

昆明第一中学 2022-2023 学年度下学期期中考试
高一数学

总分：150 分 时间：120 分钟

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 共 150 分, 考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题, 共 60 分)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

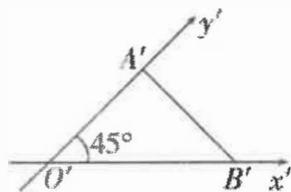
1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 4 \leq 0\}$, $B = \{x | 2x + a \leq 0\}$, 且 $A \cap B = \{x | -2 \leq x \leq 1\}$, 则 $a =$

- A. -2 B. -4 C. 2 D. 4

2. $\frac{4i}{1-i}$ 的虚部为

- A. -2 B. 2 C. 2i D. -2i

3. 已知 $\text{Rt} \triangle O'A'B'$ 是一平面图形的直观图, 斜边 $O'B' = 2$, 则这个平面图形的面积是



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M 为 AC 上一点, 且 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}$, 若 $\overrightarrow{BM} = \lambda\overrightarrow{BA} + \mu\overrightarrow{BC}$, 则 $\lambda - \mu$ 的值是

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 若不等式 $2kx^2 + kx - \frac{3}{8} < 0$ 对一切实数 x 都成立, 则 k 的取值范围是

- A. $(-3, 0)$ B. $(-3, 0]$ C. $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$

6. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $CA = 3$, $CB = 6$, E, F 分别是斜边 AB 上的两个三等分点, 则 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{CF} =$

- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10

7. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = CD = \sqrt{5}$, $AC = BD = 2$, $AD = BC = \sqrt{3}$, 若该三棱锥的四个顶点在同一个球面上, 则此球的体积为

- A. $\sqrt{6}\pi$ B. $\frac{3\pi}{2}$ C. 6π D. 24π

8. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $f(x+1)$ 为奇函数, $f(x+2)$ 为偶函数, 当 $x \in [1, 2]$ 时,

$f(x) = ax^2 + b$. 若 $f(0) + f(3) = 6$, 则 $f\left(\frac{13}{3}\right) =$

- A. $-\frac{9}{4}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{32}{9}$ D. $\frac{10}{3}$

二、选择题(本大题共 4 小题, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分.)

9. 在复平面内, 复数 $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 正确的是

- A. 复数 \bar{z} 的模长为 1 B. 复数 z 在复平面内对应的点在第二象限
C. 复数 z 是方程 $x^2 - x + 1 = 0$ 的解 D. 复数 ω 满足 $|\omega - z| = 1$, 则 $|\omega|_{\max} = \sqrt{2} + 1$

10. 已知向量 $\overrightarrow{OA} = (1, 3)$, $\overrightarrow{OB} = (2, -1)$, $\overrightarrow{OC} = (m+1, m-2)$, 若点 A, B, C 能构成三角形, 则实数 m 的值可以是

- A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

11. 已知实数 a, b 满足等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \left(\frac{1}{3}\right)^b$, 则下列关系式中不可能成立的是

- A. $0 < b < a$ B. $a < b < 0$ C. $0 < a < b$ D. $b < a < 0$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 所对的边为 a, b, c , 设 BC 边上的中点为 M , $\triangle ABC$ 的面积为 S , 其中 $a = 2\sqrt{3}$, $b^2 + c^2 = 24$, 下列选项正确的是

- A. 若 $A = \frac{\pi}{3}$, 则 $S = 2\sqrt{3}$ B. S 的最大值为 $3\sqrt{3}$
C. $AM = 3$ D. 角 A 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$

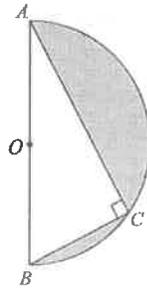
第II卷

三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (2, y)$, $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$, 则 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影向量是_____.

14. 若 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

15. 如图所示, 半径为1的半圆内的阴影部分当以直径 AB 所在直线为轴旋转一周时, 得到一几何体, 则该几何体的表面积是_____, 体积是_____. (其中 $\angle BAC = 30^\circ$)



16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 2BC = 4$, $\angle ACB$ 为钝角, M, N 是边 AB 上的两个动点, 且 $MN = 1$, 若 $\overline{CM} \cdot \overline{CN}$ 的最小值为 $\frac{3}{4}$, 则 $\cos \angle ACB =$ _____.

四、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分10分)

已知 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, 且 \vec{a} 与 \vec{b} 夹角为 120° , 求:

(1) $|2\vec{a} - \vec{b}|$;

(2) \vec{a} 与 $\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角.

18. (本小题满分12分)

在① $b + c = 5$, ② $c = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, ③ $C = 75^\circ$, 这三个条件中任选一个, 补充在下面的问题(2)中, 并完成问题的解答.

问题: 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a = 4$ 且 $b \cos \frac{A}{2} = a \sin B$.

(1) 求 A ;

(2) 若_____, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

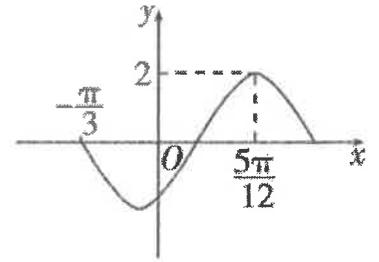
注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

19. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 将 $y = f(x)$ 图象上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后得到 $y = g(x)$ 的图象, 求函数 $g(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间.



20. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \log_2(2^x + 1)$.

(1) 若函数 $g(x) = \log_2(2^x - 1) - f(x)$, 求函数的值域;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = x + m, x \in [0, 1]$ 有实根, 求实数 m 的取值范围.

21. (本小题满分12分)

北京冬奥会计划于2022年2月4日开幕, 随着冬奥会的临近, 中国冰雪运动也快速发展, 民众参与

冰雪运动的热情不断高涨. 盛会的举行不仅带动冰雪活动, 更推动冰雪产业快速发展. 某冰雪产业器材厂商, 生产某种产品的年固定成本为200万元, 每生产 x 千件, 需另投入成本为 $c(x)$ (万元),

其中 $c(x)$ 与 x 之间的关系为:
$$C(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 + 20x, & 0 < x < 60, x \in N^* \\ 50x + \frac{49000}{x-2} - 1980, & x \geq 60, x \in N^* \end{cases}$$
 通过市场分析, 当每千件产

品售价为40万元时, 该厂年内生产的商品能全部销售完, 若将产品单价定为400元.

(1) 写出年利润 L (万元) 关于年产量 x (千件) 的函数解析式.

(2) 年产量为多少千件时, 该厂在这一商品的生产中所获利润最大?

22. (本小题满分12分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边为 a, b, c , 且 $\frac{3(\sin A - \sin B)}{\sin C} = \frac{3c - 2b}{a + b}$.

(1) 求 $\sin A$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{4}{3}\sqrt{2}$, 求内角 A 的角平分线 AD 长的最大值.

高一数学 答题卡

姓名	缺考	准考证号									
		[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
班级	[]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
		[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
考场	注意： 缺考标识 由监考教师 统一用碳素 笔填涂！ 考生禁止 填涂！	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	
		[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
座号		[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	
		[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
		[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	
		[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	
		[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	

填涂 样例	正确填涂 ■	注意 事项
	错误填涂 [X] [·] [○]	

1.答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。
2.选择题必须使用2B铅笔填涂，解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题；字体工整、笔迹清楚。
3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。

一、选择题 (每小题 5 分共 60 分)

- | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 1 [A] [B] [C] [D] | 5 [A] [B] [C] [D] | 9 [A] [B] [C] [D] |
| 2 [A] [B] [C] [D] | 6 [A] [B] [C] [D] | 10 [A] [B] [C] [D] |
| 3 [A] [B] [C] [D] | 7 [A] [B] [C] [D] | 11 [A] [B] [C] [D] |
| 4 [A] [B] [C] [D] | 8 [A] [B] [C] [D] | 12 [A] [B] [C] [D] |

二、填空题 (20 分)

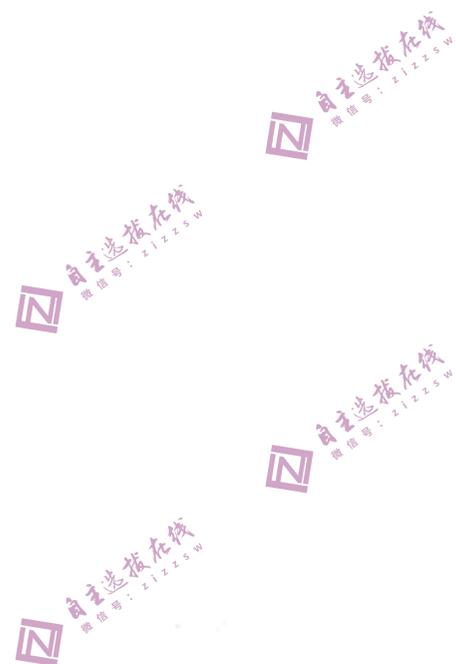
13. _____ 14. _____
15. _____; _____ 16. _____

三、解答题 (解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。)

17. (10 分)

18. (12 分)

19. (12 分)



20. (12分)

21. (12分)

22. (12分)

