耀正优$^{+}$2023届高三12月阶段检测联考

数　学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x\mid x-2>0\}$，$B=\{x\mid x^2-3x+2\leqslant 0\}$，则 $A\cup B=$

A. $[1,2]$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $[2,+\infty)$　　D. $(2,+\infty)$

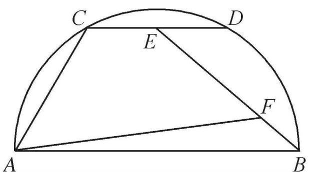
2. 已知复数 z 在复平面内对应的点为 $(3,-1)$，则 $\dfrac{\overline{z+1}}{z}=$

A. $\dfrac{11}{10}+\dfrac{7}{10}\mathrm{i}$　　B. $\dfrac{11}{10}-\dfrac{7}{10}\mathrm{i}$　　C. $-\dfrac{11}{10}+\dfrac{7}{10}\mathrm{i}$　　D. $-\dfrac{11}{10}-\dfrac{7}{10}\mathrm{i}$

3. 从编号为1，2，…，8的8个形状大小都相同的球中任取3个，则所取3个球的最小编号是4的概率为

A. $\dfrac{1}{14}$　　B. $\dfrac{3}{28}$　　C. $\dfrac{1}{7}$　　D. $\dfrac{5}{28}$

4. 如图，C,D 是以 AB 为直径的半圆圆周上的两个三等分点，E 为线段 CD 的中点，F 为线段 BE 上靠近 B 的一个四等分点，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{AF}=$



A. $\dfrac{5}{8}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　B. $\dfrac{5}{4}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{b}$

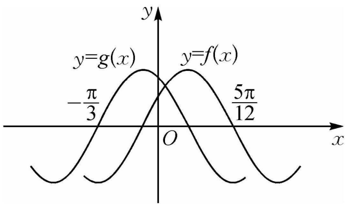
C. $\dfrac{13}{16}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{4}\boldsymbol{b}$　　D. $\dfrac{13}{8}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{4}\boldsymbol{b}$

5. 意大利著名数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时，发现有这样一列数：1，1，2，3，5，…，从第三项起，每个数都等于它前面两个数的和，即 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，后来人们把这样的一列数组成的数列 $\{a_n\}$ 称为“斐波那契数列”．设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，记 $a_{2\,023}=m$，$a_{2\,024}=n$，则 $S_{2\,023}=$

A. $m+n-2$　　B. $m+n$

C. $m+n-1$　　D. $m+n+1$

6. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$与函数 $y=g(x)$的部分图象如图所示，且函数 $f(x)$的图象可由函数 $g(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度得到，则 $g(x)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$上的最大值为

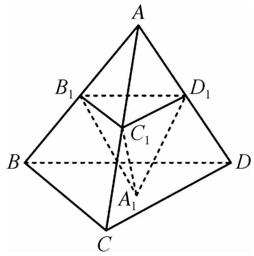


A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 已知 $a=\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$，$b=\tan\frac{3}{2}$，$c=\frac{18}{4\log_5 6+9\log_6 5}$，则

A. $a>c>b$　　B. $b>c>a$　　C. $a>b>c$　　D. $b>a>c$

8. 如图，在棱长为 a 的正四面体 $ABCD$ 中，点 B_1，C_1，D_1 分别在棱 AB，AC，AD 上，且平面 $B_1C_1D_1$∥平面 BCD，A_1 为△BCD 内一点，记三棱锥 $A_1-B_1C_1D_1$ 的体积为 V，设$\frac{AD_1}{AD}=x$，关于函数 $V=f(x)$，下列说法正确的是



A. $\forall x_1\in\left(0,\frac{2}{3}\right)$，$\exists x_2\in\left(\frac{2}{3},1\right)$，使得 $f(x_2)=f(x_1)$

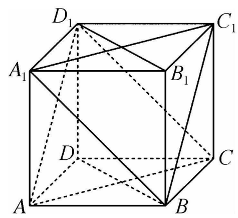
B. 函数 $f(x)$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上是减函数

C. 函数 $f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{1}{2}$对称

D. $\exists x_0\in(0,1)$，使得 $f(x_0)>\frac{1}{6}V_{A\text{-}BCD}$（其中 $V_{A\text{-}BCD}$ 为四面体 $ABCD$ 的体积）

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，下列结论正确的是



A. AC∥平面 A_1BC_1

B. $AD\perp$平面 A_1BC_1

C. 平面 A_1BC_1∥平面 ACD_1

D. 平面 $A_1BC_1\perp$平面 BB_1D_1D

10. 已知 $\cos(\alpha+\beta)=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin 2\alpha=\frac{3}{5}$，其中 α,β 为锐角，则

A. $\cos 2\alpha=-\frac{4}{5}$　　B. $\cos(\alpha-\beta)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\cos\alpha\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{10}$　　D. $\tan\alpha\tan\beta=\frac{1}{3}$

11. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$，直线 $l:y=kx(k\neq 0)$与椭圆 C 交于 A，B 两点，过 A 作 x 轴的垂线，垂足为 D，直线 BD 交椭圆于另一点 M，则下列说法正确的是

A. 若 D 为椭圆的一个焦点，则△ABD 的周长为 $2\sqrt{2}+2$

B. 若 $k=1$，则△ABD 的面积为$\frac{2}{3}$

C. 直线 BM 的斜率为$\frac{k}{2}$

D. $AM\perp AB$

12. 已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$g(x)=xe^{-x}$，若存在 $x_1\in(0,+\infty)$，$x_2\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_1)=g(x_2)=k$ 成立，则

A. 当 $k>0$ 时，$x_1+x_2>1$　　　　B. 当 $k>0$ 时，$x_1+e^{x_2}<2e$

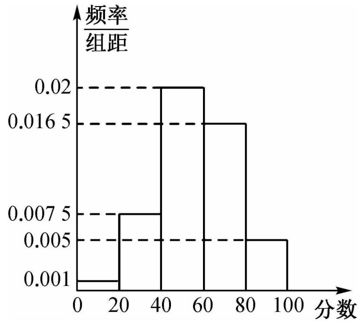
C. 当 $k<0$ 时，$\frac{x_2}{x_1}\cdot e^k$ 的最小值为 $-\frac{1}{e}$　　　　D. 当 $k<0$ 时，$\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2\cdot e^k$ 的最大值为 $\frac{4}{e^2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 多项式 $x(x+3)^5=a_6x^6+a_5x^5+\cdots+a_1x+a_0$，那么 $a_3=$__________.

14. 写出一条与直线 $2x+y+1=0$ 平行且与圆 $x^2+y^2-4x-2y=0$ 相切的直线方程__________.

15. 某市某次高中统测学生数学成绩的频率分布直方图如图所示. 现按测试成绩由高到低分成 A,B,C,D 四个等级，其中 A 级占 25%，B 级占 40%，C 级占 30%，D 级占 5%的比例，则 C 级的分数线与 B 级的分数线分别为__________和__________.



16. 已知抛物线 $C:y^2=8x$，其焦点为 F，P 是 C 上的动点，过 F 作直线 $(m+1)x+y-4m-6=0(m\in\mathbf{R})$ 的垂线，垂足为 Q，则 $|PQ|+|PF|$ 的最小值为__________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$\cos C=\frac{11}{16}$，$\sin B=2\sin A$，$b=4$.

(1)求 c；

(2)求△ABC 内切圆的面积.

18.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数，且 $a_1=4$，$a_{n+1}^2+2a_{n+1}a_n-4a_{n+1}=3a_n^2+12a_n$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)记数列 $\left\{\frac{1}{a_na_{n+2}}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，求 S_n 的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

近年来中年人的亚健康问题日趋严重，引起了政府部门和社会各界的高度关切. 一研究机构为了解亚健康与锻炼时间的关系，对某地区的中年人随机调查了 100 人，得到如下数据：

平均每天锻炼时间	不足半小时	半小时到 1 小时(含半小时)	1 小时及以上
亚健康	15	8	2
无亚健康	15	32	28

(1)从这些中年人中任选 1 人，记 A=“该中年人亚健康”，B=“该中年人平均每天锻炼时间不足半小时”，分别求 $P(AB)$ 和 $P(\overline{A}|\overline{B})$；

(2)完成下面的列联表，根据小概率值 $\alpha=0.01$ 的独立性检验，能否认为亚健康与锻炼时间有关联？

平均每天锻炼时间	不足 1 小时	1 小时及以上	合计
亚健康			
无亚健康			
合计			

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

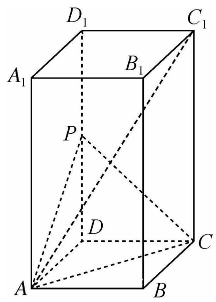
α	0.05	0.01	0.005
x_α	3.841	6.635	7.879

20.(本小题满分 12 分)

如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=1$，$AA_1=2$，P 为棱 DD_1 的中点.

(1)求直线 AP 被长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球截得的线段长度；

(2)求直线 AC_1 与平面 PAC 所成角的正弦值.



21.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2，离心率为$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，直线 l 交 C 于 P,Q 两点，且$||PF_1|-|PF_2||=2\sqrt{2}$.

(1)求双曲线 C 的标准方程；

(2)若点 $A(2,1)$，直线 AP,AQ 与 y 轴分别相交于 M,N 两点，且$\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}=\mathbf{0}$，$O$ 为坐标原点，证明：直线 l 过定点.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=(\ln x)^2+a\ln x+a(a\in\mathbf{R})$.

(1)求函数 $f(x)$的极值；

(2)若 $xf(x)+2e^2\geqslant 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。