

2022~2023学年度第二学期联合体期末联考

高二数学参考答案

一、单选题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	A	C	B	D	C	D

二、多选题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

题号	9	10	11	12
答案	ABC	AD	ACD	ABD

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 30

14. e

15. $a_i = (2i+1)2^{i-1}$

16. $\frac{7}{9}, \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{4}$

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。

17.

(1) 完成 2×2 列联表如下：

	低学历	高学历	合计
不了解数字人民币	150	125	275
了解数字人民币	250	275	525
合计	400	400	800

…5 分

(2) 根据列联表得， $K^2 = \frac{800(150 \times 275 - 250 \times 125)^2}{400 \times 400 \times 275 \times 525} = \frac{800}{231} \approx 3.463 < 3.841$,

故没有 95% 的把握认为“是否了解数字人民币”与“学历高低”有关。

…10 分

18.

(1)

选①

当 $n=1$ 时， $a_1 = 1$

当 $n \geq 2$ 时， $a_1 + 2a_2 + \cdots + na_n = \frac{(2n-1) \cdot 3^n + 1}{4}$

$$a_1 + 2a_2 + \cdots + (n-1)a_{n-1} = \frac{(2n-3) \cdot 3^{n-1} + 1}{4}$$

上式相减得

$$na_n = \frac{(2n-1) \cdot 3^n + 1}{4} - \frac{(2n-3) \cdot 3^{n-1} + 1}{4} = n \cdot 3^{n-1}$$

$$a_n = 3^{n-1}, \text{ 显然 } a_1 = 1 \text{ 满足 } a_n = 3^{n-1}$$

$$\text{所以 } a_n = 3^{n-1} \quad n \in N^* \quad \cdots 6 \text{ 分}$$

选②

$$\text{当 } n=1 \text{ 时, } S_1 = \frac{1}{2}a_2 - \frac{1}{2}, \text{ 又 } a_2 = 3 \quad \text{所以 } a_1 = 1$$

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } S_n = \frac{1}{2}a_{n+1} - \frac{1}{2}$$

$$S_{n-1} = \frac{1}{2}a_n - \frac{1}{2}$$

上式相减得

$$S_n - S_{n-1} = \frac{1}{2}a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n \Rightarrow a_n = \frac{1}{2}a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 3, \text{ 又 } \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{所以 } \frac{a_{n+1}}{a_n} = 3 \quad n \in N^*$$

数列 $\{a_n\}$ 成等比数列

$$\text{所以 } a_n = 3^{n-1} \quad n \in N^* \quad \cdots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 令 } T_n = 1 + 3 \times 3 + 5 \times 3^2 + \cdots + (2n-1) \times 3^{n-1}$$

$$3T_n = 1 \times 3 + 3 \times 3^2 + 5 \times 3^3 + \cdots + (2n-1) \times 3^n$$

上式相减得

$$-2T_n = 1 + 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + \cdots + 2 \times 3^{n-1} - (2n-1) \times 3^n$$

$$-2T_n = 2(1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{n-1}) - 1 - (2n-1) \times 3^n$$

$$-2T_n = 2 \times \frac{1-3^n}{1-3} - 1 - (2n-1) \times 3^n$$

$$T_n = (n-1) \times 3^n + 1 \quad \cdots 12 \text{ 分}$$

19.

$$(1) \text{ 当 } a=0, f(x) = x - \ln x, x > 0, f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} = 0, \Rightarrow x=1,$$

$x \in (0,1)$, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减, $x \in (1,+\infty)$, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增,

$\therefore f(x)$ 的极小值为 $f(1)=1$, 无极大值 ...6 分

$$(2) f'(x) = 1 + \frac{2a}{x^2} - \frac{2a+1}{x}, \quad x > 0$$

$$= \frac{x^2 - (2a+1)x + 2a}{x^2}$$

$$= \frac{(x-2a)(x-1)}{x^2}$$

1° 当 $2a > 1$, 即 $a > \frac{1}{2}$ 时,

$$f'(x) > 0 \Rightarrow 0 < x < 1 \text{ 或 } x > 2a,$$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$, $(2a,+\infty)$ 上单调递增, 在 $(1,2a)$ 上单调递减

2° 当 $2a = 1$, 即 $a = \frac{1}{2}$ 时,

$f'(x) \geq 0$, $\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

3° 当 $0 < 2a < 1$, 即 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时,

$$f'(x) > 0 \Rightarrow 0 < x < 2a \text{ 或 } x > 1,$$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,2a)$, $(1,+\infty)$ 上单调递增, 在 $(2a,1)$ 上单调递减 ...12 分

20.

(1) 设 A_1 表示“甲球员出任前锋”, A_2 表示“甲球员出任中锋”, A_3 表示“甲球员出任后卫”, $\Omega = A_1 \cup A_2 \cup A_3$, B 表示“球队输掉某场比赛”, 则

$$P(A_1) = 0.1, P(A_2) = 0.5, P(A_3) = 0.4, P(B|A_1) = P(B|A_2) = 0.2, P(B|A_3) = 0.7,$$

$$\therefore P(B) = P(A_1B) + P(A_2B) + P(A_3B)$$

$$= P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)$$

$$= 0.1 \times 0.2 + 0.5 \times 0.2 + 0.4 \times 0.7$$

$$= 0.4$$

所以当甲球员参加比赛时, 该球队某场比赛输球的概率是 0.4 ...4 分

(2) 由 (1) 知, 球队输了某场比赛的条件下, 甲球员在这一场出任中锋的概率

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2B)}{P(B)} = \frac{P(B|A_2)P(A_2)}{P(B)} = \frac{0.5 \times 0.2}{0.4} = 0.25 \quad \text{...8 分}$$

(3) 由(1)知, 球队输了某场比赛的条件下, 甲球员在这一场出任前锋的概率

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1B)}{P(B)} = \frac{0.1 \times 0.2}{0.4} = 0.05,$$

球队输了某场比赛的条件下, 甲球员在这场出任后卫的概率

$$P(A_3|B) = \frac{P(A_3B)}{P(B)} = \frac{0.4 \times 0.7}{0.4} = 0.4,$$

$$\therefore P(A_1|B) < P(A_2|B) < P(A_3|B)$$

所以应该多让甲球员出任前锋来增加赢球场次

…12 分

21.

$$(1) 4S_n = a_n a_{n+1} + 1 \quad ①$$

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } 4S_{n-1} = a_{n-1} a_n + 1 \quad ②$$

$$①-② \text{ 得, } 4a_n = a_n a_{n+1} - a_{n-1} a_n, \text{ 显然 } a_n \neq 0, \therefore a_{n+1} - a_{n-1} = 4,$$

$$n=1 \text{ 时, } 4S_1 = a_1 a_2 + 1, \text{ 又 } a_1 = 1, \therefore a_2 = 3,$$

$$\therefore a_1, a_3, \dots, a_{2k-1} \dots \text{ 成等差数列, } a_{2k-1} = a_1 + (k-1) \times 4 = 4k-3 = 2(2k-1)-1,$$

$$a_2, a_4, \dots, a_{2k} \dots \text{ 成等差数列, } a_{2k} = a_2 + (k-1) \times 4 = 4k-1 = 2(2k)-1,$$

$$\therefore a_n = 2n-1$$

…6 分

$$(2) b_n = \frac{(-1)^n n}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{4} (-1)^n \left(\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1} \right),$$

当 n 为偶数时,

$$\begin{aligned} T_n &= \frac{1}{4} \left[\left(-1 - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) + \left(-\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1} \right) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2n+1} - 1 \right) \quad \text{为递减} \\ \therefore T_n &\leq T_2 = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

当 n 为奇数时,

$$\begin{aligned} T_n &= T_{n-1} + b_n \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2n-1} - 1 \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(-1 - \frac{1}{2n+1} \right) < -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

而 $-\frac{1}{4} < -\frac{1}{5}$, $\therefore T_n$ 存在最大值, 且最大值为 $-\frac{1}{5}$ …12 分

22.

(1) 当 $a=1$ 时, $f(x) = x^2 + 2\cos x - 2$, $x \in (0, 2\pi)$

$$f'(x) = 2x - 2\sin x,$$

$$\text{令 } g(x) = x - \sin x, \quad g'(x) = 1 - \cos x \geq 0,$$

$\therefore g(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 上为增函数, $g(x) > g(0) = 0$, 即 $f'(x) > 0$,

$\therefore f(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 上为增函数,

$$\therefore f(0) < f(x) < f(2\pi), \text{ 即 } 0 < f(x) < 4\pi^2 \quad \text{…5 分}$$

(2) $\because f(-x) = f(x)$, $\therefore f(x)$ 为偶函数,

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0, +\infty), f(x) \geq 0$$

$$f'(x) = 2ax - 2\sin x, \quad x \geq 0, \quad \text{令 } h(x) = ax - \sin x, \quad x \geq 0,$$

$$h'(x) = a - \cos x,$$

① 当 $a \geq 1$ 时,

$$h'(x) \geq 0, \quad h(x) \text{ 在 } [0, +\infty) \text{ 为增函数, } h(x) \geq h(0) = 0,$$

$\therefore f'(x) \geq 0$, 即 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数,

$$f(x) \geq f(0) = 0 \text{ 满足条件}$$

② 当 $a \leq 0$ 时, $f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi^2}{4}a - 2 < 0$ 显然不满足条件

③ 当 $0 < a < 1$ 时,

$$h'(x) = 0, \quad \cos x = a, \quad \text{若 } x \in (0, \frac{\pi}{2}), \text{ 则存在 } x_0 \text{ 使 } \cos x_0 = a,$$

$$x \in (0, x_0) \text{ 时, } h'(x) < 0, \quad h(x) \text{ 为减函数, } h(x) < h(0) = 0, \text{ 即 } f'(x) < 0,$$

$\therefore f(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递减, $f(x) < f(0) = 0$, 不满足条件,

综上所述, a 的取值范围是 $[1, +\infty)$ …12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线