

考号

姓名

班级

学校

题
答
要
不
内
线
封
密

绝密★启用前



金太阳大联考

高三数学考试(理科)

(考试时间:120分钟 试卷满分:150分)

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}$, $B = \{y | y = \sqrt{x+1}\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $[-1, 2)$ B. $[0, 2)$ C. $[1, 2)$ D. $[0, 3)$

2. 设 $(1+i)z = 3+i$, 则 $|z| =$

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{7}$ C. 3 D. $\sqrt{10}$

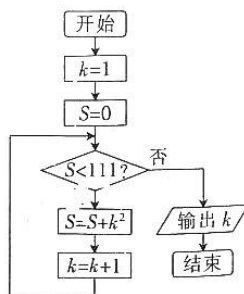
3. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作,书中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥,则直角圆锥侧面展开图的圆心角的弧度数为

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ C. $\sqrt{2}\pi$ D. $2\sqrt{2}\pi$

4. 设 $a = \log_5 3$, $b = e^{-1}$, $c = \log_{16} 9 \cdot \log_{27} 8$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $c < a < b$ B. $b < a < c$
C. $c < b < a$ D. $b < c < a$

5. 执行如图所示的程序框图,则输出的 k 的值是



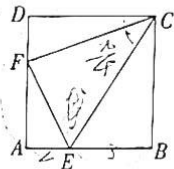
- A. 7 B. 8 C. 9 D. 11

6. 已知函数 $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$, 则 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上

- A. 单调递增 B. 单调递减
C. 先增后减 D. 先减后增

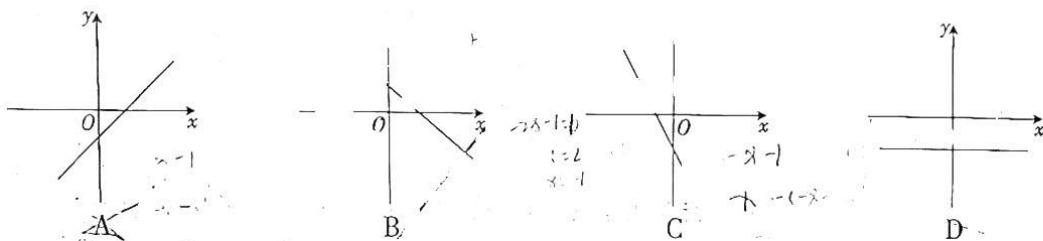
7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比的平方不为 1, $b_n \in \mathbf{N}^*$, 则“ $\{a_{b_n}\}$ 是等比数列”是“ $\{b_n\}$ 是等差数列”的
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

8. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是边 AB, AD 上的点, $3AE=2BE, \angle ECF = \frac{\pi}{4}$, 则



- A. $AD = \frac{3}{2}DF$
B. $AD = 2DF$
C. $AD = 3DF$
D. $AD = 4DF$

9. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x) - f(x) = 1$, 则 $y = f(x)$ 的图象不可能为



10. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 若三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $3\sqrt{3}$, 则该三棱柱外接球表面积的最小值为
- A. 12π
B. 6π
C. 16π
D. 8π

11. 存在函数 $f(x)$ 满足对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(g(x)) = x$, 给出下列四个函数:

① $g(x) = \cos x$, ② $g(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$, ③ $g(x) = x^3 - x$, ④ $g(x) = e^x - e^{-x}$.

则函数 $g(x)$ 不可能为

- A. ①③
B. ①②
C. ①③④
D. ①②④

12. 设双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F, M(0, 3b)$, 若直线 l 与 E 的右支交于 A, B 两点, 且 F 为 $\triangle MAB$ 的重心, 则直线 l 斜率的取值范围为

- A. $(\frac{\sqrt{13}}{3}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
B. $(\frac{2\sqrt{13}}{9}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
C. $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (-\sqrt{6}, -\frac{2\sqrt{13}}{9})$
D. $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (-\sqrt{6}, -\frac{2\sqrt{13}}{3})$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知单位向量 a, b, c 满足 $a + b + 2c = 0$, 则 $a \cdot b =$ \blacktriangle .

14. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a \cos(B-C) + a \cos A = 2\sqrt{3}c \sin B \cos A$, $b^2 + c^2 - a^2 = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 \blacktriangle .

15. 现有 6 个三好学生名额, 计划分到三个班级, 则恰有一个班没有分到三好学生名额的概率为 \blacktriangle .

16. 在正四棱锥 $S-ABCD$ 中, M 为 SC 的中点, 过 AM 作截面将该四棱锥分成上、下两部分, 记上、下两部分的体积分别为 V_1, V_2 , 则 $\frac{V_2}{V_1}$ 的最大值是 \blacktriangle .

三、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \dots + (2n-1)a_n = n$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)已知 $c_n = \begin{cases} \frac{1}{19a_n}, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n a_{n+2}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 求数列 $\{c_n\}$ 的前 20 项和.

18. (12 分)

某学校食堂中午和晚上都会提供 A, B 两种套餐(每人每次只能选择其中一种), 经过统计分析发现: 学生中午选择 A 类套餐的概率为 $\frac{2}{3}$, 选择 B 类套餐的概率为 $\frac{1}{3}$; 在中午选择 A 类套餐的前提下, 晚上还选择 A 类套餐的概率为 $\frac{1}{4}$, 选择 B 类套餐的概率为 $\frac{3}{4}$; 在中午选择 B 类套餐的前提下, 晚上选择 A 类套餐的概率为 $\frac{1}{2}$, 选择 B 类套餐的概率为 $\frac{1}{2}$.

(1)若同学甲晚上选择 A 类套餐, 求同学甲中午也选择 A 类套餐的概率;

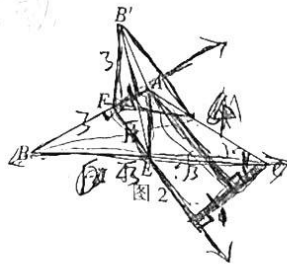
(2)记某宿舍的 4 名同学在晚上选择 B 类套餐的人数为 X , 假设每名同学选择何种套餐是相互独立的, 求 X 的分布列及数学期望.

19. (12 分)

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$, E 为 BC 的中点, F 为 AB 上一点, 且 $EF \perp AB$. 现将 $\triangle BEF$ 沿 EF 翻折到 $\triangle B'EF$, 如图 2.

(1)证明: $EF \perp AB'$.

(2)已知二面角 $B'-EF-A$ 为 $\frac{\pi}{3}$, 在棱 AC 上是否存在点 M , 使得直线 BC 与平面 $B'MF$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$? 若存在, 确定 M 的位置; 若不存在, 请说明理由.



【高三数学 第 3 页(共 4 页)理科】

4001C

· HEN ·

20. (12分)

已知 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点, 且 $P(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上, PF 垂直于 x 轴.

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 过点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B (异于点 P) 两点, D 为直线 l 上一点. 设直线 PA, PD, PB 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 若 $k_1 + k_3 = 2k_2$, 证明: 点 D 的横坐标为定值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = ae^x - bx - c (0 < a < 1, b > 0)$.

(1) 若 $a = b$, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点, 且 $x_1 > x_2$, 证明: $\frac{e^{x_1}}{a} + \frac{e^{x_2}}{1-a} > \frac{4b}{a}$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta + 2, \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 过原点, 且

倾斜角为 α . 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C 和直线 l 的极坐标方程;

(2) 已知曲线 C 与直线 l 交于 A, B 两点, 若 $|OA| + |OB| = 3$, 求直线 l 的直角坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x|$.

(1) 求不等式 $f(x) < 2x - 1$ 的解集;

(2) 已知函数 $g(x) = 2f(x) + |2x - 1|$ 的最小值为 m , 且 a, b, c 都是正数, $a + 2b + c = m$, 证

明: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \geq 4$.

密
封
线
内
不
要
答
题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线