2022～2023学年佛山市普通高中教学质量检测(一)

高三数学

2022.12

本试卷共4页，22小题。满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上，将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目后面的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保持答题卡的整洁. 考试结束后，请将答题卡交回.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|x^2-3x+4<0\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}|-1<x\le2\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A. $\varnothing$　　B. $(-1,4)$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 设复数 z 满足 $(1+i)^2z=5-2i$，则 z 在复平面内对应的点位于（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，若向量 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\sqrt{3}\boldsymbol{b}$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\rangle=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{1}{4}$

4. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_2a_4=9$，$9S_4=10S_2$，则 a_2+a_4 的值为（　　）

A. 30　　B. 10　　C. 9　　D. 6

5. 已知双曲线 C 的中心位于坐标原点，焦点在坐标轴上，且虚轴比实轴长. 若直线 $4x+3y-20=0$ 与 C 的一条渐近线垂直，则 C 的离心率为（　　）

A. $\frac{5}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{7}{4}$

6. 已知事件 A,B,C 的概率均不为0，则 $P(A)=P(B)$ 的充要条件是（　　）

A. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　B. $P(A\cup C)=P(B\cup C)$

C. $P(A\overline{B})=P(\overline{A}B)$　　D. $P(AC)=P(BC)$

7. 已知球 O 的直径 $SC=2$，A,B 是球 O 的球面上两点，$\angle ASC=\angle BSC=\angle ASB=\frac{\pi}{3}$，则三棱锥 $S-ABC$ 的体积为（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_a x, 0<x<\dfrac{1}{2}\\ a^{-x}, \quad x\ge\dfrac{1}{2}\end{cases}$ $(a>0$ 且 $a\ne1)$，若对任意 $x>0$，$f(x)\ge x^2$，则实数 a 的取值范围为（　　）

A. $\left(0,e^{-\frac{1}{e}}\right]$　　B. $\left[\dfrac{1}{16},e^{-\frac{1}{e}}\right]$　　C. $\left(0,e^{-\frac{2}{e}}\right]$　　D. $\left[\dfrac{1}{16},e^{-\frac{2}{e}}\right]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9. 中国共产党第二十次全国代表大会的报告中，一组组数据折射出新时代十年的非凡成就，数字的背后是无数的付出，更是开启新征程的希望. 二十大首场新闻发布会指出近十年我国居民生活水平进一步提高，其中 2017 年全国居民恩格尔系数为 29.39%，这是历史上中国恩格尔系数首次跌破 30%. 恩格尔系数是由德国统计学家恩斯特·恩格尔提出的，计算公式是“恩格尔系数 $=\dfrac{\text{食物支出金额}}{\text{总支出金额}}\times100\%$”. 恩格尔系数是国际上通用的衡量居民生活水平高低的一项重要指标，一般随居民家庭收入和生活水平的提高而下降. 恩格尔系数达 60% 以上为贫困，50%～60% 为温饱，40%～50% 为小康，30%～40% 为富裕，低于 30% 为最富裕. 如图是近十年我国农村与城镇居民的恩格尔系数折线图，由图可知（　　）

A. 城镇居民 2015 年开始进入“最富裕”水平

B. 农村居民恩格尔系数的平均数低于 32%

C. 城镇居民恩格尔系数的第 45 百分位数高于 29%

D. 全国居民恩格尔系数等于农村居民恩格尔系数和城镇居民恩格尔系数的平均数

10. 设单位圆 O 与 x 轴的左、右交点分别为 A、B，直线 $l: x\cos\theta-y\sin\theta+1=0$（其中 $0<\theta<\pi$）分别与直线 $x+1=0$、$x-1=0$ 交于 C、D 两点，则（　　）

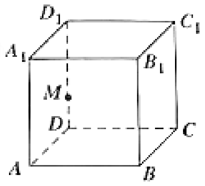
A. $\theta=\dfrac{2\pi}{3}$ 时，l 的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\forall\theta\in(0,\pi)$，点 A、B 到 l 的距离之和为定值

C. $\exists\theta\in(0,\pi)$，使 l 与圆 O 无公共点　　D. $\forall\theta\in(0,\pi)$，恒有 $OC\perp OD$

11. 若正实数 x,y 满足 $xe^{x-1}=y(1+\ln y)$，则下列不等式中可能成立的是（　　）

A. $1<x<y$　　B. $1<y<x$　　C. $x<y<1$　　D. $y<x<1$

12. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 是棱 DD_1 上的动点（不含端点），则（　　）



A. 过点 M 有且仅有一条直线与 AB,B_1C_1 都垂直

B. 有且仅有一个点 M 到 AB,B_1C_1 的距离相等

C. 过点 M 有且仅有一条直线与 AC_1,BB_1 都相交

D. 有且仅有一个点 M 满足平面 $MAC_1\perp$ 平面 MBB_1

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $(\sqrt{x}-\dfrac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项是______．（用数字作答）

14. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)=2x^3-3x+1$，则 $f(3)=$______.

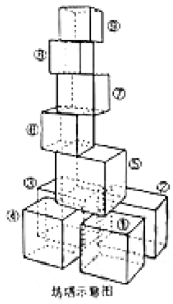
15. 抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点为 F，准线为 l，M 是 C 上的一点，点 N 在 l 上，若 $FM\perp FN$，且 $|MF|=10$，则 $|NF|=$______.

16. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $\omega>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$），T 为 $f(x)$ 的最小正周期，且满足 $f\left(\dfrac{1}{3}T\right)=f\left(\dfrac{1}{2}T\right)$. 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 上恰有 2 个极值点，则 ω 的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（**10 分**）

佛山新城文化中心是佛山地标性公共文化建筑. 在建筑造型上全部都以最简单的方块体作为核心要素，与佛山世纪莲体育中心的圆形莲花造型形成“方”“圆”呼应. 坊塔是文化中心的标志性建筑、造型独特、类似一个个方体错位堆叠，总高度 153.6 米. 坊塔塔楼由底部 4 个高度相同的方体组成塔基，支托上部 5 个方体，交错叠合成一个外形时尚的塔身结构. 底部 4 个方体高度均为 33.6 米，中间第 5 个方体也为 33.6 米高，再往上 2 个方体均为 24 米高，最上面的两个方体均为 19.2 米高.



坊塔示意图

（1）请根据坊塔方体的高度数据，结合所学数列知识，写出一个等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，该数列以 33.6 为首项，并使得 24 和 19.2 也是该数列的项；

（2）佛山世纪莲体育中心上层屋盖外径为 310 米. 根据你得到的等差数列，连续取用该数列前 $m\left(m\in\mathbf{N}^*\right)$ 项的值作为方体的高度，在保持最小方体高度为 19.2 米的情况下，采用新的堆叠规则，自下而上依次为 $2a_1$、$3a_2$、$4a_3$、……、$(m+1)a_m$（$(m+1)a_m$ 表示高度为 a_m 的方体连续堆叠 $m+1$ 层的总高度），请问新堆叠坊塔的高度是否超过 310 米？并说明理由.

18.（12 分）

在锐角三角形ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，$\overrightarrow{CD}$为$\overrightarrow{CA}$在$\overrightarrow{CB}$方向上的投影向量，且满足$2c\sin B=\sqrt{5}\left|\overrightarrow{CD}\right|$.

（1）求$\cos C$的值；

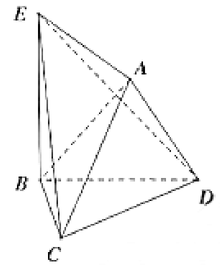
（2）若$b=\sqrt{3}$，$a=3c\cos B$，求ΔABC的周长.

19.（12 分）

如图，$\triangle ACD$和$\triangle BCD$都是边长为2的等边三角形，平面$ACD\perp$平面BCD，$EB\perp$平面BCD.

（1）证明：EB// 平面ACD；

（2）若点E到平面ABC的距离为$\sqrt{5}$，求平面ECD与平面BCD夹角的正切值.



20.（12 分）

近几年，随着生活水平的提高，人们对水果的需求量也随之增加，我市精品水果店大街小巷遍地开花，其中中华猕猴桃的口感甜酸、可口，风味较好，广受消费者的喜爱. 在某水果店，某种猕猴桃整盒出售，每盒20个. 已知各盒含0,1个烂果的概率分别为0.8，0.2 .

（1）顾客甲任取一盒，随机检查其中4个猕猴桃，若当中没有烂果，则买下这盒猕猴桃，否则不会购买此种猕猴桃. 求甲购买一盒猕猴桃的概率；

（2）顾客乙第1周网购了一盒这种猕猴桃，若当中没有烂果，则下一周继续网购一盒；若当中有烂果，则隔一周再网购一盒；以此类推，求乙第5周网购一盒猕猴桃的概率.

21.（12 分）

已知椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的左焦点为$F(-1,0)$，左、右顶点及上顶点分别记为$A$、$B$、$C$，且$\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{CB}=1$.

（1）求椭圆Γ的方程；

（2）设过F的直线PQ交椭圆Γ于P、Q两点，若直线PA、QA与直线$l:x+4=0$分别交于M、N两点，l与x轴的交点为K，则$|MK|\cdot|KN|$是否为定值?若为定值，请求出该定值；若不为定值，请说明理由.

22.（12 分）

已知函数$f(x)=\dfrac{\ln x+k}{x}$，$g(x)=2e^{1-x}+1$，其中k为实数.

（1）求$f(x)$的极值；

（2）若$h(x)=g(x)-f(x)$有4个零点，求k的取值范围.

2022~2023学年佛山市普通高中教学质量检测(一)
高三数学 参考答案与评分标准

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	B	C	C	A	D

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得2分.

题号	9	10	11	12
答案	AC	BD	AC	ABC

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. $\underline{15}$　　14. $\underline{44}$　　15. $\underline{5}$　　16. $\underline{\left(\frac{11}{6},\frac{17}{6}\right]}$

四、解答题:本大题共6小题,共70分,解答须写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17.【解析】(1)由$24-33.6=-9.6$,$19.2-24=-4.8$,$-9.6=-4.8\times2$

确定公差$d=-4.8$的等差数列符合要求,且$a_1=33.6$,

所以$a_n=a_1+(n-1)d=-4.8n+38.4$,

故等差数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=-4.8n+38.4$. ……5分

(注意:该题答案不唯一.实际上,公差也可以是-2.4、-1.2等等)

(2)以$a_n=-4.8n+38.4$为例.$a_1=33.6$,$a_2=28.8$,$a_3=24$,$a_4=19.2$,

$2a_1+3a_2+4a_3+5a_4=345.6>310$,新堆叠坊塔的高度超过310米. ……10分

(注意:若考生采用公差为-2.4的等差数列,在保持最小项为19.2的情况下,会多出来3个项,分别为31.2、26.4和21.6,这会使得新堆叠的坊塔高度更大.公差越大,新堆叠坊塔越高).

18.【解析】(1)依题意得$\left|\overrightarrow{CD}\right|=b\cos C$, ……1分

又$2c\sin B=\sqrt5\left|\overrightarrow{CD}\right|$,所以$2c\sin B=\sqrt5 b\cos C$, ……2分

由正弦定理$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$,得$2\sin C\sin B=\sqrt5\sin B\cos C$, ……4分

又$\sin B\neq0$,所以$2\sin C=\sqrt5\cos C$, ……5分

结合$\sin^2 C+\cos^2 C=1$,且C为锐角,解得$\cos C=\dfrac{2}{3}$. ……6分

(2)**解法一**:由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$,得$\sin A=3\sin C\cos B$, ……7分

又$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C$,所以$2\cos B\sin C=\sin B\cos C$, ……8分

由(1)知$\cos C=\dfrac{2}{3}$,$\sin C=\dfrac{\sqrt5}{3}$,解得$\tan B=\sqrt5$,所以$\sin B=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$,$\cos B=\dfrac{\sqrt6}{6}$, ……10分

由正弦定理$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$.得$c=\dfrac{\sin C}{\sin B}b=\sqrt2$, ……11分

由已知 $a=3c\cos B$ 得 $a=\sqrt{3}$，故 ΔABC 的周长为 $a+b+c=2\sqrt{3}+\sqrt{2}$． ……………………………12 分

解法二：由 $a=3c\cos B$，得 $\cos B=\dfrac{a}{3c}$，

由余弦定理得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，所以 $\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{a}{3c}$，得 $a^2+3c^2=3b^2$ ①…………………8 分

由由余弦定理得 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{2}{3}$，得 $3a^2+3b^2-3c^2=4\sqrt{3}a$ ② ……………………………10 分

联立①②，解得 $a=\sqrt{3}$，$c=\sqrt{2}$，故 ΔABC 的周长为 $a+b+c=2\sqrt{3}+\sqrt{2}$． ……………………………12 分

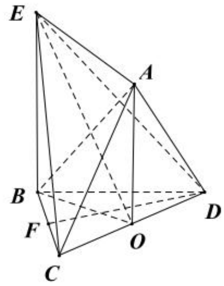
19.【解析】(1) 如图，作 CD 的中点 O，则 $AO\perp CD$，……………………………………………………………………1 分

因为平面 $ACD\perp$ 平面 BCD，平面 $ACD\cap$ 平面 $BCD=CD$，$AO\subset$ 平面 ACD，

则 $AO\perp$ 平面 BCD，……………………………………………………………………………………………………2 分

又 $EB\perp$ 平面 BCD，所以 $EB\,//\,AO$， ……………………………………3 分

又 $EB\not\subset$ 平面 ACD，$AO\subset$ 平面 ACD，所以 $EB\,//$ 平面 ACD．………4 分



(2) **解法一**：因为 $|AB|=\sqrt{|AO|^2+|BO|^2}=\sqrt{6}$，

则等腰 $\triangle BAC$ 的面积为 $S_{\triangle BAC}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{10}}{2}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$，

三棱锥 $E-ABC$ 的体积 $V_{E-ABC}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{15}}{2}\times\sqrt{5}=\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$．

作 BC 的中点 F，连接 DF，因为 $EB\perp$ 平面 BCD，$DF\subset$ 平面 BCD，则 $DF\perp EB$，

又因为 $DF\perp BC$，$EB\cap BC=B$，$EB\subset$ 平面 EBC，$BC\subset$ 平面 EBC，则 $DF\perp$ 平面 EBC．

因为 $EB\,//\,AO$，则点 A 到平面 EBC 的距离等于 O 到平面 EBC 的距离，等于 $\dfrac{1}{2}|DF|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $S_{\triangle EBC}=\dfrac{1}{2}\times2\times|EB|=|EB|$，则 $V_{A-EBC}=\dfrac{1}{3}|EB|\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}|EB|$，

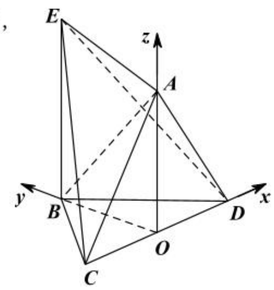
因为 $V_{E-ABC}=V_{A-EBC}$，则 $|EB|=5$，

因为 $EB\perp$ 平面 BCD，$BC,BD\subset$ 平面 BCD，则 $EB\perp BC$，$EB\perp BD$，

所以 $|EC|=|ED|$，进而 $EO\perp CD$，

所以平面 ECD 与平面 BCD 夹角的平面角为 $\angle EOB$，

则 $\tan\angle EOB=\dfrac{|EB|}{|OB|}=\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$，



即平面 ECD 与平面 BCD 夹角的正切值为 $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$．……………12 分

解法二：如图所示，以点 O 为原点，OD,OB,OA 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立空间直角坐标系，设 $|EB|=a\ (a>0)$，则 $D(1,0,0)$，$C(-1,0,0)$，$A(0,0,\sqrt{3})$，$B(0,\sqrt{3},0)$，$E(0,\sqrt{3},a)$，

$\overrightarrow{AB}=(0,\sqrt{3},-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{AC}=(-1,0,-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{CE}=(1,\sqrt{3},a)$，

设平面 ABC 的法向量 $\boldsymbol{n}_1=(x,y,z)$，由 $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{n}_1=0\\\overrightarrow{AC}\cdot\boldsymbol{n}_1=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\sqrt{3}y-\sqrt{3}z=0\\-x-\sqrt{3}z=0\end{cases}$，取 $\boldsymbol{n}_1=(\sqrt{3},-1,-1)$，

则 E 到平面 ABC 的距离为 $\left|\left|\overrightarrow{CE}\right|\cos<\overrightarrow{CE},\boldsymbol{n}_1>\right|=\dfrac{a}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$，则 $a=5$，即 $E(0,\sqrt{3},5)$，

$\overrightarrow{CD}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{CE}=(1,\sqrt{3},5)$，

设平面 ECD 的法向量 $\boldsymbol{n}_2=(x,y,z)$，由 $\begin{cases}\overrightarrow{CD}\cdot\boldsymbol{n}_2=0\\ \overrightarrow{CE}\cdot\boldsymbol{n}_2=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}2x=0\\ x+\sqrt{3}y+5z=0\end{cases}$，取 $\boldsymbol{n}_2=(0,5,-\sqrt{3})$，

因为平面 BCD 的法向量 $\boldsymbol{n}_3=(0,0,1)$，则 $\cos<\boldsymbol{n}_2,\boldsymbol{n}_3>=\dfrac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}=-\dfrac{\sqrt{21}}{14}$，

所以平面 ECD 与平面 BCD 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{14}$，正切值为 $\dfrac{\sqrt{1-(\frac{\sqrt{21}}{14})^2}}{\frac{\sqrt{21}}{14}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$． ……………12 分

20.【**解析**】(1) 设盒中含 0,1 个烂果分别为事件 $A,\overline{A}$，则 $P(A)=0.8$，$P(\overline{A})=0.2$

设甲购买一盒猕猴桃为事件 M，则 $P(M\mid A)=1$，$P(M\mid\overline{A})=\dfrac{C_{19}^4}{C_{20}^4}=\dfrac{4}{5}$，……………………………3 分

则 $P(M)=P(A)P(M\mid A)+P(\overline{A})P(M\mid\overline{A})=\dfrac{4}{5}\times1+\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{24}{25}$，

所以甲购买一盒猕猴桃的概率为 $\dfrac{24}{25}$． ……………………………………………………………5 分

(2) **解法一**：设第 n 周网购一盒猕猴桃为事件 B_n，记 $P(B_n)=b_n$，由题意知 $b_1=1$，$b_2=0.8$，

则 $P(B_n)=P(B_{n-1}A\cup\overline{B_{n-1}})$，即 $b_n=\dfrac{4}{5}b_{n-1}+(1-b_{n-1})=-\dfrac{1}{5}b_{n-1}+1$ $(n\geq2)$，………………………8 分

所以 $b_n-\dfrac{5}{6}=-\dfrac{1}{5}(b_{n-1}-\dfrac{5}{6})$，即数列 $\left\{b_n-\dfrac{5}{6}\right\}$ 是公比 $q=-\dfrac{1}{5}$ 的等比数列，………………………10 分

所以 $b_n-\dfrac{5}{6}=\dfrac{1}{6}\times(-\dfrac{1}{5})^{n-1}$，即 $b_n=\dfrac{1}{6}\times(-\dfrac{1}{5})^{n-1}+\dfrac{5}{6}$，所以 $b_5=\dfrac{521}{625}$，

故乙第 5 周网购一盒猕猴桃的概率为 $\dfrac{521}{625}$． ……………………………………………………12 分

解法二：设第 n 周网购一盒猕猴桃为事件 B_n，则 $P(B_1)=1$，$P(B_2)=\dfrac{4}{5}$， ……………………………6 分

$P(B_3)=P(B_2A\cup B_1\overline{A})=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{4}{5}+1\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{21}{25}$， ……………………………………………8 分

$P(B_4)=P(B_3A\cup B_2\overline{A})=\dfrac{21}{25}\times\dfrac{4}{5}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{104}{125}$， …………………………………10 分

$P(B_5)=P(B_4A\cup B_3\overline{A})=\dfrac{104}{125}\times\dfrac{4}{5}+\dfrac{21}{25}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{521}{625}$

故乙第 5 周网购一盒猕猴桃的概率为 $\dfrac{521}{625}$． ……………………………………………………12 分

21.【**解析**】(1) 依题意，$C(0,b),B(a,0),F(-1,0)$，$\overrightarrow{CB}=(a,-b),\overrightarrow{CF}=(-1,-b)$， ……………………1 分

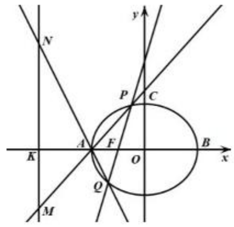
由 $\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{CB}=1$，得 $b^2-a=1$，即 $a^2-a-2=0$，得 $a=2$ 或 $a=-1$（舍去），……………………………3 分

故 $a^2=4,b^2=3$，椭圆 Γ 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$． ……………………………………………………4 分

(2) 如图，设直线 PQ 的方程为 $x=my-1$，$P(x_1,y_1)$、$Q(x_2,y_2)$，

联立 $3x^2+4y^2=12$，消去 x 整理得 $(3m^2+4)y^2-6my-9=0$， ……………………………………5 分

所以 $y_1+y_2=\dfrac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\dfrac{9}{3m^2+4}$ v……………………………7 分



直线 PA 的方程为 $y=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，令 $x=-4$，得 $y_M=\dfrac{-2y_1}{x_1+2}=\dfrac{-2y_1}{my_1+1}$，

同理可得 $y_N=\dfrac{-2y_2}{my_2+1}$，　……………………………………………………9 分

$|MK|\cdot|KN|=|y_My_N|=\left|(\dfrac{-2y_1}{my_1+1})(\dfrac{-2y_2}{my_2+1})\right|=\left|\dfrac{4y_1y_2}{m^2y_1y_2+m(y_1+y_2)+1}\right|$，……………………10 分

$=\left|\dfrac{-\dfrac{36}{3m^2+4}}{\dfrac{-9m^2}{3m^2+4}+\dfrac{6m^2}{3m^2+4}+1}\right|=\dfrac{36}{-9m^2+6m^2+3m^2+4}=9$，故 $|MK|\cdot|KN|$ 是定值 9.　……………12 分

22.【解析】(1) $f'(x)=\dfrac{-\ln x+1-k}{x^2}$（$x>0$），　………………………………………………1 分

令 $f'(x)>0$ 得 $0<x<\mathrm{e}^{1-k}$；令 $f'(x)<0$ 得 $x>\mathrm{e}^{1-k}$. ………………………………………………2 分

故 $f(x)$ 在 $\left(0,\mathrm{e}^{1-k}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\mathrm{e}^{1-k},+\infty\right)$ 上单调递减，……………………………………3 分

所以 $f(x)$ 有极大值 $f\left(\mathrm{e}^{1-k}\right)=\mathrm{e}^{k-1}$，无极小值. ……………………………………………………4 分

(2) 由 $h(x)=\dfrac{\ln x+k}{x}-\left(2\mathrm{e}^{1-x}+1\right)=0$ 得 $2x\mathrm{e}^{1-x}-\ln x+x-k=0$，　…………………………………5 分

设 $F(x)=2x\mathrm{e}^{1-x}-\ln x+x-k$，则 $F'(x)=(1-x)\left(2\mathrm{e}^{1-x}-\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{(1-x)\left(2x-\mathrm{e}^{x-1}\right)}{x\mathrm{e}^{x-1}}$，　……………6 分

设 $p(x)=2x-\mathrm{e}^{x-1}$，$p'(x)=2-\mathrm{e}^{x-1}$，

由 $p'(x)>0$ 得 $0<x<\ln 2+1$，由 $p'(x)<0$ 得 $x>\ln 2+1$，

故 $p(x)$ 在 $(0,\ln 2+1)$ 上单调递增，在 $(\ln 2+1,+\infty)$ 上单调递减，……………………………………7 分

且 $p\left(\dfrac{1}{5}\right)p(1)<0$，$p(1)p(3)<0$，

所以存在 $x_1\in\left(\dfrac{1}{5},1\right)$，$x_2\in(1,3)$，使得 $p(x_1)=0$，$p(x_2)=0$，即 $2x_1=\mathrm{e}^{x_1-1}$，$2x_2=\mathrm{e}^{x_2-1}$ ……①

故 $F(x)$ 在 $(0,x_1)$ 上递减，$(x_1,1)$ 上递增，$(1,x_2)$ 上递减，$(x_2,+\infty)$ 上递增，

故 $F(x)$ 的极大值为 $F(1)=3-k$，极小值为 $F(x_1)$ 和 $F(x_2)$. ……………………………………………8 分

由①式两边取对数可得 $\ln x_1=x_1-1-\ln 2$，$\ln x_2=x_2-1-\ln 2$，　……②

将①、②代入 $F(x_1)$ 得 $F(x_1)=2x_1\mathrm{e}^{1-x_1}-\ln x_1+x_1-k=\mathrm{e}^{x_1-1}\mathrm{e}^{1-x_1}-(x_1-1-\ln 2)+x_1-k=2+\ln 2-k$，

同理可得 $F(x_2)=2+\ln 2-k$，………………………………………………………………………………10 分

要使得 $F(x)$ 有四个零点，则必有 $\begin{cases}F(x_1)=F(x_2)=2+\ln 2-k<0\\ F(1)=3-k>0\end{cases}$，解得 $2+\ln 2<k<3$，

而 $F\left(\mathrm{e}^{-3}\right)=2\mathrm{e}^{-3}\mathrm{e}^{1-\mathrm{e}^{-3}}-\ln\mathrm{e}^{-3}+\mathrm{e}^{-3}-k>3-k>0$，

$F(5)=10\mathrm{e}^{-4}-\ln 5+5-k>5-\ln 5-k>2-\ln 5>0$，

由零点存在定理可知：当 $2+\ln 2<k<3$ 时，$F(x)$ 有且仅有 4 个零点，即 $h(x)$ 有 4 个零点，

所以实数 k 的取值范围是 $(2+\ln 2,3)$. ……………………………………………………………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。