

## 山西省吕梁市三模(数学 B 卷及答案)

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合  $A = \{x | x^2 < 2x\}$ ,  $B = \{x | y = \sqrt{1-x}\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $(0, 1)$  B.  $(0, 1]$   
 C.  $(0, 2)$  D.  $(1, 2)$
- 已知复数  $z$  满足  $(1-i)(z-2i) = 2i$ , 则  $z$  的虚部为  
 A. 3 B.  $3i$  C.  $-1$  D.  $-i$
- 若双曲线  $C$  的一条渐近线的方程为  $x+2y=0$ , 则下列选项中不可能为双曲线  $C$  的方程的是  
 A.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  B.  $\frac{y^2}{8} - \frac{x^2}{2} = 1$   
 C.  $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$  D.  $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{12} = 1$
- 已知向量  $a, b$  满足  $a = (1, \lambda)$ ,  $b + 2a = (1, -3)$ , 且  $a \perp b$ , 则实数  $\lambda =$   
 A. 1 或  $\frac{1}{2}$  B.  $-1$  或  $\frac{1}{2}$   
 C. 1 或  $-\frac{1}{2}$  D.  $-1$  或  $-\frac{1}{2}$
- 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+3) = -f(x)$ ,  $g(x) = f(x) - 2$  为奇函数, 则  $f(198) =$   
 A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- 已知  $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ , 则  $\frac{\sqrt{2} \sin 8^\circ + \cos 53^\circ}{\sqrt{2} \cos 8^\circ - \sin 53^\circ}$  的近似值为  
 A.  $\frac{3}{4}$  B.  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  C.  $\frac{4}{3}$  D.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
- 在一节数学研究性学习的课堂上,老师要求大家利用超级画板研究空间几何体的体积,步骤如下:第一步,绘制一个三角形;第二步,将所绘制的三角形绕着三条边各自旋转一周得到三个空间几何体;第三步,测算三个空间几何体的体积。若小明同学绕着  $\triangle ABC$  的三条边  $AB, BC, AC$  旋转一周所得到的空间几何体的体积分别为  $2, \frac{8}{3}, 4$ , 则  $\cos \angle BAC =$   
 A.  $-\frac{1}{4}$  B.  $\frac{7}{8}$  C.  $\frac{5}{16}$  D.  $\frac{11}{16}$

数学 第 1 页(共 4 页)

1

8. 若  $a = e^{0.7}$ ,  $b = \frac{\ln(3.5e^2)}{2}$ ,  $c = \frac{\sqrt{14}}{2}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为

- A.  $c > b > a$
- B.  $b > a > c$
- C.  $a > c > b$
- D.  $b > c > a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知某校高二男生的身高  $X$  (单位: cm) 服从正态分布  $N(175, 16)$ , 且  $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$ , 则

- A. 该校高二男生身高的方差为 4
- B. 该校高二男生的平均身高是 175 cm
- C. 该校高二男生中身高超过 183 cm 的人数超过总数的 3%
- D. 从该校高二男生中任选一人, 身高超过 180 cm 的概率与身高不超过 170 cm 的概率相等

10. 已知函数  $f(x) = e^{2x} - 2e^x - 12x$ , 则下列说法正确的是

- A. 曲线  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处的切线与直线  $x + 12y = 0$  垂直
- B.  $f(x)$  在  $(2, +\infty)$  上单调递增
- C.  $f(x)$  的极小值为  $3 - 12\ln 3$
- D.  $f(x)$  在  $[-2, 1]$  上的最小值为  $3 - 12\ln 3$

11. 已知点  $P(m, n)$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  上的动点, 点  $Q(a, 0)$  ( $a > 0$  且  $a \neq \sqrt{3}$ ), 则  $|PQ|$  最小时,  $m$  的值可能是

- A.  $-1$
- B.  $\sqrt{3}$
- C.  $a$
- D.  $3a$

12. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0$ ,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ), 满足  $f(x) = f(-\frac{\pi}{6} - x)$ ,  $f(\frac{5\pi}{12}) = 0$ , 且在  $(\frac{\pi}{18}, \frac{2\pi}{9})$  上单调, 则  $\omega$  的取值可能为

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 7

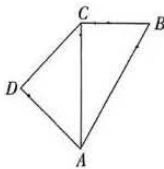
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, a = |x_0| + 1$ ”为真命题, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_ (用区间表示)

14. 已知直线  $l: 2x - y - 2 = 0$  被圆  $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y + m = 0$  截得的线段长为  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

15. 2023 年 9 月第 19 届亚运会将在杭州举办, 在杭州亚运会三馆(杭州奥体中心的体育馆、游泳馆和综合训练馆)对外免费开放预约期间, 将含甲、乙在内的 5 位志愿者分配到这三馆负责接待工作, 每个场馆至少分配 1 位志愿者, 且甲、乙分配到同一个场馆, 则甲分配到游泳馆的概率为\_\_\_\_\_.

16. 在平面四边形  $ABCD$  中,  $AD = CD = \sqrt{3}$ ,  $\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ , 现将  $\triangle ADC$  沿着  $AC$  折起, 得到三棱锥  $D-ABC$ , 若二面角  $D-AC-B$  的平面角为  $135^\circ$ , 则三棱锥  $D-ABC$  的外接球表面积为\_\_\_\_\_.



数学 第 2 页 (共 4 页)

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分) 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $2S_n = 3^n - 2n - 1$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = \frac{2 \cdot 3^n}{a_{n+1}a_{n+2}}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (12分) 数据显示中国车载音乐已步入快速发展期, 随着车载音乐的商业化模式进一步完善, 市场将持续扩大, 下表为2018—2022年中国车载音乐市场规模(单位:十亿元), 其中年份2018—2022对应的代码分别为1—5.

年份代码 $x$	1	2	3	4	5
车载音乐市场规模 $y$	2.8	3.9	7.3	12.0	17.0

(1) 由上表数据知, 可用指数函数模型  $y = a \cdot b^x$  拟合  $y$  与  $x$  的关系, 请建立  $y$  关于  $x$  的回归方程 ( $a, b$  的值精确到0.1);

(2) 综合考虑2023年及2024年的经济环境及疫情等因素, 某预测公司根据上述数据求得  $y$  关于  $x$  的回归方程后, 通过修正, 把  $b - 1.3$  作为2023年与2024年这两年的年平均增长率, 请根据2022年中国车载音乐市场规模及修正后的年平均增长率预测2024年中国车载音乐市场规模.

参考数据:

$\bar{v}$	$\sum_{i=1}^5 x_i v_i$	$e^{0.524}$	$e^{0.472}$
1.94	33.82	1.7	1.6

其中  $v_i = \ln y_i, \bar{v} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 v_i$ .

参考公式: 对于一组数据  $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$ , 其回归直线  $\hat{v} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}u$  的斜率和截距的最小二乘

估计公式分别为  $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i v_i - n\bar{u}\bar{v}}{\sum_{i=1}^n u_i^2 - n\bar{u}^2}$ ;  $\hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{u}$ .

19. (12分) 在①  $3ab \sin C = 4 \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ; ②  $a(3 \sin B + 4 \cos B) = 4c$ , 这两个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 并加以解答.

已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , \_\_\_\_\_

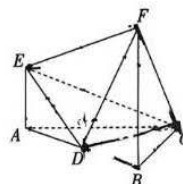
(1) 求  $\sin A$  的值;

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积为2,  $a = 4$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

注: 如选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

20. (12分) 如图, 在多面体  $ABCEF$  中,  $AE \perp$  平面  $ABC$ ,  $AE \parallel BF$ ,  $D$  为  $AB$  的中点.  $AC = BC = 2\sqrt{2}$ ,  $AB = BF = 4AE = 4$ .

- (1) 证明:  $DE \perp$  平面  $CDF$ ;  
(2) 求二面角  $E-CF-D$  的平面角的余弦值.



21. (12分) 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ ,  $A, B$  分别为  $C$  上两个不同的动点,  $O$  为坐标原点, 当  $\triangle OAB$  为等边三角形时,  $|AB| = 8\sqrt{3}$ .

- (1) 求  $C$  的标准方程;  
(2) 抛物线  $C$  在第一象限的部分是否存在点  $P$ , 使得点  $P$  满足  $\vec{PA} + \vec{PB} = 4\vec{PF}$ , 且点  $P$  到直线  $AB$  的距离为 2? 若存在, 求出点  $P$  的坐标及直线  $AB$  的方程; 若不存在, 请说明理由.

22. (12分) 已知函数  $f(x) = xe^x - a$ .

- (1) 讨论函数  $f(x)$  在  $[-2, 1]$  上的零点个数;  
(2) 当  $a = 0$  且  $x \in (-1, 0) \cup (0, +\infty)$  时, 记  $M(x) = \left[ \frac{f(x)}{x} - 1 \right] \cdot \frac{\ln(x+1)}{x^2}$ , 探究  $M(x)$  与 1 的大小关系, 并说明理由.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

