

大庆市高三年级第二次教学质量检测试题

数 学

2023.02

本试卷分选择题和非选择题两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

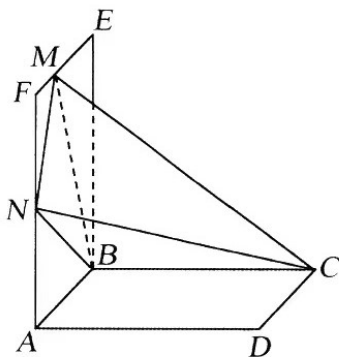
注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、班级、考场填写在答题卡上，认真核对条形码上的姓名、准考证号，并将条形码粘贴在答题卡的指定位置上。
2. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案的标号；非选择题答案使用 0.5 毫米中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整，笔迹清楚。
3. 请按照题号在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效。
4. 保持卷面及答题卡清洁，不折叠，不破损。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | y = \ln(x-1)\}$ ， $B = \left\{x \mid \frac{x-1}{x-2} \leq 0\right\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{x | 1 < x < 2\}$ B. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ D. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
2. 已知复数 $z_1 = m + 2i$ ， $z_2 = 3 - 4i$ ，若 $z_1 \cdot z_2$ 是实数，则实数 $m =$
A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{8}{3}$ D. $\frac{8}{3}$
3. 已知 l, m 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，则可以用来判断 $l \parallel m$ 的条件有
① $l \perp \alpha$ ， $m \perp \alpha$ ② $l \parallel \alpha$ ， $m \parallel \alpha$
③ $l \subset \alpha$ ， $m \subset \beta$ ， $\alpha \parallel \beta$ ④ $l \subset \alpha$ ， $l \parallel \beta$ ， $\alpha \cap \beta = m$
A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①④
4. 我国古代数学家对 π 近似值的确定做出了巨大贡献，早在东汉初年的数学古籍《周髀算经》里便记载“径一周三”，并称之为“古率”，即“直径为 1 的圆，周长为 3”，之后三国时期数学家刘徽证明了圆内接正六边形的周长是圆直径的三倍，说明“径一周三”实际上是圆的内接正六边形的周长与圆直径的比值，而不是圆周率。若将圆内接正 n 边形的周长与其外接圆的直径之比记为 a_n ($n \geq 3$)，则下列说法错误的是

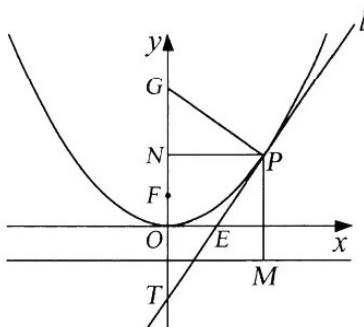
- A. $a_4 = 2\sqrt{2}$ B. $a_n < a_{n+1}$
- C. 存在 $t \in \mathbb{N}^*$, 当 $n \geq t$ 时, $a_n \geq 2\sqrt{3}$ D. 存在 $n_0 \in \mathbb{N}^*$, 使得 $a_{3n_0-1} = a_{2n_0+3}$
5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的右顶点为 P , 过点 P 的直线 l 垂直于 x 轴, 并且与两条渐近线分别相交于 A, B 两点, 则 $|PA| \cdot |PB| =$
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 4 D. -4
6. 已知函数 $f(x) = \frac{4^x}{2+4^x}$, 则
- A. $f(0.1) > f(0.2)$ B. 函数 $f(x)$ 有一个零点
- C. 函数 $f(x)$ 是偶函数 D. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 对称
7. 如图, 边长为 $\sqrt{3}$ 的正方形 $ABCD$ 所在平面与矩形 $ABEF$ 所在的平面垂直, $BE = 2$, N 为 AF 的中点, $EM = \frac{2}{3}EF$, 则三棱锥 $M-BNC$ 外接球的表面积为
- A. $\frac{25\pi}{3}$ B. $\frac{13\pi}{3}$ C. $\frac{25\pi}{12}$ D. $\frac{10\sqrt{3}\pi}{3}$



8. 记 $f^{(1)}(x) = f(x)$, 若 $f^{(n)}(x) = f(f^{(n-1)}(x))$ ($n \geq 2$ 且 $n \in \mathbb{N}^*$), 则称 $y = f^{(n)}(x)$ 是 $y = f(x)$ 的 n 次迭代函数. 若 $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$, 则 $f^{(2023)}(2022) =$
- A. $-\frac{2025}{2021}$ B. $\frac{2019}{2023}$ C. 2022 D. 2023

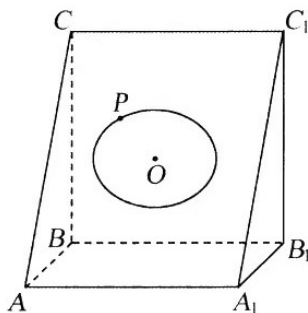
12. 如图, 曲线 $C: x^2 = 2y$ 的焦点为 F , 直线 l 与曲线 C 相切于点 P (异于点 O), 且与 x 轴、 y 轴分别相交于点 E, T , 过点 P 且与 l 垂直的直线交 y 轴于点 G , 过点 P 作准线及 y 轴的垂线, 垂足分别是 M, N , 则下列说法正确的是

- A. 当 P 的坐标为 $(1, \frac{1}{2})$ 时, 切线 l 的方程为 $2x - 2y - 3 = 0$
 B. 无论点 P (异于点 O) 在什么位置, FM 都平分 $\angle PFT$
 C. 无论点 P (异于点 O) 在什么位置, 都满足 $|PT|^2 = 4|FP| \cdot |ON|$
 D. 无论点 P (异于点 O) 在什么位置, 都有 $|PF| \cdot |GM| < |PG| \cdot |FM| + |GF| \cdot |PM|$ 成立



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 直线 l 经过点 $A(m, 2)$, $B(-1, m)$, 若直线 l 与直线 $y = x + 1$ 平行, 则 $m =$ _____.
 14. 在公差为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为其前 n 项和, 若 $3S_7 = 7(a_3 + a_5 + a_k)$, 则 $k =$ _____.
 15. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BA \perp BC$, $AB = 4$, $AA_1 = BC = 4\sqrt{3}$, O 是 A_1C 的中点, 在侧面 AA_1C_1C 上以 O 为圆心, 2 为半径作圆, 点 P 是圆 O 上一点, 则线段 BP 长的最小值为 _____.

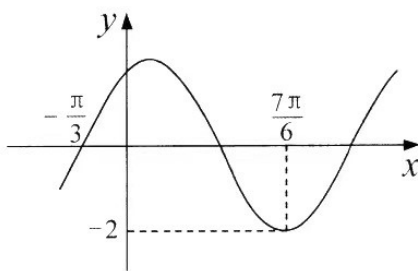


二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9. 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}$ ，且 $a > b > 0$ ，则下列不等关系成立的是

- A. $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ B. $\sin a > \sin b$ C. $a - b > \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ D. $e^a > \ln b$

10. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，下列说法正确的是



- A. 函数 $y = f(x)$ 的周期是 2π
- B. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{5\pi}{12}$ 对称
- C. 函数 $y = f(x)$ 在 $\left[-\pi, -\frac{5\pi}{6}\right]$ 上单调递减
- D. 该函数的图象可由 $y = 2 \cos x$ 的图象向左平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到
11. 已知 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个单位向量，且 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，则下列说法正确的是
- A. $\vec{a} \perp \vec{b}$
- B. 对于平面内的任意向量 $\vec{c}$ ，有且只有一对实数 m, n ，使 $\vec{c} = m(\vec{a} - 2\vec{b}) + n(\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a})$
- C. 已知 $O(0, 0)$ ， $A(1, 1)$ ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ ，则 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD}$
- D. 若向量 $\vec{c}$ 满足 $|\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}| = 2$ ，则 $2 - \sqrt{2} < |\vec{c}| < 2 + \sqrt{2}$

16. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，当 $x > 0$ 时， $f(x) = \ln x - mx + 1$ ，若 $f(x) - x \cos(\pi x) = 0$ 有三个不同的根，则实数 m 的取值范围为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分) 已知 $\vec{a} = (\sin 2x + 1, \cos^2 x)$ ， $\vec{b} = (-1, 2)$ ， $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

- (1) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，求 x 的值；
- (2) 求 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值及取得最大值时相应的 x 的值.

18. (本小题满分 12 分) 设数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公差为 d 的等差数列，且 a_1 ， $a_2 - 1$ ， $a_3 - 1$ 是等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 设 $c_n = \log_2 \frac{a_n b_n}{a_{n+1}}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ，面积为 S ，且_____.

在① $2S = \sqrt{3} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ，② $2 \cos^2 \frac{B+C}{2} = 1 + \cos 2A$ ，③ $c = \sqrt{3}a \sin C - c \cos A$ 这三个

条件中任选一个，补充在上面的问题中，并根据这个条件解决下面的问题.

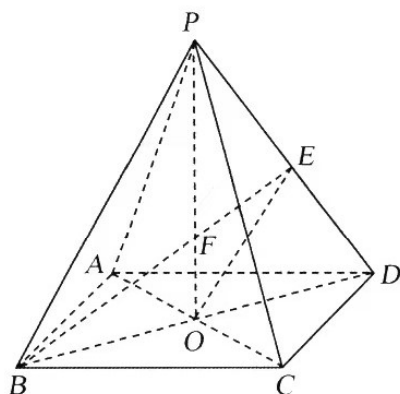
- (1) 求 A ；
- (2) 若 $b+c = \sqrt{3}$ ，点 D 是 BC 边的中点，求线段 AD 长的取值范围.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

20. (本小题满分 12 分) 如图所示, 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 的中心为 O , PD 边上的垂线 BE 交线段 PO 于点 F , $PF = 2FO$.

(1) 证明: $EO \parallel$ 平面 PBC ;

(2) 求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.



21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, 短轴长为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知经过定点 $P(1,1)$ 的直线 l 与椭圆相交于 A, B 两点, 且与直线 $y = -\frac{3}{4}x$ 相交于点 Q ,

如果 $\overrightarrow{AQ} = \lambda \overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{QB} = \mu \overrightarrow{PB}$, 那么 $\lambda + \mu$ 是否为定值? 若是, 请求出具体数值; 若不是, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - \frac{3+2x+ax^2}{3-x}$.

(1) 若 $a = 0$, 证明: 当 $x \in (-1, 0)$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立;

(2) 若 $x = 0$ 是函数 $y = f(x)$ 的极大值点, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线