

绝密★启用前

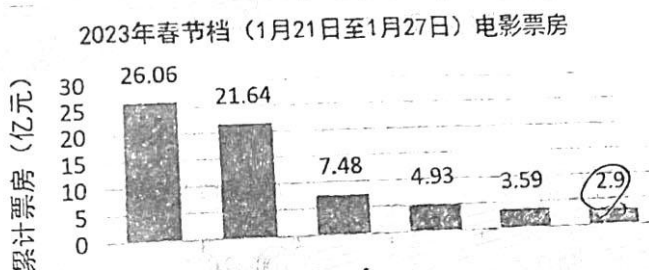
## 江西省重点中学盟校 2023 届高三第一次联考

### 数学（文）试题

命题：贵溪一中 徐晓方 宜春中学 姜克华 白鹭洲中学 肖天音

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$  则选项正确的是 ( )  
 A.  $0 \in B$       B.  $3 \notin C_R B$       C.  $A \cap B = \{0, 1\}$       D.  $A \subseteq B$
2. 已知  $a, b$  均为实数，复数  $z_1 = 2 - i$ ,  $z_2 = a + bi$ ,  $\frac{z_1}{z_2} = -i$ , 则  $ab =$   
 A. 1      B. -1      C. 2      D. -2
3. 已知  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 则  $\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$  是  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$  的 ( )  
 A. 充要条件      B. 充分不必要条件      C. 必要不充分条件      D. 既不充分也不必要条件
4. 据央视新闻报道，据国家电影局初步统计，2023 年春节档（1 月 21 日至 1 月 27 日）电影票房为 67.58 亿元，同比增长 11.89%。春节档观影人次为 1.29 亿，同比增长 13.16%；国产影片票房占比为 99.22%。2023 年春节档共 12 部电影上映，其中主打的 6 部国产影片累计票房如下：



- 据上述信息，关于 2023 年春节档电影票房描述不正确的是 ( )
- A. 主打的 6 部国产影片总票房约占 2023 年春节档电影票房的 98.55%.
  - B. 2023 年春节档非国产电影票房约 0.98 亿元.
  - C. 主打的 6 部国产影片票房的中位数为 6.205 亿元.
  - D. 电影《交换人生》的票房约为主打的 6 部国产影片外的其他春节档电影票房总的 3 倍.

2023 届江西省重点中学盟校第一次联考数学（文科）试卷 第 1 页，共 4 页

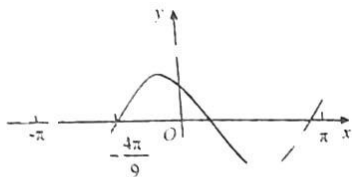
5. 已知向量  $\vec{a} = (-1, \sqrt{3})$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$ ,  $\vec{c} = 2\vec{b} - \vec{a}$ , 则向量  $\vec{c}$  在  $\vec{a}$  上的投影等于 ( )

- A. -8                      B. -7                      C. 6                      D. 7

6. 设函数  $y = f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$ , 则函数  $y = f(x-5)$  与函数  $y = f(1-x)$  的图象关于 ( )

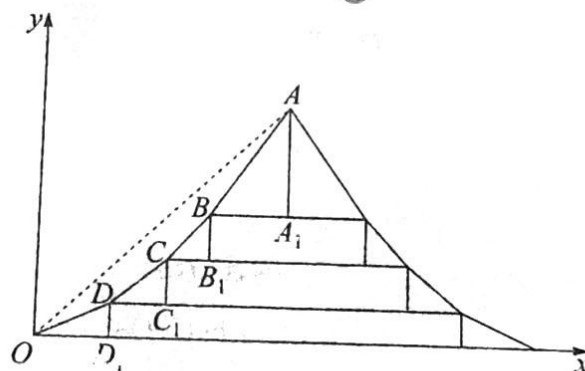
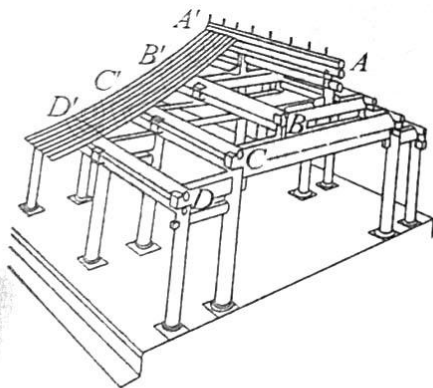
- A. 直线  $y=3$  对称      B. 直线  $x=3$  对称      C. 直线  $y=2$  对称      D. 直线  $x=2$  对称

7. 设函数  $f(x) = \cos(\omega x + \frac{\pi}{6})$  在  $[-\pi, \pi]$  的图像大致如下图, 则  $f(\pi) =$  ( )



- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

8. 中国的古建筑不仅是挡风遮雨的住处, 更是美学和哲学的体现. 如图是某古建筑物的剖面图,  $DD_1, CC_1, BB_1, AA_1$  是举,  $OD_1, DC_1, CB_1, BA_1$  是相等的步, 相邻桁的举步之比分别为  $\frac{DD_1}{OD_1}, \frac{CC_1}{DC_1}, \frac{BB_1}{CB_1}, \frac{AA_1}{BA_1}$ , 且成首项为 0.114 的等差数列, 若直线  $OA$  的斜率为 0.414, 则该数列公差等于 ( )



- A. 0.1                      B. 0.2                      C. 0.3                      D. 0.4

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} g(x), & x > 0 \\ \frac{x}{e^x} + x^2, & x < 0, \end{cases}$  为奇函数, 则  $g(x)$  在  $x=1$  处的切线方程为 ( )

- A.  $ex - y - 1 = 0$       B.  $(e-1)x - 2y + e - 1 = 0$       C.  $2(e-1)x - y + 1 - e = 0$       D.  $3x - y + 2 = 0$

10. 已知球  $O$  是正三棱锥  $P-ABC$  的外接球,  $D$  是  $PA$  的中点, 且  $BD \perp PC$ , 侧棱  $PA = 4$ , 则球  $O$  的表面积为 ( )

- A.  $12\pi$                       B.  $8\pi$                       C.  $32\pi$                       D.  $48\pi$

11. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px$  的焦点  $F$  与双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的右焦点重合, 该抛物线的准线与  $x$  轴的交点为  $K$ , 点  $A$  在抛物线上且  $|AK| = \sqrt{2}|AF|$ , 则  $A$  点的横坐标为 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B. 2                      C.  $\sqrt{5}$                       D. 5

12. 已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c (a, b, c \in R)$ , 其导函数  $f'(x) = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ , 若不等式  $f(x) \leq 0$  的解集为  $(-\infty, m] \cup \{2\}$ , 且  $x_1 + x_2 = 2$ , 则  $f(x)$  极大值为 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 4

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 2x - y - 3 \leq 0, \\ x - y + 2 \geq 0, \\ x + y - 3 \geq 0. \end{cases}$  则  $z = 2x + y$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

14. 已知椭圆的中心  $O$  在原点, 焦点在  $y$  轴上, 离心率为  $\frac{1}{2}$ , 请写出一个符合上述条件的椭圆的标准方程 \_\_\_\_\_.

15. 记数列  $\{(2n-1) \cdot \cos \frac{2n\pi}{3}\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $S_{2023} =$  \_\_\_\_\_.

16. 在正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 1, AA_1 = 4, E$  为  $DD_1$  中点,  $P$  为正四棱柱表面上一点, 且  $C_1P \perp B_1E$ , 则点  $P$  的轨迹的长为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 60 分。

17. (12 分) 为了提高学习数学的兴趣, 形成良好的数学学习氛围, 某校将举行“象山杯”数学解题能力比赛”每班派 3 人参加, 某班级老师已经确定 2 参赛名额, 第 3 个参赛名额在甲, 乙同学间产生, 为了比较甲, 乙两人解答某种题型的能力, 现随机抽取这两个同学各 10 次之前该题型的解答结果如下:

$(a, b), (\bar{a}, b), (a, \bar{b}), (a, b), (\bar{a}, b), (a, b), (a, b), (\bar{a}, \bar{b}), (a, b), (a, b),$

其中  $a, \bar{a}$  分别表示甲正确和错误;  $b, \bar{b}$  分别表示乙正确和错误。

(1) 若解答正确给该同学 1 分, 否则记 0 分。试计算甲、乙两人之前的成绩的平均数和方差, 并根据结果推荐谁参加比赛更合适;

(2) 若再安排甲、乙两人解答一次该题型试题, 试估计恰有一人解答正确的概率。

18. (12 分) 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $3(a \cos C - b) = \sqrt{3}c \sin A$

(1) 求角  $A$ ;

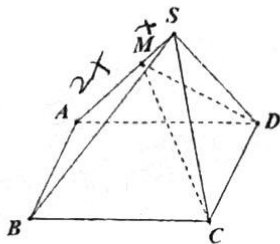
(2) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $2\sqrt{3}$ ,  $D$  为  $BC$  边上一点, 且  $BD=2CD$ , 求  $AD$  的最小值。



19. (12分) 如图: 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形,  $M$ 为线段 $SA$ 上一点, 且 $2SM = AM$ , 平面 $CDM$ 与侧棱 $SB$ 交于点 $N$ .

(1) 求 $\frac{SN}{NB}$ ;

(2) 平面 $CDM$ 将四棱锥 $S-ABCD$ 分成了上下两部分, 求四棱锥 $S-MNCD$ 和多面体 $ABCDMN$ 的体积之比.



20. (12分) 设函数 $f(x) = x^2 - 2a \ln x$ .

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在定义域内的最小值;

(2) 若 $f(x) - 2x + 1 \geq -2ax + 2a$ , 求实数 $a$ 的取值范围.

21. (12分) 已知圆 $C$ 过点 $O(0,0), A(-1, \sqrt{3}), B(2, 2\sqrt{3})$

(1) 求圆 $C$ 的标准方程;

(2) 若过点 $C$ 且与 $x$ 轴平行的直线与圆 $C$ 交于点 $M, N$ , 点 $P$ 为直线 $x=5$ 上的动点, 直线 $PM, PN$ 与圆 $C$ 的另一个交点分别为 $E, F$  ( $EF$ 与 $MN$ 不重合), 证明: 直线 $EF$ 过定点.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在直角坐标系 $xOy$ 中, 曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = \sqrt{3}t \end{cases}$  ( $t$ 为参数)

以坐标原点为极点, 以 $x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{3}{2 - \cos 2\theta}$

(1) 求曲线 $C_1$ 和曲线 $C_2$ 的直角坐标方程;

(2) 若曲线 $C_1$ 和曲线 $C_2$ 交于 $A, B$ 两点, 且点 $P(1, 0)$ , 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. (10分) [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |x - m| + |x + 3|$

(1) 若 $m = 1$ , 解不等式 $f(x) \leq x + 4$ ;

(2) 若 $m > 0, n > 0, t > 0$ , 且 $f(x)$ 的最小值为 $5 - n - t$ . 求证:  $\frac{1}{m+n} + \frac{1}{t} \geq 2$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线