

秘密★启用前

## 文科数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合  $A = \{x \mid |x| \leq 1\}$ ，集合  $B = \{x \mid y = \ln x\}$ ，则  $A \cap B =$ 
  - A.  $(-1, 0]$
  - B.  $[-1, 0)$
  - C.  $[0, 1]$
  - D.  $(0, 1]$
2. 设  $z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$ ，则在复平面内  $\bar{z}$  对应的点位于
  - A. 第一象限
  - B. 第二象限
  - C. 第三象限
  - D. 第四象限
3. 新冠肺炎疫情防控中，测量体温是最简便、最快捷，也是筛查成本比较低、性价比很高的筛查方式，是更适用于大众的普通筛查手段。高三某班级体温检测员对甲、乙两名同学 1 至 7 日的体温进行了统计，其结果如图 1 所示，则下列结论不正确的是

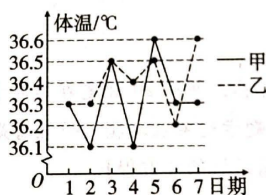


图 1

- A. 甲同学的体温的极差为  $0.5^\circ\text{C}$
  - B. 甲同学的体温的众数为  $36.3^\circ\text{C}$
  - C. 乙同学的体温比甲同学的体温稳定
  - D. 乙同学的体温的中位数与平均数不相等
4. 若某程序框图如图 2 所示，已知该程序运行后输出  $S$  的值是  $\frac{5}{11}$ ，则判断框的条件可能是
    - A.  $k \geq 9$
    - B.  $k > 10$
    - C.  $k > 11$
    - D.  $k > 12$

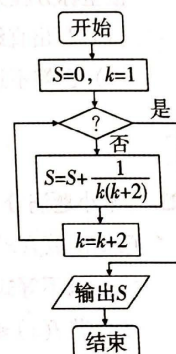


图 2

5. 唐朝的狩猎景象浮雕银杯如图3甲所示,其浮雕临摹了国画、漆绘和墓室壁画,体现了古人的智慧与工艺.它的盛酒部分可以近似地看作是半球与圆柱的组合体(假设内壁表面光滑,忽略杯壁厚度),如图乙所示.已知半球的半径为 $R$ ,酒杯内壁表面积为 $6\pi R^2$ ,则圆柱的高和球的半径之比为

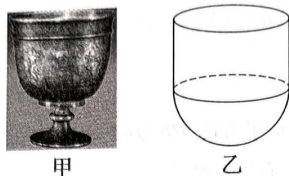


图3

- A. 2 : 3                      B. 2 : 1                      C. 3 : 1                      D. 3 : 2
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=n^2+n$ ,则 $a_2+a_4+a_6+\dots+a_{2n}=\dots$   
A.  $2n^2+2n$                       B.  $n^2+3n$                       C.  $6n^2-2n$                       D.  $2n^2+2$
7. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)$  ( $\omega>0$ )的最小正周期为 $\frac{2}{3}\pi$ ,将函数的图象向左平移 $\varphi$  ( $\varphi>0$ )个单位长度后得到的函数图象经过原点,则 $\varphi$ 的最小值为  
A.  $\frac{\pi}{12}$                       B.  $\frac{\pi}{6}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $\frac{\pi}{2}$
8. 在如图4的正方形 $ABCD$ 中,利用“四个全等的直角三角形和一个小正方形的面积之和等于一个大正方形的面积”.可以简洁明了地推出勾股定理,把这一证明方法称为“赵爽弦图”.设 $\angle ADE=15^\circ$ ,在正方形 $ABCD$ 中随机取一点,则此点取自小正方形中的概率是  
A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{3}{4}$

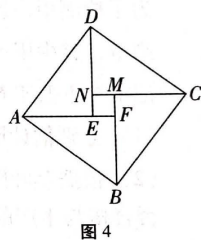


图4

9. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-(1+a)x+alnx$ 在 $x=a$ 处取得极小值,则实数 $a$ 的取值范围为  
A.  $(0, 1)$                       B.  $(0, 1]$                       C.  $(1, +\infty)$                       D.  $[1, +\infty)$

10. 已知 $x^2-xy+y^2=2$  ( $x, y \in \mathbf{R}$ ),则 $x^2+y^2$ 的最大值为  
A. 1                      B. 2                      C.  $2\sqrt{2}$                       D. 4

11. 已知双曲线 $E$ 的焦点为 $F_1(-1, 0)$ ,  $F_2(1, 0)$ ,过 $F_1$ 的直线 $l$ 与 $E$ 的左支相交于 $P, Q$ 两点,点 $P$ 在以 $F_1F_2$ 为直径的圆上,  $|PQ| : |PF_2| = 3 : 4$ ,则 $E$ 的方程为  
A.  $2x^2-2y^2=1$                       B.  $\frac{17x^2}{9}-\frac{17y^2}{8}=1$   
C.  $3x^2-\frac{3y^2}{2}=1$                       D.  $4x^2-\frac{4y^2}{3}=1$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -x^2+3, & x<0, \\ 4|x-a|-a, & x>0 \end{cases}$ 的图象上恰有3对关于原点成中心对称的点,则实数 $a$ 的取值范围是  
A.  $\left(1, \frac{6}{5}\right)$                       B.  $\left(-\frac{\sqrt{17}+1}{2}, 1\right)$                       C.  $\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}, \frac{7}{5}\right)$                       D.  $\left(-\frac{6}{5}, \frac{7}{5}\right)$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知单位向量  $\vec{e}_1$  和  $\vec{e}_2$ , 满足  $(2\vec{e}_1 - \vec{e}_2) \perp \vec{e}_2$ , 则  $\vec{e}_1$  和  $\vec{e}_2$  的夹角  $\theta$  等于 \_\_\_\_\_.
14. 已知各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_4 = 4$ , 则  $\log_8 a_2 + \log_8 a_3 + \log_8 a_7$  的值为 \_\_\_\_\_.
15. 已知动点  $M$  到点  $O(0, 0)$  和点  $A(4, 0)$  的距离之比为  $1:3$ , 若至少存在 3 个点  $M$  到直线  $l: kx - y - k = 0$  的距离为  $\frac{1}{2}$ , 则  $k$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

16. 如图 5, 若正方体的棱长为 2, 点  $P$  是正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的上底面  $A_1B_1C_1D_1$  上的一个动点(含边界),  $E, F$  分别是棱  $BC, DD_1$  上的中点, 有以下结论:

- ①  $\triangle PAE$  在平面  $CDD_1C_1$  上的投影图形的面积为定值;  
 ② 平面  $AEF$  截该正方体所得的截面图形是五边形;  
 ③  $|PE| + |PF|$  的最小值是  $\sqrt{14}$ ;  
 ④ 三棱锥  $P-AEF$  体积的最小值为  $\frac{2}{3}$ .

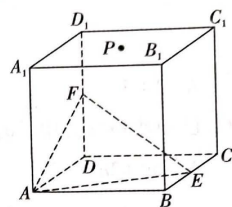


图 5

其中正确的是 \_\_\_\_\_ (填写所有正确结论的序号)

三、解答题 (共 70 分. 解答题应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

为了检测甲、乙两名工人生产的产品是否合格, 一共抽取了 40 件产品进行测量, 其中甲产品 20 件, 乙产品 20 件, 分别称量产品的重量(单位: 克), 记重量不低于 66 克的产品为“合格”, 作出茎叶图如图 6:



图 6

- (1) 分别估计甲、乙两名工人生产的产品重量不低于 80 克的概率;  
 (2) 根据茎叶图填写下面的列联表, 并判断能否有 90% 的把握认为产品是否合格与生产的工人有关?

	甲	乙	合计
合格			
不合格			
合计			

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05
$k_0$	2.072	2.706	3.841

18. (本小题满分 12 分)

在锐角三角形  $ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $a=6, b=5$ , 且  $\sin A - \sin 2B = 0$ .

- (1) 求  $\cos C$  的值;  
 (2) 若点  $M, N$  分别在边  $AB$  和  $AC$  上, 且  $\triangle AMN$  与  $\triangle ABC$  的面积之比为  $\frac{1}{3}$ , 求  $MN$  的最小值.

19. (本小题满分 12 分)

如图 7 甲, 已知四边形  $ABCD$  是直角梯形,  $E, F$  分别为线段  $AD, BC$  上的点, 且满足  $AB \parallel CD \parallel EF, AB=2EF=4CD=4, AB \perp BC, \angle A=45^\circ$ . 将四边形  $CDEF$  沿  $EF$  翻折, 使得  $C, D$  分别到  $C_1, D_1$  的位置, 并且  $BC_1=\sqrt{3}$ , 如图乙.

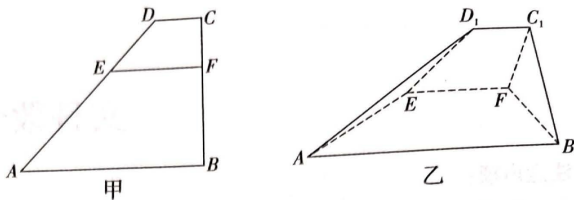


图 7

(1) 求证:  $ED_1 \perp BC_1$ ;

(2) 求点  $E$  到平面  $ABC_1D_1$  的距离.

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: x^2=2py(p>0)$  上的点  $(2, y_0)$  到其焦点  $F$  的距离为 2.

(1) 求抛物线  $C$  的方程;

(2) 已知点  $D$  在直线  $l: y=-3$  上, 过点  $D$  作抛物线  $C$  的两条切线, 切点分别为  $A, B$ , 直线  $AB$  与直线  $l$  交于点  $M$ , 过抛物线  $C$  的焦点  $F$  作直线  $AB$  的垂线交直线  $l$  于点  $N$ , 当  $|MN|$  最小时, 求  $\frac{|AB|}{|MN|}$  的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x)=e^x$ .

(1) 求曲线  $f(x)$  在  $x=0$  处的切线  $l$  的方程, 并证明除了切点以外, 曲线  $f(x)$  都在直线  $l$  的上方;

(2) 当  $m \leq 1$  时, 证明不等式  $e^x - \frac{1}{2}x^2 - mx - \cos x \geq 0$ , 在  $x \in [0, +\infty)$  上恒成立.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在直角坐标系  $xOy$  中, 椭圆  $C$  的焦点在  $x$  轴上, 中心为原点,  $F_1, F_2$  分别为椭圆的左、右焦点,  $D$  为上顶点,  $\sin \angle OF_1D = \frac{2}{3}$ , 焦距为  $2\sqrt{5}$ . 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l_1$  的极坐标方程为  $\rho \cos \theta + 2\rho \sin \theta - 10 = 0$ .

(1) 写出直线  $l_1$  的直角坐标方程和  $C$  的一个参数方程;

(2) 已知不过第四象限的直线  $l_2: x-2y-z=0$  与  $C$  有公共点, 求  $z$  的最大值与最小值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数  $f(x) = |x-2| - 2|x-5|$ .

(1) 求不等式  $f(x) > 1$  的解集;

(2) 若  $f(x) \leq 2|x-a|$ , 求实数  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

