

# 2020 届普通高中教育教学质量监测考试

## 全国 I 卷 文科数学

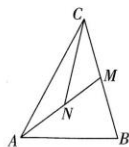
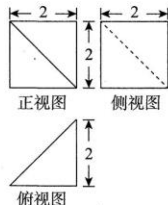
注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟.
5. 考试范围:高考全部内容.

### 第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x \cdot \ln(x+3) = 0\}$ , 则  $A \cup B =$   
 A.  $\{-1, 0, 1\}$  B.  $\{-2, -1, 1\}$  C.  $\{-2, 0, 1\}$  D.  $\{-2, -1, 0, 1\}$
2. 设  $\bar{z}$  是复数  $z$  的共轭复数,若  $\bar{z} \cdot i = 1 + i$ , 则  $z \cdot \bar{z} =$   
 A.  $\sqrt{2}$  B. 2 C. 1 D. 0
3. 下列函数中,既不是奇函数,也不是偶函数的是  
 A.  $y = x \sin x$  B.  $y = x \ln x$   
 C.  $y = x \cdot \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  D.  $y = x \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$
4. 数列  $\{a_n\}$  是等比数列,  $S_n$  是其前  $n$  项和,  $a_n > 0$ ,  $a_2 + a_3 = 4$ ,  $a_3 + 3a_4 = 2$ , 则  $S_5 =$   
 A.  $\frac{28}{3}$  B. 12 C.  $\frac{38}{3}$  D. 13
5. 已知一个几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为  
 A.  $\frac{4}{3}$  B. 2  
 C.  $\frac{8}{3}$  D.  $\frac{10}{3}$
6. 已知函数  $f(x) = 2\cos^2 x - \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ , 则下列结论正确的个数是  
 ① 函数  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$ ;  
 ② 函数  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{\pi}{3}]$  上单调递增;  
 ③ 函数  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值为 2;  
 ④ 函数  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称.  
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
7. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 2$ ,  $AC = 3$ ,  $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ ,  $M, N$  分别为  $BC, AM$  的中点,则  $\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{AB} =$   
 A. -2 B.  $-\frac{3}{4}$   
 C.  $-\frac{5}{4}$  D.  $\frac{5}{4}$



8. 改编自中国神话故事的动画电影《哪吒之魔童降世》自 7 月 26 日首映,在不到一个月的时间,票房收入就超过了 38 亿元,创造了中国动画电影的神话.小明和同学相约去电影院观看《哪吒之魔童降世》,影院的三个放映厅分别在 7:30,8:00,8:30 开始放映,小明和同学大约在 7:40 至 8:30 之间到达影院,且他们到达影院的时间是随机的,那么他们到达后等待的时间不超过 10 分钟的概率是

- A.  $\frac{1}{3}$  B.  $\frac{1}{2}$  C.  $\frac{2}{5}$  D.  $\frac{3}{4}$

9. 已知函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax + a)$  在  $(\frac{1}{2}, +\infty)$  上为减函数,则实数  $a$  的取值范围是

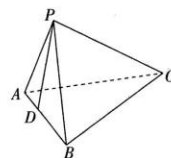
- A.  $(-\infty, 1]$  B.  $[-\frac{1}{2}, 1]$   
C.  $(-\frac{1}{2}, 1]$  D.  $(-\frac{1}{2}, +\infty)$

10. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 4x - 3y - 6 \leq 0 \\ 2x - 2y + 1 \geq 0 \\ x + 2y - 1 \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = |x - y + 1|$  的最大值为

- A. 2 B.  $\frac{24}{11}$  C.  $\frac{28}{11}$  D. 3

11. 如图所示,在三棱锥  $P-ABC$  中,  $AB \perp BC$ ,  $AB=3$ ,  $BC=2$ , 点  $P$  在平面  $ABC$  内的投影  $D$  恰好落在  $AB$  上,且  $AD=1$ ,  $PD=2$ , 则三棱锥  $P-ABC$  外接球的表面积为

- A.  $9\pi$  B.  $10\pi$   
C.  $12\pi$  D.  $14\pi$



12. 已知函数  $f(x) = \frac{x+a}{ax-1}$  ( $x > 0$ ), 若  $a = \sqrt{1-x^2} > 0$ , 则  $f(x)$  的取值范围是

- A.  $[-\sqrt{2}-1, -1)$  B.  $(-2\sqrt{2}, -1)$   
C.  $[-2\sqrt{2}, -1)$  D.  $(-\sqrt{2}-1, 0)$

## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 从一个有 53 名学生的班级中, 随机抽取 5 人去参加活动, 若采用系统抽样的方法抽取, 则班长被抽中的概率为\_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $f(x) = x^3 - 5x + a$ , 直线  $2x + y + b = 0$  与函数  $f(x)$  的图象相切,  $a, b$  为正实数, 则  $a + b$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 已知实数  $x, y$  满足  $y \geq 2x > 0$ , 则  $\frac{y}{x} + \frac{9x}{2x+y}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

16.  $F_1, F_2$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点, 过  $F_2$  作直线  $l \perp x$  轴, 交双曲线  $C$  于  $M, N$  两点, 若  $\angle MF_1N$  为锐角, 则双曲线  $C$  的离心率  $e$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ ,  $a^2 = b^2 + bc$ , 且  $\sin C + \tan B \cos C = 1$ .

(1) 求角  $A$ ;

(2)  $b = 2$ ,  $P$  为  $\triangle ABC$  所在平面内一点, 且满足  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{CP} = 0$ , 求  $BP$  的最小值, 并求  $BP$  取得最小值时  $\triangle APC$  的面积  $S$ .

18. (本小题满分 12 分)

双十一购物狂欢节,是指每年 11 月 11 日的网络促销日,源于淘宝商城(天猫)2009 年 11 月 11 日举办的网络促销活动,已成为中国电子商务行业的年度盛事.某生产商为了了解其生产的产品在不同电商平台的销售情况,统计了 A、B 两个电商平台各十个网络销售店铺的销售数据:

A 电商平台	64	71	81	70	79	69	82	73	75	60
B 电商平台	60	80	97	77	96	87	76	83	94	96

- (1)作出 A、B 两个电商平台销售数据的茎叶图,根据茎叶图判断哪个电商平台的销售更好,并说明理由;  
(2)填写下面关于店铺个数的  $2 \times 2$  列联表,并根据列联表判断是否有 95% 的把握认为销售量与电商平台有关;

	销售量 $> 80$	销售量 $\leq 80$	总计
A 电商平台			
B 电商平台			
总计			

- (3)生产商要从这 20 个网络销售店铺销售量前五名的店铺中,随机抽取三个店铺进行销售返利,则其中恰好有两个店铺的销售量在 95 以上的概率是多少?

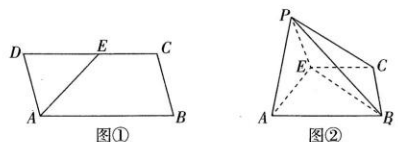
$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n=a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图①,平行四边形 ABCD 中,  $AB=4$ ,  $AD=2$ ,  $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ , E 为 CD 中点.将  $\triangle ADE$  沿 AE 折起,使平面  $ADE \perp$  平面 ABCE,得到如图②所示的四棱锥 P-ABCE.

- (1)求证:平面 PAE  $\perp$  平面 PBE;  
(2)求点 B 到平面 PEC 的距离.



20. (本小题满分 12 分)

动圆 P 过定点  $A(2,0)$ ,且在 y 轴上截得的弦 GH 的长为 4.

- (1)若动圆圆心 P 的轨迹为曲线 C,求曲线 C 的方程;  
(2)在曲线 C 的对称轴上是否存在点 Q,使过点 Q 的直线  $l'$  与曲线 C 的交点 S、T 满足  $\frac{1}{|QS|^2} + \frac{1}{|QT|^2}$  为定值?若存在,求出点 Q 的坐标及定值;若不存在,请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = ax + \frac{1}{x}$ ,  $g(x) = \frac{e^x}{x} - 1$ .

(1) 讨论函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的单调性;

(2) 若对任意的  $x \in (0, +\infty)$ ,  $f(x) < g(x)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的方框涂黑, 按所选题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分.

22. (本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \cos\theta \\ y = 1 + \sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 在以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴

为极轴的极坐标系中, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} = 0$ ,  $P$  为直线  $l$  上的任意一点.

(1)  $Q$  为曲线  $C$  上任意一点, 求  $P$ 、 $Q$  两点间的最小距离;

(2) 过点  $P$  作曲线  $C$  的两条切线, 切点为  $A$ 、 $B$ , 曲线  $C$  的对称中心为点  $C$ , 求四边形  $PACB$  面积的最小值.

23. (本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数  $f(x) = \sqrt{|x+2| + |x-1|} - a$ .

(1) 当  $a=4$  时, 求函数  $f(x)$  的定义域;

(2) 若函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 设  $a$  的最大值为  $s$ , 当正数  $m, n$  满足  $\frac{1}{2m+n} + \frac{2}{m+3n} = s$  时, 求  $3m+4n$  的最小值.

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

**温馨提示：**

全国中学大联考 2020 届高三下学期模考试题及答案汇总（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/202002/42364.html>