宜宾市普通高中2020级高考适应性考试

数学(文史类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号. 回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

3. 本试卷满分150分,考试时间120分钟. 考试结束后,请将答题卡交回.

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合$P=\{x|0<\log_2 x<1\}$,$Q=\{x|x\leqslant 2\}$,则

A. $P\cap Q=\varnothing$　　B. $P\cup Q=\mathbf{R}$　　C. $P\subseteq Q$　　D. $Q\subseteq P$

2. 已知复数$z=3+4\mathrm{i}$,且$z+a\overline{z}=9-4\mathrm{i}$,其中$a$是实数,则

A. $a=-2$　　B. $a=2$　　C. $a=1$　　D. $a=3$

3. 抛掷一枚质地均匀的骰子一次,事件1表示"骰子向上的点数为奇数",事件2表示"骰子向上的点数为偶数",事件3表示"骰子向上的点数大于3",事件4表示"骰子向上的点数小于3"则

A. 事件1与事件3互斥　　B. 事件1与事件2互为对立事件

C. 事件2与事件3互斥　　D. 事件3与事件4互为对立事件

4. 已知p:$1<m<3$,q:$\dfrac{x^2}{m-1}+\dfrac{y^2}{3-m}=1$表示椭圆,则$p$是$q$的

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件　　C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知角α的终边上一点的坐标$(a,2)$,其中a是非零实数,则下列三角函数值恒为正的是

A. $\cos\alpha\tan\alpha$　　B. $\sin\alpha\cos\alpha$　　C. $\sin\alpha\tan\alpha$　　D. $\tan\alpha$

6. 已知数列$\{\dfrac{1}{2n-11}\}$的前n项和为S_n,则使得S_n最小时的n是

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

7. 已知两个平面α,β,两条直线l,m,则下列命题正确的是

A. 若$\alpha\perp\beta$,$l\subset\alpha$,则$l\perp\beta$

B. 若$l\subset\alpha$,$m\subset\beta$,$m\perp l$,则$\alpha\perp\beta$

C. 若$l\subset\alpha$,$m\subset\alpha$,$m//\beta$,$l//\beta$,则$\alpha//\beta$

D. 若l,m是异面直线,$l\subset\alpha$,$l//\beta$,$m\subset\beta$,$m//\alpha$,则$\alpha//\beta$

8. 若函数$f(x)=\begin{cases}(x-m)^2-2, & x<0\\ 2x^3-3x^2, & x\geqslant 0\end{cases}$的最小值是$-2$,则实数$m$的取值范围是

A. $m<0$　　B. $m\leqslant 0$　　C. $m>0$　　D. $m\geqslant 0$

9．已知点M是圆$C:(x-4)^2+y^2=4$上的一个动点，点N是直线$y=x$上除原点O外的任意一点，则向量$\overrightarrow{OM}$在向量$\overrightarrow{ON}$上的投影的最大值是

A．$2\sqrt{2}+2$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$3\sqrt{2}+2$　　D．$3\sqrt{2}$

10．已知曲线$C:y=\ln x$，直线$l:y=2x$，垂直于y轴的直线分别与C，l交于M,N两点，则$|MN|$的最小值是

A．$\frac{1-\ln 2}{2}$　　B．1　　C．$\frac{\sqrt{5}(1-\ln 2)}{5}$　　D．$\frac{1+\ln 2}{2}$

11．如图1，水平放置的正方体容器中注入了一定量的水，现将该正方体容器的一个顶点固定在地面上，使得DA，DB，DC三条棱与地面所成角均相等，此时水平面为HJK，如图2所示．若在图2中$\frac{DH}{DA}=\frac{1}{2}$，则在图1中$\frac{EF}{EG}=$

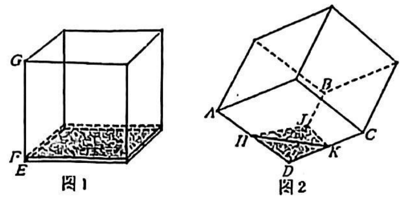


图1　　图2

A．$\frac{4}{27}$　　B．$\frac{1}{16}$　　C．$\frac{1}{12}$　　D．$\frac{1}{48}$

12．在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对边分别记为a,b,c，若$b=2a,c=2$，则$\triangle ABC$面积的最大值是

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\frac{4}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

二、填空题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分．

13．已知$\{a_n\}$为等比数列，若$a_2=-2,a_6=-8$，则$a_4=$________．

14．甲，乙，丙3名大学生分到A,B两个学校实习，每个学校至少分到1人，则甲，乙二人在同一个学校实习的概率是________．

15．音乐是由不同频率的声音组成的．若音1(do)的音阶频率为f，则简谱中七个音1(do)，2(re)，3(mi)，4(fa)，5(so)，6(la)，7(si)组成的音阶频率分别是f，$\frac{9}{8}f$，$\frac{81}{64}f$，$\frac{4}{3}f$，$\frac{3}{2}f$，$\frac{27}{16}f$，$\frac{243}{128}f$，其中后一个音阶频率与前一个音阶频率的比是相邻两个音的台阶．上述七个音的台阶只有两个不同的值，记为α，$\beta(\alpha>\beta)$，α称为全音，β称为半音，则$\lg\alpha^5+\lg\beta^2-\lg 2=$________．

16．已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左，右焦点分别为$F_1,F_2$，离心率为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，过$F_2$作渐近线的垂线交$C$于$A,B$两点，若$|AB|=3$，则$\triangle ABF_1$的周长为________．

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

(一)必做题：共60分．

17.（12分）

在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对边分别记为a,b,c，$\dfrac{\sin A}{1-\cos A}=\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$.

(1) 证明：$B=C$；

(2) 求$\dfrac{2a+b}{c}+\dfrac{1}{\cos B}$的最小值.

18.（12分）

近几年，在缺"芯"困局之下，国产替代的呼声愈发高涨，在国家的政策扶持下，国产芯片厂商呈爆发式增长．为估计某地芯片企业的营业收入，随机选取了10家芯片企业，统计了每家企业的研发投入(单位：亿)和营业收入(单位：亿)，得到如下数据：

样本号i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
研发投入x_i	2	2	4	6	8	10	14	16	18	20
营业收入y_i	14	16	30	38	50	60	70	90	102	130

并计算得$\sum\limits_{i=1}^{10}x_i=100$，$\sum\limits_{i=1}^{10}y_i=600$，$\sum\limits_{i=1}^{10}x_i^2=1400$，$\sum\limits_{i=1}^{10}y_i^2=49200$，$\sum\limits_{i=1}^{10}x_iy_i=8264$.

(1) 求该地芯片企业的研发投入与营业收入的样本相关系数r，并判断这两个变量的相关性强弱(若$0.30\leqslant|r|<0.75$，则线性相关程度一般，若$|r|\geqslant 0.75$，则线性相关程度较高，r精确到0.01)；

(2) 现统计了该地所有芯片企业的研发投入，并得到所有芯片企业的研发投入总和为268亿，已知芯片企业的研发投入与营业收入近似成正比．利用以上数据给出该地芯片企业的总营业收入的估计值.

附：相关系数$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，$\sqrt{33}\approx 5.745$.

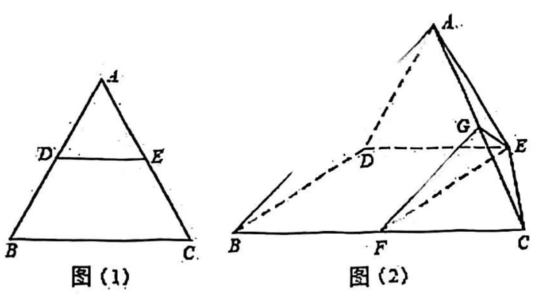
19.（12分）

如图(1)，在边长为4的正三角形ABC中，D，E分别为AB，AC中点，将ΔADE沿DE折起，使二面角$A-DE-B$为直二面角，如图(2)，连接AB,AC.

(1) 求四棱锥$A-BCED$的体积；

(2) 在图(2)中，过点E作平面EFG与平面ABD平行，分别交BC，AC于F，G.

求证：$EG\perp$平面ABC.



图(1)　图(2)

20．（12分）

已知点A在y轴右方，点B，点C的坐标分别为$(-1,0)$，$(1,0)$，直线AB，AC的斜率之积是3.

(1) 求点A的轨迹D的方程；

(2) 若抛物线$x^2=2py(p>0)$与点A的轨迹D交于E，F两点，判断直线EF是否过定点？若过定点，求出定点坐标；若不过定点，请说明理由.

21．（12分）

已知函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{a+1}{2}x^2+ax+1$.

(1) 讨论$f(x)$的单调性；

(2) 若$x_1,x_2\in[0,3]$，$|f(x_1)-f(x_2)|<\frac{27}{2}$，求实数$a$的取值范围.

(二) 选做题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题记分.

22．（10分）选修4－4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中，曲线E的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{2}+\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）．以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴，建立极坐标系，射线$l_1$：$\theta=\beta\left(-\frac{\pi}{4}<\beta<0\right)$与$E$交于$A$,$B$两点，射线$l_2$：$\theta=\beta+\frac{\pi}{4}$与$E$交于$C$,$D$两点.

(1) 求曲线E的极坐标方程；

(2) 求$\frac{|OC|+|OD|}{|OA|+|OB|}$的取值范围.

23．（10分）选修4－5：不等式选讲

已知函数$f(x)=2\sqrt{x^2+2ax+a^2}-2|x-b|(a>0,b>0)$的最大值为2.

(1) 求$a+b$的值；

(2) 证明：$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{4}{(3a+1)b}\geqslant 12$.