

2021 届高三 二轮复习联考(三) 全国卷 1 文科数学试卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $P = \{x \mid 1 < \sqrt{x-1} < 2\}$, $Q = \{x \mid \log_2 x > 1\}$, 则 $P \cap Q =$

- A. (1, 2) B. (2, 4) C. (2, 5) D. (1, 5)

2. 已知 α 为锐角,且 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \sin(\frac{5\pi}{6} - 2\alpha)$, 则 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{6}) =$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 瑞士数学家欧拉被认为是历史上最伟大的数学家之一,他发现了欧拉公式 $e^{ix} = \cos x + i\sin x$ ($x \in \mathbf{R}$), 它将三角函数的定义域扩大到复数,建立了三角函数和指数函数的关系。特别是当 $x = \pi$ 时,得到一个令人着迷的优美恒等式 $e^{i\pi} + 1 = 0$, 这个恒等式将数学中五个重要的数(自然对数的底 e , 圆周率 π , 虚数单位 i , 自然数的单位 1 和 0) 联系到了一起,若 $e^{i\alpha}$ 表示的复数对应的点在第二象限,则 α 可以为

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{11\pi}{6}$

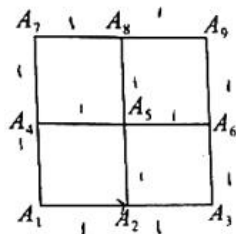
4. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列,且公差不为 0,若 $a_k + a_{k+2} = a_{k+1}$, $k \in \mathbf{N}^*$, 则

- A. $S_k = S_{k+1}$ B. $S_{k-1} = S_{k+2}$ C. $S_k = S_{k+2}$ D. $S_{k-1} = S_k$

5. 如图正方形 $A_1A_3A_5A_7$ 的边长为 2, 设 A_2, A_4, A_6, A_8 是所在边的中点, 中

心为 A_5 , 则 $\sum_{i=2}^8 \overrightarrow{A_1A_2} \cdot \overrightarrow{A_1A_i} =$

- A. 6 B. 7
C. 8 D. 9



6. 已知直线 $x=4$ 被中心在坐标原点,焦点在坐标轴上的双曲线所截得的线段长为 6, 被该双曲线的两条渐近线截得的线段长为 $4\sqrt{3}$, 则该双曲线的标准方程为

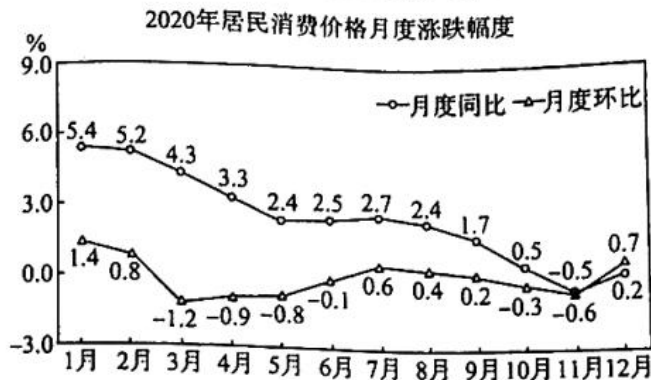
A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 或 $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{3} = 1$

B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ 或 $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

D. $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} = 1$

7. 下图是 2020 年我国居民消费价格月度涨跌幅度图(来源于国家统计局网站)



下列说法错误的是

A. 1~12月月度同比的平均值为 2.55

B. 1~12月月度环比的平均值为负数

C. 1~12月月度同比整体为下降趋势

D. 1~12月月度环比的方差大于月度同比的方差

8. 圆锥的高为 1, 体积为 π , 则过该圆锥顶点的平面截此圆锥所得截面面积的最大值为

A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. 1

9. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sin x} + \sin x$, 定义域为 \mathbf{R} 的函数 $g(x)$ 满足 $g(-x) + g(x) = 0$, 若函数

$y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 图象的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_6, y_6)$, 则 $\sum_{i=1}^6 (x_i + y_i) =$

A. 0

B. 6

C. 12

D. 24

10. 函数 $f(x) = 2\sin(\frac{\pi}{6} + x)\sin(\frac{\pi}{3} - x)$, 若不等式 $f(x) \geq f(x_0)$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则 x_0 的最小正值为

A. $\frac{\pi}{12}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{5\pi}{12}$

D. $\frac{7\pi}{12}$

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$, 若直线 $l: x+y+m=0$ 上有且仅有一点 A 满足: 过点 A 作圆 C 的两条切线 AP, AQ , 切点分别为 P, Q , 且使得四边形 $APCQ$ 为正方形, 则正实数 m 的值为

A. 1

B. $2\sqrt{2}$

C. 3

D. 7

12. 已知函数 $f(x) = e^x + e^{-x}$ (其中 e 为自然对数的底数), 若 $a = f(\log_3 \frac{1}{5}), b = f(\log_3 6), c =$

$f(\log_5 4)$, 则 a, b, c 的大小关系正确的是

A. $b > a > c$

B. $a > b > c$

C. $c > b > a$

D. $c > a > b$

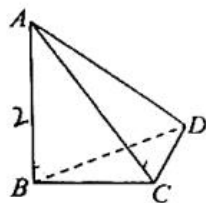
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \in \mathbb{N}^+ \\ y \in \mathbb{N}^+ \\ 2x - 2 < y \leq 3 \end{cases}$, 则点 (x, y) 构成的集合为

14. 写出一个值域为 $[-2, 2]$ 的奇函数 $f(x) =$

15. 形如 $\frac{p}{q}$ (p, q 都是正整数, $p < q$, 且 p, q 的最大公因数为 1) 的数叫真分数, 数列 $\{a_n\}$ 是由所有满足 $q \leq 6$ 时的真分数构成的, 且 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则数列 $\{a_n\}$ 共有 _____ 项 (2 分), $a_8 + a_9 =$ _____ (3 分).

16. 词语“鳖臑”等出现自我国数学名著《九章算术·商功》, 把四个面都是直角三角形的四面体称为“鳖臑”, 如图, 三棱锥 $A-BCD$ 是一个鳖臑, 其中 $AB \perp CD, AB \perp BC, BC \perp CD$, 三棱锥 $A-BCD$ 的外接球的表面积为 $12\pi, AB = 2$, 则三棱锥 $A-BCD$ 的体积的最大值为 _____.



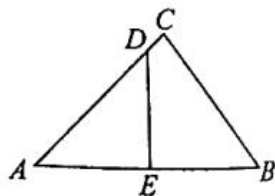
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 60 分.

17. (12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \cos B + b \cos A = 2c \cos C$.

(1) 求角 C ;

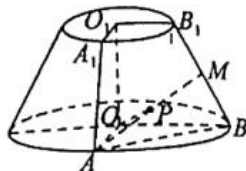
(2) 如图, 边 AB 的垂直平分线 ED 交 AB 于 E , 交边 AC 于 D , $AE = \sqrt{3}, BC = \sqrt{10}$, 求 AD 长.



18.(12分)如图,圆台 O_1O_2 的上底面半径为1,下底面半径为2, $\angle OBB_1 = \frac{\pi}{3}$, AA_1, BB_1 为圆台的母线,平面 $AA_1O_1O_2 \perp$ 平面 $BB_1O_1O_2$, M 为 BB_1 的中点, P 为 AM 上的任意一点.

(1)证明: $BB_1 \perp OP$;

(2)当点 P 为线段 AM 的中点时,求三棱锥 B_1-OPB 的体积.



19.(12分)某高科技研发公司生产某种过滤材料,该过滤材料主要质量指标是对直径为 $0.075 \mu\text{m} \pm 0.020 \mu\text{m}$ 的漂浮固体颗粒的过滤效率达到0.95以上.当前市场供应紧缺.该公司要扩大产能,在原来A生产线的基础上,增设B生产线,为了监控该过滤材料生产线的生产过程,检验员每天需要从两条生产线上分别随机抽取该过滤材料检测过滤效率.公司规定过滤效率大于0.970的产品为一等品,并根据检验员抽测产品中一等品的数量对两条生产线进行评价.下面是检验员某一天抽取的20个该过滤材料的过滤效率值:

A 生产线过滤效率

序号	1	2	3	✓	5	6/	7	8	9/	10/
过滤效率	0.958	0.967	0.964	0.976	0.956	0.973	0.965	0.968	0.972	0.973

B 生产线过滤效率

序号	✓	2/	3/	4	5/	6/	7/	8/	9/	10/
过滤效率	0.978	0.982	0.974	0.966	0.976	0.982	0.977	0.974	0.976	0.972

(1)根据检验员抽测的数据,完成下面的 2×2 列联表,并判断是否有95%的把握认为生产线与所生产的产品为一等品有关?

生产线	产品是一等品	产品不是一等品	总计
A	4	6	10
B	9	1	10
总计	13	7	20

二轮复习联考(三)全国卷1 文科数学试卷 第4页(共6页)

(2)在这 20 件产品中,从 A, B 两条生产线生产的产品中各随机抽取 1 件,求恰有一件为一等品的概率.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_n)$	0.050	0.010	0.001
k_n	3.841	6.635	10.828

20.(12 分)函数 $f(x) = a \ln(x+1)$, $a \in \mathbf{R}$.

(1)当 $a=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=3$ 处的切线方程;

(2)若对任意的 $x \in [0, +\infty)$, 都有 $f(x) \geq x - \frac{1}{2}x^2$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

附: $[\ln(x+1)]' = \frac{1}{x+1}$.

21.(12 分)椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$, 直线 l 过 F_2 和

椭圆交于 A, B 两点, 当直线 $AB \perp x$ 轴时, $\angle AF_1B = \frac{\pi}{3}$.

(1)求椭圆的方程;

(2)若 $|F_2A| = \lambda |F_2B|$, $1 \leq \lambda \leq 2$, 线段 AB 的中点为 M, 求线段 F_1M 的长度的取值范围.

(二)选考题:10分.请考生在第22、23题中选定一题作答,并用2B铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑.按所涂题号进行评分,多涂、错涂、漏涂均不给分,如果多答,则按所答第一题评分.

22.[选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程是
$$\begin{cases} x = a + t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases} \quad (t \text{ 是参数}).$$

在以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中,曲线 $C: \rho = 4 \cos \theta$.

(1)当 $\alpha = 30^\circ, a = -2$ 时,请判断直线 l 与曲线 C 的位置关系;

(2)当 $\alpha = 1$ 时,若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点,设 $P(1, 0)$, 且 $||PA| - |PB|| = 1$, 求直线 l 的倾斜角.

23.[选修4-5:不等式选讲](10分)

设函数 $f(x) = |2x - 3| - |2x + 1|, x \in \mathbf{R}$.

(1)解不等式 $f(x) < -1$;

(2)若 $|2x + a| \leq f(x) + 4$ 在 $x \in [-1, 1]$ 上恒成立,求实数 a 的取值范围.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》