2023—2024 学年度上学期高三年级一调考试

数学试卷

本试卷共 4 页,22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\left\{y\left|y=x-\frac{1}{x},x>0\right.\right\}$,$B=\{x\in\mathbf{N}||2x-3|\leqslant 1\}$,则 $A\cap B=$

A. $(1,2)$　　B. $[1,2)$　　C. $[1,2]$　　D. $(1,2]$

2. 命题"$\exists a\in\mathbf{R}$, $ax^2+1=0$ 有实数解"的否定是

A. $\forall a\in\mathbf{R}$, $ax^2+1\neq 0$ 有实数解

B. $\exists a\in\mathbf{R}$, $ax^2+1\neq 0$ 无实数解

C. $\forall a\in\mathbf{R}$, $ax^2+1=0$ 无实数解

D. $\exists a\in\mathbf{R}$, $ax^2+1\neq 0$ 有实数解

3. 已知 $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在 $(-\infty,4]$ 上是减函数,则 a 的取值范围是

A. $[-3,+\infty)$　　B. $(-\infty,-3]$　　C. $[3,+\infty)$　　D. $(-\infty,3]$

4. 已知 $a>1$,则 $a+\frac{16}{a-1}$ 的最小值是

A. 12　　B. 10　　C. 9　　D. 6

5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2ax-1, & x<2\\ \log_a(x-1)+2a, & x\geqslant 2\end{cases}$,则"$a\geqslant 2$"是"$f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增"的

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分又不必要条件

6. 已知正数 $a,b,c\in(1,+\infty)$,满足 $\frac{2a-1}{a-1}=2+\log_2 a$,$\frac{3b-2}{b-1}=3+\log_3 b$,$\frac{4c-3}{c-1}=4+\log_4 c$,则

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$　　C. $a<c<b$　　D. $c<a<b$

7. 国家新能源车电池衰减规定是在质保期内,电池的性能衰减不能超过 20%,否则由厂家免费为车主更换电池.某品牌新能源车动力电池容量测试数据显示:电池的性能平均每年的衰减率为 1.5%,该品牌设置的质保期至多为(参考数据:lg 2≈0.301 0,lg 985≈2.993 4)

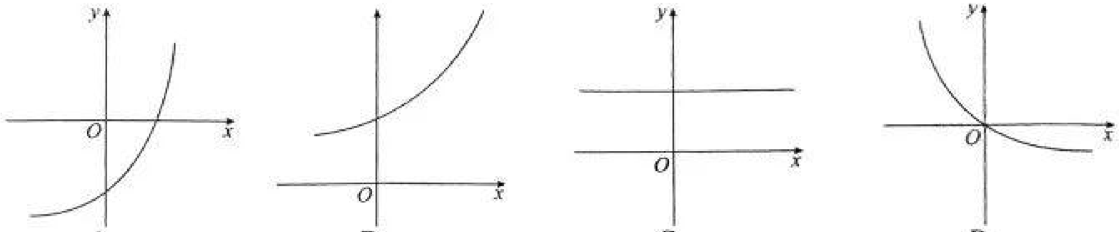
A. 12 年　　B. 13 年　　C. 14 年　　D. 15 年

8. 已知实数 $a>0,b>0$,且满足 $(a-1)^3+(b-1)^3\geqslant 3(2-a-b)$ 恒成立,则 a^2+b^2 的最小值为

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{1}{4}$　　D. 4

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 已知 $a>0$，则函数 $f(x)=a^x-2a$ 的图象可能是



A.　　B.　　C.　　D.

10. 由无理数引发的数学危机一直延续到19世纪，直到1872年，德国数学家戴德金从连续性的要求出发，用有理数的"分割"来定义无理数(史称戴德金分割)，并把实数理论建立在严格的科学基础上，才结束了无理数被认为"无理"的时代，也结束了持续2000多年的数学史上的第一次大危机. 所谓戴德金分割，是指将有理数集 Q 划分为两个非空的子集 M 与 N，且满足 $M\cup N=Q$，$M\cap N=\varnothing$，M 中的每一个元素都小于 N 中的每一个元素，则称 (M,N) 为戴德金分割. 试判断下列选项中，可能成立的是

A. $M=\{x|x<0\}$，$N=\{x|x>0\}$ 是一个戴德金分割

B. M 没有最大元素，N 有一个最小元素

C. M 有一个最大元素，N 有一个最小元素

D. M 没有最大元素，N 也没有最小元素

11. 已知 a，b 为不相等的正实数，满足 $a+\frac{1}{a}=b+\frac{1}{b}$，则

A. $a+b>2$　　　　B. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{8}{a+b}\geq 4\sqrt{2}$

C. $\frac{b}{a}+\frac{16}{b}\geq 8$　　　　D. $\frac{8a}{a}-\frac{b}{+1}$ [illegible] 4

12. 某同学根据著名数学家牛顿的物体冷却模型：若物体原来的温度为 θ_0(单位：℃)，环境温度为 θ_1($\theta_1<\theta_0$，单位：℃)，物体的温度冷却到 θ($\theta>\theta_1$，单位：℃)需用时 t(单位：分钟)，推导出函数关系为 $t=f(\theta)=\frac{1}{k}[\ln(\theta_0-\theta_1)-\ln(\theta-\theta_1)]$，$k$ 为正常数. 现有一壶开水(100℃)放在室温为20℃的房间里，根据该同学推出的函数关系研究这壶开水冷却的情况，则(参考数据：$\ln 2\approx 0.7$)

A. 函数关系 $\theta=\theta_1+(\theta_0-\theta_1)e^{kt}$ 也可作为这壶外水的冷却模型

B. 当 $k=\frac{1}{20}$ 时，这壶开水冷却到40℃大约需要28分钟

C. 若 $f(60)=10$，则 $f(30)=30$

D. 这壶水从100℃冷却到70℃所需时间比从70℃冷却到40℃所需时间短

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 集合 $\{(x,y)|x^2+y^2<2, x\in\mathbf{Z}, y\in\mathbf{Z}\}$ 的真子集个数是________.

14. 请写出一个同时符合以下条件的函数：________.

①$f(x)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$；　　②$f(x)$ 是偶函数且在 $[0,+\infty)$ 上单调递减；

③$f(x)$ 的值域为 $(-\infty,0]$.

15. 给出以下四个条件：①$ab>0$；②$a>0$ 或 $b>0$；③$a+b>2$；④$a>0$ 且 $b>0$. 其中可以作为“若 $a,b\in\mathbf{R}$，则 $a+b>0$”的一个充分而不必要条件的是______.

16. 设 $x,y\in\mathbf{R}$ 且满足 $\begin{cases}(x-1)^{2\,023}+2\,023x=2\,022\\(y-1)^{2\,023}+2\,023y=2\,024\end{cases}$，则 $x+y=$______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

集合 $A=\{x\mid 2x^2-ax-3<0\}$，$B=\{x\mid ax-1=0\}$.

(1) 若 $a=1$，求 $A\cap \complement_{\mathbf{R}}B$；

(2) 若 $A\cap B\neq\varnothing$，求 a 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a^x-k\cdot a^{-x}$（$a>0$，且 $a\neq1$）是奇函数，且 $f(1)=\frac{3}{2}$.

(1) 求 a，k 的值；

(2) 若对于 $\forall x\in[1,2]$，不等式 $f(2x)-mf(x)>0$ 成立，求 m 的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

设 $y=ax^2+(1-a)x+a-2$.

(1) 命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $y<-2$ 成立. 若 p 为假命题，求实数 a 的取值范围；

(2) 解关于 x 的不等式 $ax^2+(1-a)x+a-2<a-1$（$a\in\mathbf{R}$）.

20.（本小题满分 12 分）

为进一步奏响“绿水青山就是金山银山”的主旋律，某旅游风景区以“绿水青山”为主题，特别制作了旅游纪念章，并决定近期投放市场. 根据市场调研情况，预计每枚纪念章的市场价 y（单位：元）与上市时间 x（单位：天）的数据如下表.

上市时间 x/天	2	6	32
市场价 y/元	148	60	73

（1）根据上表数据，从①$y=\dfrac{a}{x}+b(a\neq 0)$，②$y=a\log_b x\,(a\neq 0,b>0$，且 $b\neq 1)$，③$y=ax+\dfrac{b}{x}$ $(a>0,b>0)$ 中选取一个恰当的函数描述每枚纪念章的市场价 y 与上市时间 x 的变化关系（无需说明理由），并求出该函数的解析式；

（2）利用你选取的函数，求该纪念章市场价最低时的上市天数及每枚纪念章的最低市场价.

21.（本小题满分 12 分）

小云家后院闲置的一块空地是扇形 AOB，计划在空地挖一个矩形游泳池（图中阴影部分），有如下两个方案可供选择，经测量，$\angle AOB=$ [illegible]，$OA=2$，试比较两种方案，哪一种方案游泳池面积 S 的最大值更大，并求出该最大值.

方案1　　　　方案2

22.（本小题满分 12 分）

设 $f(x)=\log_a g(x)\,(a>0$ 且 $a\neq 1)$.

（1）若 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$，且满足 $f(x)>1$，求 x 的取值范围；

（2）若 $g(x)=ax^2-x$，是否存在 a 使得 $f(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$ 上是增函数？如果存在，说明 a 可以取哪些值；如果不存在，请说明理由；

（3）定义在 $[p,q]$ 上的一个函数 $m(x)$，用分法 T：$p=x_0<x_1<\cdots<x_{i-1}<x_i<\cdots<x_n=q$，将区间 $[p,q]$ 任意划分成 n 个小区间，如果存在一个常数 $M>0$，使得不等式 $|m(x_1)-m(x_0)|+|m(x_2)-m(x_1)|+\cdots+|m(x_i)-m(x_{i-1})|+\cdots+|m(x_n)-m(x_{n-1})|\leqslant M$ 恒成立，则称函数 $m(x)$ 为在 $[p,q]$ 上的有界变差函数. 试判断函数 $f(x)=\log_4(4x^2-x)$ 是否为在 $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$ 上的有界变差函数？若是，求 M 的最小值；若不是，请说明理由.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线