江西省八所重点中学2023届高三联考
文科数学试卷 2023.3

考试时间：120 分钟　分值：150 分

命题：广信中学 胡 鹏　宜春中学 钟 婷

注意事项：

1、答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2、选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3、非选择题的作答：用黑色墨水笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4、考试结束，监考员只需将答题卡收回装订。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知 $A=\left\{x\middle|x^2-2x-3>0\right\}$，$B=\left\{x\middle|\ln x>0\right\}$，则 $A\cap B=$（　）

A.$(1,+\infty)$　　B.$(3,+\infty)$　　C.$(1,3)$　　D.$(-\infty,-1)$

2．已知 i 为虚数单位，复数 $(1-2i)(a-i)(a\in R)$ 是实数，则 a 的值是（　）

A．2　　B．-2　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

3.设向量 $\vec{a}=(m,3)$，$\vec{b}=(1,2)$，$\vec{c}=\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)$.若 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{c}\right|$，则 $m=$（　）

A.1　　B.-1　　C.2　　D.-2

4．若 $l_1:x-my-1=0$ 与 $l_2:(m-2)x-3y+1=0$ 是两条不同的直线，则“$m=-1$”是“$l_1\parallel l_2$”的（　）

A．充要条件　　B．必要不充分条件

C．充分不必要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．已知 $\sin\left(24^\circ-\theta\right)=\frac{1}{3}$，则 $\cos\left(66^\circ+\theta\right)+\cos\left(228^\circ-2\theta\right)=$（　）

A.$\frac{2}{9}$　　B.$\frac{4}{9}$　　C.$-\frac{2}{9}$　　D.$-\frac{4}{9}$

6．$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.若 $\sin A\sin B\cos C=2\sin^2 C$，则 $\frac{a^2+b^2}{c^2}=$（　）

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

7.已知一组数据 $3x_1-1,3x_2-1,\cdots,3x_n-1$ 的方差为 1，则数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的方差为（　）

A.3　　B.1　　C.$\frac{1}{3}$　　D.$\frac{1}{9}$

8.设函数 $f(x)=\dfrac{2}{e^{x-1}-1}$，则（　　）

A. $f(x)$ 关于 $(0,-1)$ 对称　　　　B. $f(x)$ 关于 $(0,0)$ 对称

C. $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称　　　　D. $f(x)$ 关于 $(1,-1)$ 对称

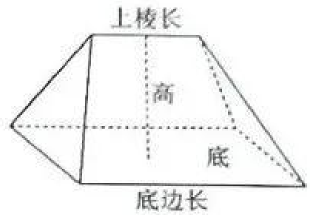
9. 刍(chú)甍(méng)是中国古代算数中的一种几何体，其结构特征是：底面为长方形，上棱和底面平行，且长度不等于底面平行的棱长的五面体，是一个对称的楔形体．已知一个刍甍底边长为6，底边宽为4，上棱长为2，高为2，则它的表面积是（　）

A. $24\sqrt{2}$

B. $24+24\sqrt{2}$

C. $24+24\sqrt{5}$

D. $24+16\sqrt{2}+8\sqrt{5}$



10. 已知 F_1、F_2 分别是双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，焦距为4，若过点 F_2 且倾斜角为 $\dfrac{\pi}{6}$ 的直线与该双曲线的左、右支分别交于 A,B 两点，$S_{\triangle ABF_1}=2S_{\triangle AF_1F_2}$，则该双曲线的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　　　B. $\sqrt{3}$　　　　C. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

11. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AA_1=1$，$BC=\sqrt{3}AC$，当该三棱柱体积最大时，其外接球的体积为（ ）

A. $\dfrac{20\sqrt{5}}{3}\pi$　　　　B. $\dfrac{5\sqrt{5}}{6}\pi$　　　　C. $\dfrac{4\sqrt{3}}{27}\pi$　　　　D. $\dfrac{5\sqrt{5}}{9}\pi$

12. 设 $a=0.1\cos 0.1$，$b=\sin 0.1$，$c=0.5\sin 0.2$，则（　）

A. $a<b<c$　　　　B. $c<a<b$　　　　C. $b<a<c$　　　　D. $a<c<b$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 x,y 满足条件 $\begin{cases}y-x\le 3\\2x+y\le 4\\y\ge 1\end{cases}$，则 $z=x+y$ 的最小值为________.

14. 在 $[0,\pi]$ 内任取一个数 x，满足 $\dfrac{1}{2}\le\sin x\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 的概率为________.

15. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l，点 $P(1,y_0)$ 在 C 上，过 P 作 l 的垂线，垂足为 Q，若 $\angle FPQ=120^\circ$，则 F 到 l 的距离为________.

16. 当 $x\ge 1$ 时，不等式 $ax-\sin(x-1)\ge \ln x+a$ 恒成立，则 a 的范围为________.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

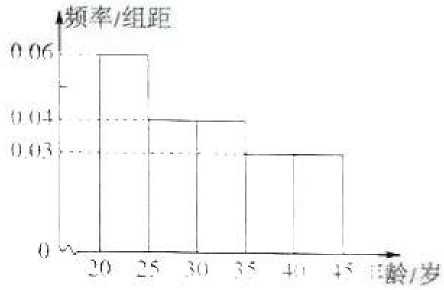
17.（本小题 12 分）已知 $n\in\mathbf{N}^*$，抛物线 $y=-x^2+n$ 与 x 轴正半轴相交于点 A. 设 a_n 为该抛物线在点 A 处的切线在 y 轴上的截距.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\dfrac{na_n}{2}$， 求证： $\dfrac{1}{b_1}+\dfrac{1}{b_2}+\cdots+\dfrac{1}{b_n}<2-\dfrac{1}{n}$（$n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\geq 2$）.

18.（本小题 12 分）实行“垃圾分类”能最大限度地减少垃圾处置量，实现垃圾资源利用，改善垃圾资源环境.2019 年下半年以来，全国各地区陆续出台了“垃圾分类”的相关管理条例.某部门在某小区年龄处于 [20,45] 岁的人中随机地抽取 x 人，进行了“垃圾分类”相关知识掌握和实施情况的调查，并把达到“垃圾分类”标准的人称为“环保族”，得到如图所示各年龄段人数的频率分布直方图和表中的统计数据.

组数	分组	“环保族”人数	占本组的频率
第一组	[20,25)	45	0.75
第二组	[25,30)	25	y
第三组	[30,35)	20	0.5
第四组	[35,40)	z	0.2
第五组	[40,45]	3	0.1



（1）求 x、y、z 的值；

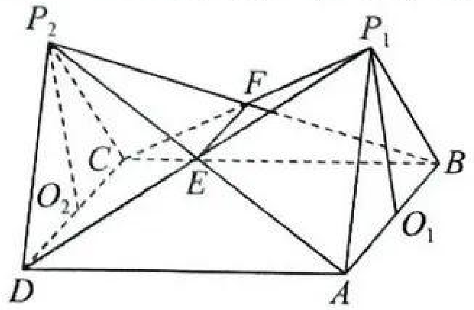
（2）根据频率分布直方图，估计这 x 人年龄的平均值（同一组数据用该区间的中点值代替，结果按四舍五入保留整数）；

（3）从年龄段在 [25,35) 的“环保族”中采取分层随机抽样的方法抽取 9 人进行专访，并在这 9 人中选取 2 人作为记录员，求选取的 2 名记录员中至少有 1 人年龄在 [30,35) 中的概率.

19. （本小题 12 分）已知两个四棱锥 P_1-ABCD 与 P_2-ABCD 的公共底面是边长为 4 的正方形，顶点 P_1，P_2 在底面的同侧，棱锥的高 $P_1O_1=P_2O_2=2$，O_1，O_2 分别为 AB,CD 的中点，P_1D 与 P_2A 交于点 E，P_1C 与 P_2B 交于点 F.

（1）求证：点 E 为线段 P_2A 的中点；

（2）求这两个棱锥的公共部分的体积.



20.（本小题 12 分）已知 F_1，F_2 是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点，离心率为 $\dfrac{1}{2}$，直线 $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$ 过右焦点 F_2.

（1）求椭圆 C 的方程

（2）过 F_2 的直线交椭圆 C 于 A,B 两点，$M(4,0)$，AM 交曲线 C 于 A_1，BM 交曲线 C 于 B_1，记直线 A_1B_1 AB 的斜率分别为 k_1、k_2，证明：$\dfrac{k_2}{k_1}$ 为定值.

21.（本小题 12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}ax^2+(2a-1)x-2\ln x$

（1）当 $a=2$ 时，求 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程

（2）当 $a>0$ 时，求证：$f(x)\geq 4-\dfrac{5}{2a}$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

已知曲线 $C:\begin{cases}x=\dfrac{4k}{1+k^2}\\ y=\dfrac{1-k^2}{1+k^2}\end{cases}$（k 为参数）和直线 $l:\begin{cases}x=1+t\cos\theta\\ y=\dfrac{1}{2}+t\sin\theta\end{cases}$（t 为参数）

（1）将曲线 C 的方程化为普通方程

（2）设直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点，且 $p\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$，若 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=\vec{0}$，求 AB 所在的直线方程.

23.（本小题 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x-3|+|x-2|$.

（1）求不等式 $f(x)\leq 3$ 的解集 M ；

（2）设 M 中的最小的数为 m，正数 a,b 满足 $a+b=3m$，求 $\dfrac{b^2+5}{a}+\dfrac{a^2}{b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。