

泸县四中 2020 级高三第二次诊断性模拟考试

数 学 (文史类)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟。考试结束后, 请将答题卡交回。

第 I 卷 选择题 (60 分)

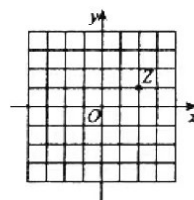
一. 选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | |x| \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$

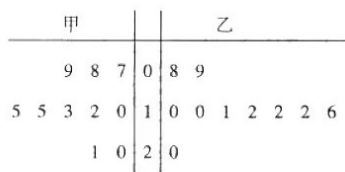
- A. $(-\infty, 2]$ B. $[-2, 2]$ C. $(1, 2]$ D. $[-2, 1)$

2. 图中网格纸的小正方形的边长是 1, 复平面内点 Z 所表示的复数 z 满足 $(z_1 - i) \cdot z = 1$, 则复数 $z_1 =$

- A. $-\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$ B. $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$ C. $\frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$ D. $-\frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$

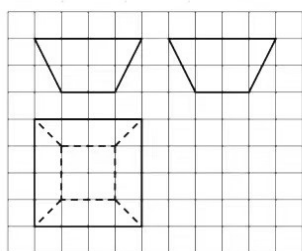


3. 甲、乙两台机床生产同一种零件, 根据两台机床每天生产零件的次品数, 绘制了如下茎叶图, 则下列判断错误的是



- A. 甲的平均数大于乙的平均数 B. 甲的众数大于乙的众数
C. 甲的方差大于乙的方差 D. 甲的性能优于乙的性能

4. 已知某几何体的三视图如图所示 (图中网格纸上小正方形边长为 1), 则该几何体的体积为

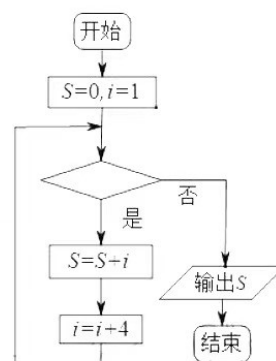


- A. $\frac{40}{3}$ B. 15 C. $\frac{56}{3}$ D. 20

5. 已知 α 是第四象限角, $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) =$

- A. -5 B. 5 C. -7 D. 7

6. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, 则“ $q > 1$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 在如图所示的计算 $1+5+9+\dots+2024$ 程序框图中, 判断框内应填入的条件是

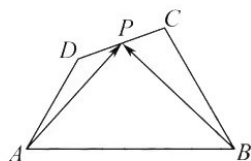


- A. $i \leq 2024?$ B. $i < 2024?$ C. $i < 2023?$ D. $i \leq 2$
8. 若函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ 在区间 $[a, b]$ 上是增函数, 且 $f(a) = -2$, $f(b) = 2$, 则函数 $g(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin x$ 在区间 $[a, b]$ 上.
- A. 是增函数 B. 是减函数
- C. 可以取得最大值 2 D. 可以取得最小值 -2
9. 已知 $\log_{18} 9 = a$, $18^b = 5$, 则 $\log_{45} 81 =$
- A. $-\frac{a}{a+b}$ B. $\frac{2-a}{ab}$ C. $\frac{2a}{a+b}$ D. $\frac{2-a}{a+b}$
10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 3$ 相切, 则双曲线的离心率为
- A. 2 B. 3 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$
11. 已知函数 $f(x) = \sqrt{4-x^2} + k(x-4)$ 有 2 个不同的零点, 则 k 的取值范围是
- A. $\left[0, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left[0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ C. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
12. 关于 x 的不等式 $ae^x + \ln \frac{a}{x-1} + 1 > 0$ 对任意 $x > 1$ 恒成立, 则 a 的取值范围是
- A. $(e, +\infty)$ B. $\left(\frac{1}{e^2}, +\infty\right)$ C. $\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, +\infty\right)$ D. $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$

第 II 卷 非选择题 (90 分)

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 曲线 $y = e^x \cos x$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 _____.
14. 已知平面向量 $\vec{a} = (3, -2)$, $\vec{b} = (2, \lambda)$, 若 $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$, 则 $\lambda =$ _____.
15. 已知正数 a, b 满足 $a+2b=2$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{8}{b}$ 的最小值为 _____.
16. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = 60^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $DA=3$, $AB=6$, $BC=4$, 点 P 是线段 DC 上的一个动点, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ 的最小值为 _____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必做题：共 60 分。

17. (12 分) 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 a_1, a_3, a_2+10 成等差数列， $S_3 - a_2 = 10$ 。

(1) 求 a_n 与 S_n ；

(2) 设 $b_n = \log_2(S_n + 2) \cdot a_n$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和记为 T_n ，求 T_n 。

18. (12 分) 为研制新冠肺炎的疫苗，某生物制品研究所将所研制的某型号疫苗用在小白鼠身上进行科研和临床试验，得到如下统计数据：

	未感染病毒	感染病毒	总计
未注射疫苗	40	p	x
注射疫苗	60	q	y
总计	100	100	200

现从未注射疫苗的小白鼠中任取 1 只，取到“感染病毒”的小白鼠的概率为 $\frac{3}{5}$ 。

(1) 能否有 99.5% 的把握认为注射此疫苗有效？

(2) 在感染病毒的小白鼠中，按未注射疫苗和注射疫苗的比例抽取 5 只进行病理分析，然后从这 5 只小白鼠中随机抽取 3 只对注射疫苗的情况进行核实，求恰有 1 只为注射过疫苗的概率。

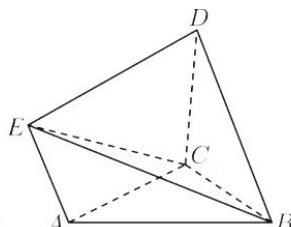
附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ， $n = a+b+c+d$ 。

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

19. (12 分) 如图，在几何体 $ABCDE$ 中， $\triangle ABC$ ， $\triangle BCD$ ， $\triangle CDE$ 均为边长为 2 的等边三角形，平面 $ABC \perp$ 平面 BCD ，平面 $CDE \perp$ 平面 BCD 。

(1) 求证： $AE \parallel BD$ ；

(2) 求点 B 到平面 ACE 的距离。



20. (12 分) 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ ，直线 $l: y = \frac{1}{2}x - 2$ ，过点 A, B 两点，

当 $AB \parallel l$ 时, P 为 AB 中点.

(1) 求 C 的方程;

(2) 作 $AA' \perp l$, $BB' \perp l$, 垂足分别为 A' , B' 两点, 若 $B'A'$ 与 AB' 交于 Q , 求证: $PQ \parallel AA' \parallel BB'$.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 + 2ax + b$, $f'(x)$ 是其导函数.

(1) 讨论 $f'(x)$ 的单调性;

(2) 对 $\forall x \in \mathbb{R}, (x-2) \cdot f(x) \geq 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

(二) 选做题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases}$, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立

极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2 \cos \theta$.

(1) 若曲线 C_1 方程中的参数是 α , 且 C_1 与 C_2 有且只有一个公共点, 求 C_1 的普通方程;

(2) 已知点 $A(0, 1)$, 若曲线 C_1 方程中的参数是 t , $0 < \alpha < \pi$, 且 C_1 与 C_2 相交于 P, Q 两个不同点, 求 $\frac{1}{|AP|} + \frac{1}{|AQ|}$

的最大值.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |3x + 2|$.

(1) 解不等式 $f(x) < 6 - |x - 2|$;

(2) 已知 $m + n = 4 (m, n > 0)$, 若 $|x - a| - f(x) \leq \frac{1}{m} + \frac{1}{n} (a > 0)$ 恒成立, 求函数 a 的取值范围.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线