

汉中市 2023 届高三年级教学质量第一次检测考试 数学（文科）参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	C	A	A	C	B	C	D	D	C	A

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 3 14. 0.5 15. -1 16. $\frac{1}{3}R(S_1 + S_2 + S_3 + S_4)$

三、解答题：共 70 分. 解答题写出文字说明、证明过程和演算步骤. 第 17~21 题是必考题，每个考生都必须作答. 第 22、23 题是选考题，考生根据情况作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. 解：(1) $\because a_2 - b_3 = a_4 - b_4$ 且数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{1}{2}$

$\therefore b_4 - b_3 = a_4 - a_2 = 1 \dots\dots\dots 3$ 分

$\therefore$ 数列 $\{b_n\}$ 是首项为 1, 公差为 1 的等差数列

$\therefore b_n = 1 + (n-1) \times 1 = n \dots\dots\dots 6$ 分

(2) $\because \frac{1}{b_n b_{n+1}} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \dots\dots\dots 8$ 分

$\therefore T_n = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \dots + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} \dots\dots\dots 12$ 分

18. 解：(1) 甲工艺的综合平均得分为：

$(95 \times 0.005 + 105 \times 0.015 + 115 \times 0.02 + 125 \times 0.03 + 135 \times 0.02 + 145 \times 0.01) \times 10 = 122.5 \dots\dots\dots 3$ 分

乙工艺的综合平均得分为：

$(95 \times 0.01 + 105 \times 0.02 + 115 \times 0.025 + 125 \times 0.02 + 135 \times 0.015 + 145 \times 0.01) \times 10 = 119$

故：甲工艺的综合平均得分大于乙工艺的综合平均得分 $\dots\dots\dots 6$ 分

(2)

	合格品	优等品	总 计
甲生产工艺	40	60	100
乙生产工艺	55	45	100
总 计	95	105	200

$\dots\dots\dots 9$ 分

$$\therefore K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{200(40 \times 45 - 60 \times 55)^2}{100 \times 100 \times 95 \times 105} \approx 4.511 \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$\because 4.511 > 3.841 \therefore$ 有 95% 的把握认为配件的质量和生产工艺有关 $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

19. (1) 证明: $\because FA \perp$ 平面 $ABCD$,

$$BD \subset \text{平面 } ABCD$$

$$\therefore FA \perp BD \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

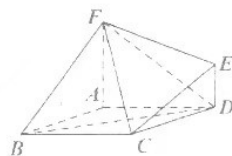
$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形

$$\therefore AC \perp BD \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{又 } \because FA \cap AC = A,$$

$$FA \subset \text{平面 } FAC, AC \subset \text{平面 } FAC$$

$$\therefore BD \perp \text{平面 } FAC \therefore BD \perp FC \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



$$(2) \text{ 解: } V_{\text{三棱锥 } F-ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} FA = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 120^\circ \right) \times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\because FA \perp \text{平面 } ABCD \therefore FA \perp AB, FA \perp AD$$

$$\therefore FB = FD = 2\sqrt{2}$$

$$\text{由四边形 } ABCD \text{ 为菱形, } \angle ABC = 60^\circ \text{ 可得 } BD = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\triangle FBD} = \sqrt{15}$$

设点 A 到平面 FBD 的距离为 h ,

$$\text{则 } V_{\text{三棱锥 } A-FBD} = \frac{1}{3} S_{\triangle FBD} h = \frac{1}{3} \sqrt{15} h \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{由 } V_{\text{三棱锥 } A-FBD} = V_{\text{三棱锥 } F-ABD} \text{ 可得 } \frac{1}{3} \sqrt{15} h = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ 解得 } h = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 到平面 } FBD \text{ 的距离为 } \frac{2\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$20. \text{ 解: (1) 由题意可知 } \begin{cases} 2c = 2\sqrt{3} \\ \frac{b}{c} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \text{ 解得 } a = 2, b = 1 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{椭圆 } C \text{ 的标准方程 } \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ i) 当直线 } MN \text{ 垂直于 } x \text{ 轴时, 不妨设 } M\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right), N\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$

$$\text{此时 } \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0 \therefore OM \perp ON, \text{ 故以 } MN \text{ 直径的圆过定点 } O \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{ii) 当直线 } MN \text{ 不垂直于 } x \text{ 轴时, 设直线 } MN \text{ 的方程为 } y = kx + m, M(x_1, y_1) N(x_2, y_2)$$

∵ 直线 MN 与圆 O 相切

∴ O 到直线 MN 的距离 $\frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 即 $5m^2 - 4k^2 - 4 = 0$ 7 分

由 $\begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}$ 可得 $(4k^2 + 1)x^2 + 8mkx + 4m^2 - 4 = 0$

∴ $x_1 + x_2 = \frac{-8mk}{4k^2 + 1}$, $x_1 x_2 = \frac{4m^2 - 4}{4k^2 + 1}$ 8 分

$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = x_1 x_2 + (kx_1 + m)(kx_2 + m)$ 9 分

$$= (k^2 + 1)x_1 x_2 + km(x_1 + x_2) + m^2$$

$$= (k^2 + 1)\left(\frac{4m^2 - 4}{4k^2 + 1}\right) + km\left(\frac{-8mk}{4k^2 + 1}\right) + m^2$$

$$= (k^2 + 1)\left(\frac{4m^2 - 4}{4k^2 + 1}\right) + km\left(\frac{-8mk}{4k^2 + 1}\right) + m^2$$

$$= \frac{5m^2 - 4k^2 - 4}{4k^2 + 1} = 0$$
 11 分

∴ $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$ ∴ $OM \perp ON$. 故以 MN 为直径的圆过定点 O

综上所述: 以 MN 为直径的圆过定点 O 12 分

21. 解: (1) $f'(x) = 1 - \frac{a}{x} = \frac{x-a}{x}$ ($x > 0$) 1 分

i) 当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$ 恒成立, ∴ $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增 2 分

ii) 当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) = 1 - \frac{a}{x} = 0$ 解得: $x = a$

可得 $0 < x < a$ 时 $f'(x) < 0$, $x > a$ 时 $f'(x) > 0$

所以 $f(x)$ 在 $(0, a)$ 时单调递减, 在 $(a, +\infty)$ 时单调递增

综上所述: 当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增

当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, a)$ 时单调递减, 在 $(a, +\infty)$ 时单调递增 5 分

(2) 由(1)可知, 当 $a \leq 0$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 没有最小值, 故 $a > 0$ 6 分

当 $a > 0$ 时 $f(x)_{\min} = f(a) = a - a(\ln a + 1) > a^2 - a$

整理得 $a^2 + a \ln a - a < 0$ 即 $a + \ln a - 1 < 0$ 8 分

令 $g(a) = a + \ln a - 1$ ($a > 0$) $g'(a) = 1 + \frac{1}{a} > 0$

可得 $g(a)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且 $g(1) = 0$ 10 分

所以 $a + \ln a - 1 < 0$ 的解集是 $(0, 1)$

综上所述: a 的取值范围是 $(0, 1)$ 12 分

(二) 选考题: 共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号涂黑.

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

解: (1) 解: (1) 由 $\rho = 2 \sin \theta$ 可得 $\rho^2 = 2\rho \sin \theta$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2y, \text{ 即 } x^2 + (y-1)^2 = 1 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 点 $P(1, \pi)$ 的直角坐标为 $(-1, 0)$

$$\text{把 } \begin{cases} x = -1 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \text{ 代入圆的方程可得 } t^2 - (\sqrt{3}+1)t + 1 = 0 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

设 A, B 两点的对应参数分别为 t_1, t_2 , 则 $t_1 + t_2 = \sqrt{3} + 1, t_1 \cdot t_2 = 1 \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$$\therefore t_1 > 0, t_2 > 0$$

$$(\sqrt{|PA|} + \sqrt{|PB|})^2 = (\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2})^2 = t_1 + t_2 + 2\sqrt{t_1 t_2} = \sqrt{3} + 1 + 2 = \sqrt{3} + 3 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

23. 【选修 4-5: 不等式选讲】

$$\text{解: (1) 当 } a=1 \text{ 时 } f(x) = |x-1| + |x+1| = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ 2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ -2x > 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ 2 > 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x > 3 \end{cases}$$

$$\text{解得 } x < -\frac{3}{2} \text{ 或 } x > \frac{3}{2} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{所以不等式的解集是 } (-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty) \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) \because a > 0 \therefore f(x) = |x-1| + |x+a| \geq |a+1| = a+1 \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore a+1 \geq a^2 - 2a + 3 \text{ 即 } a^2 - 3a + 2 \leq 0 \text{ 解得 } 1 \leq a \leq 2$$

$$\text{所以 } a \text{ 的取值范围是 } [1, 2] \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线