow{NA}\cdot\overrightarrow{NB}=\left(my_1+2\right)\left(my_2+2\right)+\left(y_1-1\right)\left(y_2-1\right)=\left(m^2+1\right)y_1y_2+\left(2m-1\right)\left(y_1+y_2\right)+5$

$=-4\left(m^2+1\right)+\left(2m-1\right)4m+5=\left(2m-1\right)^2=0$，$m=\dfrac{1}{2}$，$\therefore k_l=\dfrac{1}{m}=2$，C 对.

对于 D，$E\left(1,2\right)$在抛物线上且 $EF\perp x$ 轴，设 $G\left(\dfrac{y_3^2}{4},y_3\right)$，$H\left(\dfrac{y_4^2}{4},y_4\right)$，

易知 EG，EH 斜率存在，$k_{EG}=\dfrac{y_3-2}{\dfrac{y_3^2}{4}-1}=\dfrac{4}{y_3+2}$，$k_{EH}=\dfrac{4}{y_4+2}$，$k_{GH}=\dfrac{4}{y_3+y_4}=-1$，

则 $y_3+y_4=-4$，$k_{EG}+k_{EH}=\dfrac{4}{y_3+2}+\dfrac{4}{-4-y_3+2}=0$，

则 EF 平分 $\angle GEH$，D 对.

三、填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．请将答案填写在答题卡相应的位置上.）

13.【答案】$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{20}=1$

【解析】由题意 $\begin{cases}\dfrac{b}{a}=2\\ c=5\\ c^2=a^2+b^2\end{cases}$，$\therefore\begin{cases}a=\sqrt{5}\\ b=2\sqrt{5}\\ c=5\end{cases}$，双曲线：$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{20}=1$.

14.【答案】$-26x^2$

【解析】$\left(1-2x\right)^5$ 展开式第 $r+1$ 项 $T_{r+1}=\mathrm{C}_5^r\left(-2x\right)^r=\mathrm{C}_5^r\left(-2\right)^r x^r$

$\left(1+3x\right)^4$ 展开式第 $p+1$ 项 $T_{p+1}=\mathrm{C}_4^p\left(3x\right)^p=\mathrm{C}_4^p 3^p x^p$

$r=0$，$p=2$，$\mathrm{C}_5^0\left(-2\right)^0\mathrm{C}_4^2 3^2x^2=54x^2$，

$r=1$，$p=1$，$C_5^1(-2)^1C_4^13^1x^2=-120x^2$，

$r=2$，$p=0$，$C_5^2(-2)^2C_4^03^0x^2=40x^2$，

$54x^2-120x^2+40x^2=-26x^2$.

15.【答案】$2+6\ln 3$

【解析】切点$(1,16a)$，$f'(x)=2a(x-5)+\dfrac{6}{x}$，$k=6-8a$

切线：$y-16a=(6-8a)(x-1)$过$(0,6)$，$\therefore a=\dfrac{1}{2}$

$f'(x)=x-5+\dfrac{6}{x}=\dfrac{x^2-5x+6}{x}=0$，$x=2$或3，

$f(x)$在$(0,2)\nearrow$，$(2,3)\searrow$，$(3,+\infty)\nearrow$，$f(x)_{极小值}=f(3)=2+6\ln 3$.

16.【答案】$(0,-1)$；$\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$

【解析】设$\vec{n}=(x,y)$，$\vec{m}\cdot\vec{n}=x+y=-1$，$\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}\sqrt{x^2+y^2}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$，$\therefore\vec{n}=(-1,0)$或$(0,-1)$，$\vec{n}$与$\vec{q}$夹角的$\dfrac{\pi}{2}$，则$\vec{n}=(0,-1)$

$\therefore\vec{n}+\vec{p}=\left(\cos x,2\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{x}{2}\right)-1\right)=\left(\cos x,\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}x\right)\right)$

$\therefore\left|\vec{n}+\vec{p}\right|^2=\cos^2x+\cos^2\left(\dfrac{2\pi}{3}-x\right)=\dfrac{1}{2}(1+\cos 2x)+\dfrac{1}{2}\left[1+\cos\left(\dfrac{4\pi}{3}-2x\right)\right]$

$=1+\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2}\cos 2x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x\right)$

$=1+\dfrac{1}{4}\cos 2x-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x=1+\dfrac{1}{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+2x\right)$

$0<x<a$，$0<2x<2a$，$\dfrac{\pi}{3}<2x+\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{\pi}{3}+2a$，

$\left|\vec{n}+\vec{p}\right|\in\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)$，$\therefore\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)\in\left[-1,\dfrac{1}{2}\right)$，

$\therefore\pi<2a+\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{5\pi}{3}$，$\therefore\dfrac{\pi}{3}<a\le\dfrac{2\pi}{3}$.

四、解答题：(本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．请

将答案填写在答题卡相应的位置上.）

17.【解析】（1）在$\triangle ABD$和$\triangle ACD$中，分别由正弦定理$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}=\dfrac{BD}{\sin\angle BAD},①\\ \dfrac{AC}{\sin\angle ADC}=\dfrac{CD}{\sin\angle CAD},②\end{cases}$

$\because \sin\angle ADB=\sin\angle ADC$，由$AD$平分$\angle BAC\Rightarrow\angle BAD=\angle CAD$，

$\therefore \dfrac{①}{②}\Rightarrow\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{DC}$.

（2）$\because AB=2$，$AC=1$，$\angle BAC=120°$，$\therefore BC=\sqrt{4+1-2\times2\times1\times\cos120°}=\sqrt{7}$，

$\because AD$平分$\angle BAC$，由（1）知$\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{AB}{AC}=2$，$\therefore BD=\dfrac{2}{3}BC=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$.

18.【解析】（1）设$\{a_n\}$公差为d，$\therefore\begin{cases}4a_1+\dfrac{4(4-1)}{2}d=4\cdot(2a_1+d)\\ a_2=2a_1+1\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}4a_1-2d=0\\ a_1-d=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=1\\ d=2\end{cases}$，$\therefore a_n=1+2(n-1)=2n-1$.

（2）$c_n=(2n-1)\cdot3^{n-1}$

$\therefore T_n=3^0+3\cdot3^1+5\cdot3^2+\cdots+(2n-3)\cdot3^{n-2}+(2n-1)\cdot3^{n-1}$，①

$3T_n=3^1+3\cdot3^2+\cdots+(2n-5)\cdot3^{n-2}+(2n-3)\cdot3^{n-1}+(2n-1)\cdot3^n$，②

①−②$\Rightarrow -2T_n=1+2\cdot3+2\cdot3^2+\cdots+2\cdot3^{n-1}-(2n-1)\cdot3^n$

$-2T_n=1+\dfrac{6\cdot(1-3^{n-1})}{1-3}-(2n-1)\cdot3^n=3^n-2-(2n-1)\cdot3^n=(2-2n)\cdot3^n-2$

$\therefore T_n=(n-1)\cdot3^n+1$.

19.【解析】（1）X的所有可能取值为1，2，3，4，

$P(X=1)=\dfrac{3}{4}$，$P(X=2)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{16}$，$P(X=3)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{64}$，$P(X=4)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{64}$

$\therefore X$的分布列如下：

X	1	2	3	4
P	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{3}{16}$	$\dfrac{3}{64}$	$\dfrac{1}{64}$

$E(X)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{8}+\dfrac{9}{64}+\dfrac{1}{16}=\dfrac{85}{64}$.

（2）$P(\xi \geq 110)=P(\xi \geq \mu+26)=\dfrac{1-0.9545}{2}=0.02275$.

∴符合该项指标的学生人数为：$2000\times 0.02275=45.5\approx 46$ 人

每个学生通过投的概率对 $\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{256}$，

∴最终通过学校选拔人数 $Y\sim\left(46,\dfrac{1}{256}\right)$，

$\therefore E(Y)=\dfrac{46}{256}=\dfrac{23}{128}$.

20.【解析】（1）证明：$\because PA=2$，$PD=2\sqrt{3}$，$AP\perp PD$，$\therefore AD=4$.

$\because AM=\dfrac{1}{4}AD$，$\therefore AM=1$，而 $\angle PAD=60^{\circ}$，$\therefore PM=\sqrt{3}$，$\therefore PM\perp AM$.

$\because AB\perp$ 平面 PAD，$AB\subset$ 平面 $ABCD$，

∴平面 $ABCD\perp$ 平面 PAD 且平面 $ABCD\cap$ 平面 $PAD=AD$，

由 $PM\subset$ 平面 PAD，$PM\perp AD\Rightarrow PM\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore PM\perp BM$，

且 $BM=\sqrt{2}$，$CM=3\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}$，$\therefore BM^{2}+CM^{2}=BC^{2}$，

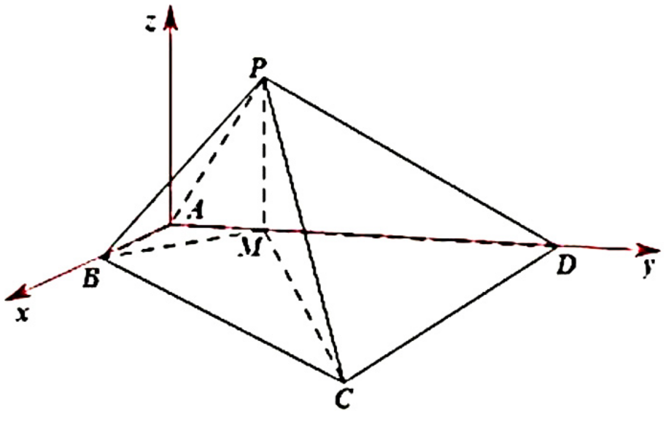
$\therefore BM\perp CM$，又 $\because PM\cap CM=M$，$\therefore BM\perp$ 平面 PCM.

又 $\because BM\subset$ 平面 PBM，∴平面 $PBM\perp$ 平面 PCM，

或由 $PM^{2}+BM^{2}=5=PB^{2}$，$\therefore BM\perp PM$ 且 $BM\perp CM\Rightarrow BM\perp$ 平面 PCM，

所以平面 $PBM\perp$ 平面 PCM；

（2）如图建系，$\because \overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AD}$，$\therefore AM=4\lambda$，$\therefore M(0,4\lambda,0)$，



$P(0,1,\sqrt{3})$，$C(3,4,0)$，$D(0,4,0)$，$\therefore \overrightarrow{MC}=(3,4-4\lambda,0)$，$\overrightarrow{PC}=(3,3,-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{CD}=(-3,0,0)$，

设平面 MPC 与平面 PCD 的一个法向量分别为 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，$\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$，

$$\therefore\begin{cases}3x_1+(4-4\lambda)y_1=0\\3x_1+3y_1-\sqrt{3}z_1=0\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{n_1}=\left(4(\lambda-1),3,\sqrt{3}(4\lambda-1)\right)$$

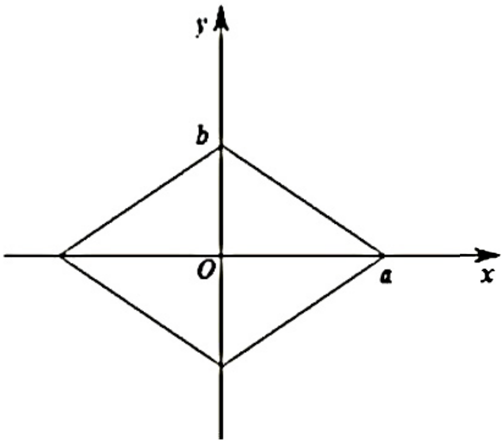
$\begin{cases}3x_2+3y_2-\sqrt{3}z_2=0\\-3x_2=0\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{n_2}=\left(0,1,\sqrt{3}\right)$，

$\because \tan\theta=\dfrac{\sqrt{7}}{6}$，$\therefore \cos\theta=\dfrac{6}{\sqrt{43}}=\dfrac{\left|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\right|}{\left|n_1\right|\left|\vec{n}_2\right|}=\dfrac{12\lambda}{\sqrt{16\left(\lambda-1\right)^2+9+3\left(4\lambda-1\right)^2}\cdot 2}$

$3\lambda^2-8\lambda+4=0\Rightarrow\left(3\lambda-2\right)\left(\lambda-2\right)=0$，$\because 0<\lambda<1$，

$\therefore \lambda=\dfrac{2}{3}$.

21.【解析】（1）曲线 C_1 围成的图形如图



$\therefore S_{封闭图形}=\dfrac{1}{2}\cdot 2a\cdot 2b=4\sqrt{2}$，即 $ab=2\sqrt{2}$

且 $\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，解得 $\begin{cases}a=2\sqrt{2}\\b=1\end{cases}$，

$\therefore$椭圆 C_2 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{8}+y^2=1$.

（2）方法一：①若 AB 斜率为 0，则 $S_{\triangle AMB}=\dfrac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 1=2\sqrt{2}$；

②若 AB 斜率不存在，则 $S_{\triangle AMB}=\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$；

③若 AB 斜率存在且不为 0，设 AB 方程为 $y=kx$

$\begin{cases}y=kx\\x^2+8y^2=8\end{cases}\Rightarrow\left(8k^2+1\right)x^2=8$，$\therefore\left|AB\right|=\sqrt{1+k^2}\cdot 2\sqrt{\dfrac{8}{8k^2+1}}=4\sqrt{2}\sqrt{\dfrac{1+k^2}{8k^2+1}}$

$\because OM\perp AB$，$\left|OM\right|=2\sqrt{2}\cdot\sqrt{\dfrac{1+\dfrac{1}{k^2}}{8\cdot\dfrac{1}{k^2}+1}}=2\sqrt{2}\sqrt{\dfrac{k^2+1}{k^2+8}}$

$\therefore S_{\triangle ABM}=\frac{1}{2}\cdot 16\cdot\sqrt{\frac{\left(1+k^2\right)^2}{\left(8k^2+1\right)\left(k^2+8\right)}}=8\sqrt{\frac{\left(1+k^2\right)^2}{8k^4+65k^2+8}}=8\sqrt{\frac{\left(k+\frac{1}{k}\right)^2}{8\left(k^2+\frac{1}{k^2}\right)+65}}$

令$\left|k+\frac{1}{k}\right|=t$，$t\geq 2$，$\therefore S_{\triangle ABM}=8\sqrt{\frac{t^2}{8t^2+49}}=8\sqrt{\frac{1}{8+\frac{49}{t^2}}}$

一方面$S_{\triangle ABM}<8\sqrt{\frac{1}{8}}=2\sqrt{2}$，另一方面$S_{\triangle ABM}\geq 8\sqrt{\frac{4}{32+49}}=\frac{16}{9}$

综上：$\triangle AMB$面积的取值范围为$\left[\frac{16}{9},2\sqrt{2}\right]$.

方法二：设$A\left(x_0,y_0\right)$，$M\left(\lambda y_0,-\lambda x_0\right)$，不妨设$\lambda>0$，

由A，M在椭圆上$\Rightarrow\begin{cases}\frac{x_0^2}{8}+y_0^2=1,①\\\frac{\lambda^2 y_0^2}{8}+\lambda^2 x_0^2=1,②\end{cases}$

$S_{\triangle AMB}=\lambda\left(x_0^2+y_0^2\right)$，而$\frac{y_0^2}{8}+x_0^2=\frac{1}{\lambda^2}$，③

①+③$\Rightarrow\frac{9}{8}\left(x_0^2+y_0^2\right)=1+\frac{1}{\lambda^2}$，

$x_0^2+y_0^2=\frac{8}{9}\left(1+\frac{1}{\lambda^2}\right)$且$x_0^2-y_0^2=\frac{8}{7}\left(\frac{1}{\lambda^2}-1\right)$

$S_{\triangle AMB}=\lambda\cdot\frac{8}{9}\left(1+\frac{1}{\lambda^2}\right)=\frac{8}{9}\left(\lambda+\frac{1}{\lambda}\right)$

由$\begin{cases}x_0^2\leq 8\\y_0^2\leq 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{4}{9}\left(1+\frac{1}{\lambda^2}\right)+\frac{4}{7}\left(\frac{1}{\lambda^2}-1\right)\leq 8\\\frac{4}{9}\left(1+\frac{1}{\lambda^2}\right)-\frac{4}{7}\left(\frac{1}{\lambda^2}-1\right)\leq 1\end{cases}$解得$\frac{\sqrt{2}}{4}\leq\lambda\leq 2\sqrt{2}$

$\frac{16}{9}\leq S_{\triangle AMB}\leq\frac{8}{9}\left(2\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)=2\sqrt{2}$

综上：$\triangle AMB$面积的取值范围为$\left[\frac{16}{9},2\sqrt{2}\right]$.

22.【解析】（1） $f'(x)=e^x-a$.

当 $a\le 0$ 时， $f'(x)>0$ ， $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上↗， $f(x)$ 不可能有两个零点；

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=0\Rightarrow x=\ln a$ 且 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 上↘； $(\ln a,+\infty)$ 上↗，

要使 $f(x)$ 有两个零点，首先必有 $f(x)_{\min}=f(\ln a)=a-a\ln a<0\Rightarrow a>e$

当 $a>e$ 时，注意到 $f(0)=1>0$ ， $f(\ln a)<0$ ， $f(a)=e^a-a^2>0$ ，

∴ $f(x)$ 在 $(0,\ln a)$ 和 $(\ln a,a)$ 上各有一个零点 x_1 ， x_2 符合条件.

综上：实数 a 的取值范围为 $(e,+\infty)$.

（2）由 $xe^x=ax+a\ln x\Rightarrow e^{x+\ln x}=a(x+\ln x)$ 有两个实根 x_1 ， x_2 ，

∴令 $x+\ln x=t$ ，∴ $e^t=at$ 有两个实根 $t_1=x_1+\ln x_1$ ， $t_2=x_2+\ln x_2$ ，

要证： $x_1+x_2+\ln(x_1x_2)<2\ln a$

只需证： $t_1+t_2<2\ln a$

由 $\begin{cases}e^{t_1}=at_1\\ e^{t_2}=at_2\end{cases}$ ，结合①知 $a>e\Rightarrow\begin{cases}t_1=\ln a+\ln t_1,①\\ t_2=\ln a+\ln t_2,②\end{cases}$

①+②$\Rightarrow t_1+t_2=2\ln a+\ln(t_1t_2)$

$\Leftrightarrow$ 证： $2\ln a+\ln(t_1t_2)<2\ln a$ ，即证： $t_1t_2<1$

而 $t_1-\ln t_1=t_2-\ln t_2\Rightarrow 1=\dfrac{t_1-t_2}{\ln t_1-\ln t_2}>\sqrt{t_1t_2}\Rightarrow 0<t_1t_2<1$ ，证毕！