

## 2023 年全国新高考 I 卷

适用范围：湖北、山东、广东、江苏、河北、湖南、福建、浙江

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合  $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $N = \{x | x^2 - x - 6 \geq 0\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
 A.  $\{-2, -1, 0, 1\}$       B.  $\{0, 1, 2\}$       C.  $\{-2\}$       D.  $\{2\}$
- 已知  $z = \frac{1-i}{2+2i}$ , 则  $z - \bar{z} =$  ( )  
 A.  $-i$       B.  $i$       C.  $0$       D.  $1$
- 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1)$ . 若  $(\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}) \perp (\mathbf{a} + \mu\mathbf{b})$ , 则 ( )  
 A.  $\lambda + \mu = 1$       B.  $\lambda + \mu = -1$       C.  $\lambda\mu = 1$       D.  $\lambda\mu = -1$
- 设函数  $f(x) = 2^{x(x-a)}$  在区间  $(0, 1)$  单调递减, 则  $a$  的取值范围是 ( )  
 A.  $(-\infty, -2]$       B.  $[-2, 0)$       C.  $(0, 2]$       D.  $[2, +\infty)$
- 设椭圆  $C_1: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ ,  $C_2: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  的离心率分别为  $e_1, e_2$ . 若  $e_2 = \sqrt{3}e_1$ , 则  $a =$  ( )  
 A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{6}$
- 过点  $(0, -2)$  与圆  $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$  相切的两条直线的夹角为  $\alpha$ , 则  $\sin \alpha =$  ( )  
 A.  $1$       B.  $\frac{\sqrt{15}}{4}$       C.  $\frac{\sqrt{10}}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$
- 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 设甲:  $\{a_n\}$  为等差数列; 乙:  $\{\frac{S_n}{n}\}$  为等差数列, 则 ( )  
 A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件  
 B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件  
 C. 甲是乙的充要条件  
 D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
- 已知  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$ ,  $\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{6}$ , 则  $\cos(2\alpha + 2\beta) =$  ( )  
 A.  $\frac{7}{9}$       B.  $\frac{1}{9}$       C.  $-\frac{1}{9}$       D.  $-\frac{7}{9}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 有一组样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_6$ ，其中  $x_1$  是最小值， $x_6$  是最大值，则 ( )

- A.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的平均数等于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的平均数
- B.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的中位数等于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的中位数
- C.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的标准差不小于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的标准差
- D.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的极差不大于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的极差

10. 噪声污染问题越来越受到重视，用声压级来度量声音的强弱，定义声压级  $L_p = 20 \times \lg \frac{p}{p_0}$ ，其中常数  $p_0 (p_0 > 0)$  是听觉下限阈值， $p$  是实际声压。下表为不同声源的声压级：

声源	与声源的距离 / m	声压级 / dB
燃油汽车	10	60 ~ 90
混合动力汽车	10	50 ~ 60
电动汽车	10	40

已知在距离燃油汽车、混合动力汽车、电动汽车 10 m 处测得实际声压分别为  $p_1, p_2, p_3$ ，则 ( )

- A.  $p_1 \geq p_2$
- B.  $p_2 > 10p_3$
- C.  $p_3 = 100p_0$
- D.  $p_1 \leq 100p_2$

11. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ， $f(xy) = y^2 f(x) + x^2 f(y)$ ，则 ( )

- A.  $f(0) = 0$
- B.  $f(1) = 0$
- C.  $f(x)$  是偶函数
- D.  $x = 0$  为  $f(x)$  的极小值点

12. 下列物体中，能够被整体放入核长为 1 (单位：m) 的正方体容器 (容器壁厚度忽略不计) 内的有 ( )

- A. 直径为 0.99 m 的球体
- B. 所有棱长均为 1.4 m 的四面体
- C. 底面直径为 0.01 m，高为 1.8 m 的圆柱体
- D. 底面直径为 1.2 m，高为 0.01 m 的圆柱体

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 某学校开设了 4 门体育类选修课和 4 门艺术类选修课，学生需从这 8 门课中选修 2 门或 3 门课，并且每类选修课至少选修 1 门，则不同的选课方案共有 \_\_\_\_\_ 种 (用数字作答)。

14. 在正四棱台  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 2, A_1B_1 = 1, AA_1 = \sqrt{2}$ , 则该棱台的体积为\_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x) = \cos \omega x - 1 (\omega > 0)$  在区间  $[0, 2\pi]$  有且仅有 3 个零点, 则  $\omega$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ . 点  $A$  在  $C$  上. 点  $B$  在  $y$  轴上,  $\overrightarrow{F_1A} \perp \overrightarrow{F_1B}, \overrightarrow{F_2A} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$ , 则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $A + B = 3C, 2\sin(A - C) = \sin B$ .

(1) 求  $\sin A$ ;

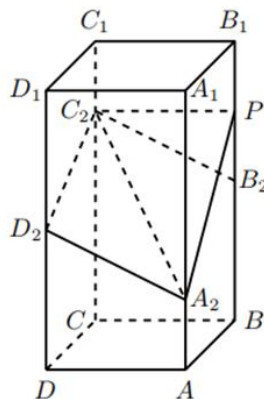
(2) 设  $AB = 5$ , 求  $AB$  边上的高.

18. 如图, 在正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 2, AA_1 = 4$ .

点  $A_2, B_2, C_2, D_2$  分别在棱  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$  上,  $AA_2 = 1, BB_2 = DD_2 = 2, CC_2 = 3$ .

(1) 证明:  $B_2C_2 \parallel A_2D_2$ ;

(2) 点  $P$  在棱  $BB_1$  上, 当二面角  $P - A_2C_2 - D_2$  为  $150^\circ$  时, 求  $B_2P$ .



19. 已知函数  $f(x) = a(e^x + a) - x$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 证明: 当  $a > 0$  时,  $f(x) > 2\ln a + \frac{3}{2}$ .

20. 设等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ , 且  $d > 1$ , 令  $b_n = \frac{n^2 + n}{a_n}$ , 记  $S_n, T_n$  分别为数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的前  $n$  项和.

(1) 若  $3a_2 = 3a_1 + a_3, S_3 + T_3 = 21$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $\{b_n\}$  为等差数列, 且  $S_{99} - T_{99} = 99$ , 求  $d$ .

21. 甲乙两人投篮, 每次由其中一人投篮, 规则如下: 若命中则此人继续投篮, 若未命中则换为对方投篮. 无论之前投篮情况如何, 甲每次投篮的命中率均为 0.6, 乙每次投篮的命中率均为 0.8, 由抽签决定第一次投篮的人选, 第一次投篮的人是甲, 乙的概率各为 0.5.

(1) 求第 2 次投篮的人是乙的概率;

(2) 求第  $i$  次投篮的人是甲的概率;

(3) 已知: 若随机变量  $X_i$  服从两点分布, 且  $P(X_i = 1) = 1 - P(X_i = 0) = q_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 则  $E(\sum_{i=1}^n X_i) = \sum_{i=1}^n q_i$ , 记前  $n$  次 (即从第 1 次到第  $n$  次投篮) 中甲投篮的次数为  $Y$ , 求  $E(Y)$ .

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 点  $P$  到  $x$  轴的距离等于点  $P$  到点  $(0, \frac{1}{2})$  的距离, 记动点  $P$  的轨迹为  $W$ .

(1) 求  $W$  的方程;

(2) 已知矩形  $ABCD$  有三个顶点在  $W$  上, 证明: 矩形  $ABCD$  的周长大于  $3\sqrt{3}$ .



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线