2021届高三第二次江西名校联考

理科数学

命题学校：临川一中　　命题人：罗正国　　审题人：孔令润

试卷满分：150 分　考试时长：120 分钟

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

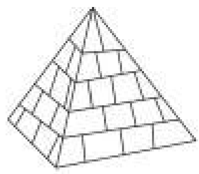
1. 若复数 $z=i(1-i)$（i 是虚数单位），则复数 $\bar{z}$ 的虚部为

A. -1　　B. 1　　C. $-i$　　D. i

2. 已知集合 $A=\{x\in \mathbf{Z}|x^2+x-6\leq 0\}$，$B=\{x|y=\ln(x+1)\}$，则 $A\cap B$ 中的元素个数为

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

3. 埃及胡夫金字塔是世界七大奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，现已测得它的塔倾角为52°，则该四棱锥的高与底面正方形的边长的比值为（注：塔倾角是指该四棱锥的侧面与底面所成的二面角，参考数据：$\cos 52°\approx\frac{3}{5}$）



A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{2}{5}$

4. 双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的两条渐近线相互垂直，则其焦距长为

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

5. 函数 $f(x)=e^{2x}-\sin x$ 的图象在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为

A. $y=x-1$　　B. $y=2x+1$　　C. $y=2x-1$　　D. $y=x+1$

6. 若 $(1+x)(1-2x)^{2020}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2021}x^{2021}$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_{2021}=$

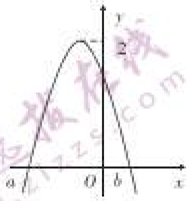
A. 0　　B. 2　　C. -1　　D. 1

7. 以下四组不等式中正确的是

A. $\log_{2.8}e>\ln 2.8$　　B. $0.4^{0.2}<0.3^{0.2}$

C. $e^{\pi}>\pi^{e}$　　D. $\sqrt{\pi}\ln 3>\sqrt{3}\ln \pi$

8. 如图是函数 $f(x)=A\cos(2x+\varphi)(A>0,0\leqslant\varphi\leqslant\pi)$ 图象的一部分，对不同的 $x_1,x_2\in[a,b]$，若 $f(x_1)=f(x_2)$，有 $f(x_1+x_2)=\sqrt{3}$，则



A. $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12})$ 上是增函数

B. $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12})$ 上是减函数

C. $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3})$ 上是增函数

D. $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3})$ 上是减函数

9. 已知过抛物线 $y^2=4\sqrt{2}x$ 焦点 F 的直线与抛物线交于 A,B 两点，且 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，则 $\triangle AOB$（O 为坐标原点）的面积为

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　C. 3　　D. $3\sqrt{2}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2^n$，设 $b_n=\frac{a_n}{(n+1)2^{n-1}}$，$S_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和．若 $S_n<t$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，则实数 t 的最小值为

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{5}{2}$

11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=AC=2\sqrt{2}$，$\angle BAC=120^\circ$，$PB=PC=2\sqrt{6}$，$PA=2\sqrt{5}$，则该三棱锥的外接球的表面积为

A. 40π　　B. 20π　　C. 80π　　D. 60π

12. 已知函数 $f(x)=\ln x$，若对任意的 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，$x_1\neq x_2$，都有 $[f(x_1)-f(x_2)](x_1^2-x_2^2)>k(x_1x_2+x_2^2)$ 恒成立，则实数 k 的最大值是

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,m)$，$\boldsymbol{b}=(2,-3)$，若 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$________．

14. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geqslant0,\\2x-y-3\leqslant0,\\x+y\geqslant0,\end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最大值是________．

15. 甲、乙两人在我校举行的“传承红色经典，纪念抗美援朝 70 周年”演讲比赛中，6 位评委的评分情况如下方茎叶图所示，其中甲的成绩的中位数是 82，乙的成绩的平均数是 84，若正实数 a,b 满足：$x,\frac{a+b}{2},y$ 成等差数列，则 $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}$ 的最小值为________．

甲		乙
8 5	7	3 8
7 4 x	8	3 y
2	9	1 5

16. 平面直角坐标系 xOy 中，已知 AB 是圆 $C:(x-1)^2+(y-1)^2=2$ 的一条弦，且 $AC\perp BC$，M 是 AB 的中点．当弦 AB 在圆 C 上运动时，直线 $l:3x-4y-9=0$ 上总存在 P,Q 两点，使得 $\angle PMQ\geqslant\frac{\pi}{2}$ 恒成立，则线段 PQ 长度的取值范围是________．

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共60分。

17.（12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 已知 $\cos 2B-6\cos^2\dfrac{A+C}{2}+2=0$.

（1）求角 B 的大小；

（2）若 $b=\sqrt{10}$，$\triangle ABC$ 的面积为$\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$，求$\triangle ABC$ 的周长.

18.（12 分）

时值金秋十月，秋高气爽，我校一年一度的运动会拉开了序幕. 为了增加运动会的趣味性，大会组委会决定增加一项射击比赛，比赛规则如下：向甲、乙两个靶进行射击，先向甲靶射击一次，命中得 2 分，没有命中得 0 分；再向乙靶射击两次，如果连续命中两次得 3 分，只命中一次得 1 分，一次也没有命中得 0 分. 小华同学准备参赛，目前的水平是：向甲靶射击，命中的概率是$\dfrac{3}{5}$；向乙靶射击，命中的概率为$\dfrac{2}{3}$. 假设小华同学每次射击的结果相互独立.

（1）求小华同学恰好命中两次的概率；

（2）求小华同学获得总分 X 的分布列及数学期望.

19.（12 分）

已知函数 $f(x)=me^{2x}+(m+2)e^x-2x$，$m>0$.

（1）当 $m=1$ 时，求 $f(x)$ 的极值；

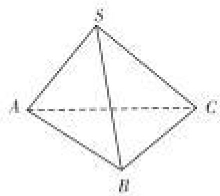
（2）当 $m\leqslant 1$ 时，求函数 $g(x)=-f(x)+4e^x-x$ 极大值 $h(m)$ 的最小值.

20.（12 分）

如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，$SA=SB=SC=m$. 若 $\angle BSC=\theta$，$\angle CSA=\beta$，$\angle ASB=\gamma$，且 $\sin^2\dfrac{\theta}{2}+\sin^2\dfrac{\beta}{2}=\sin^2\dfrac{\gamma}{2}$.

（1）证明：平面 $SAB\perp$平面 ABC；

（2）若 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$，$\beta=\dfrac{\pi}{2}$，$\gamma=\dfrac{2\pi}{3}$，试问在线段 SC 上是否存在点 D，使直线 BD 与平面 SAB 所成的角为 $60°$. 若存在，请求出 D 点的位置；若不存在，请说明理由.



21.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，且过点 $(1,\frac{\sqrt{14}}{2})$，O 坐标原点.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）圆 $x^2+y^2=\frac{8}{3}$ 的一条切线 l 与椭圆 C 相交于 A,B 两点，

求：① $\angle AOB$ 的值；

② $|AB|$ 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4—4：坐标系与参数方程］（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=2+2\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$.

（1）求曲线 C_1 与曲线 C_2 两交点所在直线的极坐标方程；

（2）若直线 l_1 过点 $P(1,2)$ 且与直线 $l:2\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=1$ 平行，直线 l_1 与曲线 C_1 相交于 A,B 两点，求 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$ 的值.

23.［选修 4—5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|2x-3|+m|x+1|$.

（1）当 $m=1$ 时，求不等式 $f(x)\geqslant 4$ 的解集；

（2）$\forall x\in[-3,0]$，不等式 $f(x+1)+m<0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

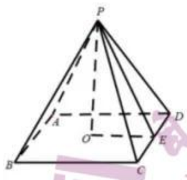
2021 届高三第二次江西名校联考
理科数学详细解析

一、选择题。

1. A　**解析**：由 $z=i(1-i)=1+i$，得 $\bar{z}=1-i$，故选：A.

2. B　**解析**：$\because A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x>-1\}$，$\therefore A\cap B=\{0,1,2\}$，故选：$B$.

3. B　**解析**：



如图，O 为正方形 $ABCD$ 的中心，E 为 CD 的中点，

设 $CD=a,PE=h',PO=h$,由题意得：$\begin{cases}\cos 52^\circ=\dfrac{a/2}{h'}=\dfrac{3}{5}\\ h^2=h'^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2\end{cases}$　解得 $h=\frac{2}{3}a$. 故选：B.

4. C　**解析**：双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{\sqrt{2}}x$，

$\because$两条渐近线互相垂直，$\therefore \frac{b}{\sqrt{2}}\times(-\frac{b}{\sqrt{2}})=-1$，得 $b^2=2$，

又 $\because c^2=a^2+b^2=4$，$\therefore c=2$.

$\therefore$双曲线的焦距长为：4．故选：C.

5. D　**解析**：由题意 $f'(x)=2e^{2x}-\cos x$，

所以在 $x=0$ 处的切线斜率为 $f'(0)=2-1=1$.

因为 $f(0)=1-0=1$，所以切线方程为 $y-1=1\cdot(x-0)$，即 $y=x+1$．故选 D.

6. D　**解析**：由于 $(1+x)(1-2x)^{2020}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2021}x^{2021}$，

令 $x=0$，可得 $a_0=1$；

令 $x=1$，可得 $a_0+a_1+a_2+\cdots a_{2021}=2$

$\therefore a_1+a_2+\cdots a_{2021}=1$，故选 D.

7. C　**解析**：$\because \log_{2.8}e<1$，而$\ln 2.8>1$，故选项 A 错误；

由于函数$y=x^{0.2}$在 R 上是增函数，$0.4>0.3$，$\therefore 0.4^{0.2}>0.3^{0.2}$，故选项 B 错误；

由于函数$y=\frac{\ln x}{x}$在$(e,+\infty)$上是减函数，$\therefore \frac{\ln e}{e}>\frac{\ln \pi}{\pi}$，即$\pi\ln e>e\ln \pi$，$\therefore e^{\pi}>\pi^{e}$，故选项 C 正确；

由于函数$y=\frac{\ln x}{x}$在$(0,e)$上是增函数，

$0<\sqrt{3}<\sqrt{\pi}<e$ $\therefore \frac{\ln\sqrt{3}}{\sqrt{3}}<\frac{\ln\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}}$，即$\sqrt{\pi}\ln\sqrt{3}<\sqrt{3}\ln\sqrt{\pi}$，$\therefore \sqrt{\pi}\ln 3<\sqrt{3}\ln \pi$，故选项 D 错误，故选：C.

8. B　**解析**：由函数$f(x)=A\cos(2x+\varphi)(A>0,0\leqslant\varphi\leqslant\pi)$图象的一部分，可得$A=2$，函数的图象关于直线$x=\frac{a+b}{2}=\frac{x_1+x_2}{2}$对称，$\therefore a+b=x_1+x_2$.

由五点法作图可得$2a+\varphi=-\frac{\pi}{2}$，$2b+\varphi=\frac{\pi}{2}$，$\therefore a+b=-\varphi$.

再根据$f(x_1+x_2)=f(a+b)=2\cos(-2\varphi+\varphi)=2\cos(-\varphi)=\sqrt{3}$，可得$\cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \varphi=\frac{\pi}{6}$，$f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

在$(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12})$上，$2x+\frac{\pi}{6}\in(0,\pi)$，故$f(x)$在$(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12})$上是减函数．故选：$B$.

9. D　**解析**：由题意可知，抛物线的焦点坐标为$F(\sqrt{2},0)$，直线 AB 的斜率不为 0，

不妨设直线 AB 为$x=my+\sqrt{2}$，$m>0$，

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

$\because \overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，$\therefore y_1=-2y_2$，

由$\begin{cases}y^2=4\sqrt{2}x,\\x=my+\sqrt{2}\end{cases}$得$y^2-4\sqrt{2}my-8=0$，

$y_1y_2=-8$，

由$\begin{cases}y_1y_2=-8,\\y_1=-2y_2\end{cases}$得$y_2^2=4$，$y_2=-2$，$y_1=4$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times|OF|\times|y_1-y_2|=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 6=3\sqrt{2}$．故选 D.

10. C　**解析**：$n=1$ 时，$a_1=2$，

因为$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2^n$，

所以$n\geq 2$时，$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+(n-1)a_{n-1}=2^{n-1}$，

两式相减得到$na_n=2^{n-1}$，$n=1$时不适合上式，

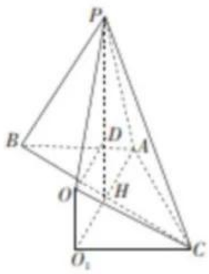
所以$b_n=\frac{a_n}{(n+1)2^{n-1}}=\begin{cases}1,n=1\\\frac{1}{n(n+1)},n\geq 2\end{cases}$，

当$n=1$时，$S_1=b_1=1$，

当$n \geq 2$时，$S_n = 1 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = \frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} < \frac{3}{2}$，所以$t \geqslant \frac{3}{2}$；

所以 t 的最小值为$\frac{3}{2}$；故选 C.

11. A **解析**：根据题意画出图形，如图所示：



如图，设$\triangle ABC$的外接圆的圆心为O_1，连接$O_1C, O_1A, BC \cap O_1A = H$，连接$PH$.

由题意可得$AH \perp BC$，且 $AH = \frac{1}{2}O_1A = \sqrt{2}$，$BH = \frac{1}{2}BC = \sqrt{6}$.

因为$PB = PC = BC = 2\sqrt{6}$，所以$PH \perp BC$，且 $PH = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - \sqrt{6}^2} = 3\sqrt{2}$.

又因为$PH^2 + AH^2 = PA^2$，所以$PH \perp AH$.

所以 $PH \perp$ 平面ABC .

设 O 为三棱锥$P-ABC$ 外接球的球心，连接OO_1, OP, OC，过 O 作 $OD \perp PH$，垂足为 D，

则外接球的半径 R 满足 $R^2 = OO_1^2 + (2\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2} - OO_1)^2 + (\sqrt{2})^2$，

解得$OO_1 = \sqrt{2}$，

从而$R^2 = 10$，所以三棱锥$P-ABC$ 外接球的表面积为$4\pi R^2 = 40\pi$. 故选 A.

12.B **解析**：因为 $[f(x_1) - f(x_2)](x_1^2 - x_2^2) > k(x_1x_2 + x_2^2)$ 等价于 $\ln\frac{x_1}{x_2} > \frac{k}{\frac{x_1}{x_2} - 1}$.

不妨假设 $x_1 > x_2 > 0$，令 $t = \frac{x_1}{x_2}(t > 1)$，则 $\ln t > \frac{k}{t-1}$，即 $k < (t-1)\ln t$.

设 $g(t) = (t-1)\ln t\ (t > 1)$，则 $k < g(t)_{\min}$.

当 $t > 1$ 时，$g'(t) = \ln t + 1 - \frac{1}{t} > 0$ 恒成立，故 $g(t)$在 $(1, +\infty)$ 上单调递增，$g(t) > g(1) = 0$.

所以 $k \leqslant 0$，k 的最大值为 0. 故选 B.

二、填空题。

13. 8 **解析**：$\vec{a} + 2\vec{b} = (3, m-6)$；

官方微信公众号：zizzsw
官方网站：www.zizzs.com
咨询热线：010-5601 9830
微信客服：zizzs2018

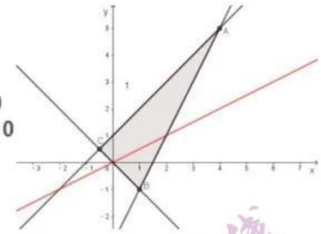
$\because (\vec{a}+2\vec{b})\perp\vec{b}\ \therefore (\vec{a}+2\vec{b})\cdot\vec{b}=6-3(m-6)=0$；$\therefore m=8$.

故答案为：8.

14.14　**解析**：由约束条件得到可行域如图：

目标函数化为：$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$，直线经过图中点 A 时，在 y 轴上的截距最大，此时 z 取得最大值，

由$\begin{cases}x-y+1=0\\2x-y-3=0\end{cases}$



得到$A(4,5)$，所以$z=x+2y$的最大值为$4+2\times5=14$.

故答案为：14.

15. $\dfrac{2}{3}$　**解析**：由茎叶图可知：$x=0$，$y=4$.

$\because$正实数 a，b 满足：x，a，b，y 成等差数列；

$\therefore a+b=x+y=4$；$\therefore \frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}=\frac{1}{6}[(a+1)+(b+1)]\cdot\left(\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}\right)$

$=\frac{1}{6}\left(2+\frac{b+1}{a+1}+\frac{a+1}{b+1}\right)\geqslant\frac{1}{6}\left(2+2\sqrt{\frac{b+1}{a+1}\cdot\frac{a+1}{b+1}}\right)=\frac{2}{3}$.

当且仅当$a=2$，$b=2$时等号成立．故答案为：$\dfrac{2}{3}$.

16. $[6,+\infty)$　**解析**：由圆 C：$(x-1)^2+(y-1)^2=2$可知圆心$C(1,1)$，半径为$\sqrt{2}$.

因为 M 是 AB 的中点，所以$CM\perp AB$，

又因为$AC\perp BC$，所以三角形 ABC 为等腰直角三角形，所以$CM=1$，

即点 M 在以 C 为圆心，1 为半径的圆上，点 M 所在圆的方程为$(x-1)^2+(y-1)^2=1$，

要使得$\angle PMQ\geq\frac{\pi}{2}$恒成立，则点 M 所在的圆在以 PQ 为直径的圆的内部，

而 P，Q 在直线$l:3x-4y-9=0$上，

点 C 到直线$l:3x-4y-9=0$的距离 $d=\dfrac{|3-4-9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$,

所以以 PQ 为直径的圆的半径的最小值为$r=2+1=3$，

所以 PQ 的最小值为$2r=6$.

故答案为：$[6,+\infty)$.

三、解答题。

（一）必考题。

17.解：(1)由二倍角公式化 $\cos 2B-6\cos^2\frac{A+C}{2}+2=0$.得 $2\cos^2B+3\cos B-2=0$，解得 $\cos B=\frac{1}{2}$.

或 $\cos B=-2$（舍去），$B\in(0,\pi)$ 得 $B=\frac{\pi}{3}$.

(2)由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{5\sqrt{3}}{4}$，得 $ac=5$.由余弦定

理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-3ac=10$，得 $(a+c)^2=25$.

则 $a+c=5$，所以 $\triangle ABC$的周长为 $5+\sqrt{10}$.

18.解：(1)记："小华恰好命中两次"为事件 A，"小华射击甲靶命中"为事件 B，"小华第一次射击乙靶命中"为事件 C，"小华第二次射击乙靶命中"为事件 D，

由题意可知$P(B)=\frac{3}{5}$,$P(C)=P(D)=\frac{2}{3}$，由于$A=BC\overline{D}+B\overline{C}D+\overline{B}CD$，

$\therefore$ $P(A)=P(BC\overline{D}+B\overline{C}D+\overline{B}CD)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$，

故甲同学恰好命中一次的概率为$\frac{4}{9}$.

(2) $X=0$，1，2，3，5

$P(X=0)=\frac{2}{5}\times(\frac{1}{3})^2=\frac{2}{45}$，$P(X=1)=\frac{2}{5}\times C_2^1\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{45}$，$P(X=2)=\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{15}$，

$P(X=3)=\frac{3}{5}\times C_2^1\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$，$P(X=5)=\frac{3}{5}\times(\frac{2}{3})^2=\frac{4}{15}$，

X	0	1	2	3	5
P	$\frac{2}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{15}$

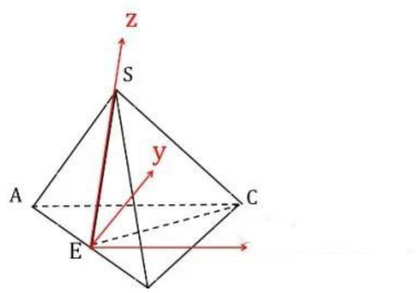
$E(X)=0\times\frac{2}{45}+1\times\frac{8}{45}+2\times\frac{1}{15}+3\times\frac{4}{9}+5\times\frac{4}{15}=\frac{134}{45}$.

19.解：(Ⅰ)当$m=1$时，$f(x)=e^{2x}+3e^x-2x$，

则$f'(x)=2e^{2x}+3e^x-2=(2e^x-1)(e^x+2)$，

令$f'(x)=0$，解得$x=-\ln 2$，

$\therefore f(x)$在$(-\infty,-\ln 2)$上单调递减，在$(-\ln 2+\infty)$上单调递增.



$\therefore f(x)$的极小值是$f(-\ln 2)=\frac{7}{4}+2\ln 2$，无极大值.

(Ⅱ)当$m\leqslant 1$时，$g(x)=-me^{2x}-(m-2)e^x+x$，

$\therefore g'(x)=-2me^{2x}-(m-2)e^x+1=(-me^x+1)(2e^x+1)$，

令$g'(x)=0$，解得$x=-\ln m$，

$\therefore g(x)$在$(-\infty,-\ln m)$上单调递增，在$(-\ln m+\infty)$上单调递减.

$\therefore g(x)$的极大值$h(m)=g(-\ln m)=-\ln m+\frac{1}{m}-1$.

$\because h'(m)=-\frac{1}{m}-\frac{1}{m^2}<0$，

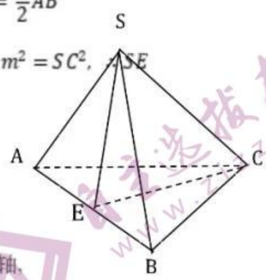
$\therefore h(m)=-\ln m+\frac{1}{m}-1$在$(0,1]$上单调递减，故$h(m)_{\min}=h(1)=0$

20.解：

(1)取AB的中点E，连接SE,CE，

$\because SA=SB\quad \therefore SE\perp AB$ 又$\because AB=2AE,\angle ASB=\gamma\quad \therefore AB=2SA\cdot\sin\frac{\gamma}{2}=2m\sin\frac{\gamma}{2}$

同理$AC=2m\sin\frac{\beta}{2}$，$BC=2m\sin\frac{\theta}{2}$.



$\because \sin^2\frac{\theta}{2}+\sin^2\frac{\beta}{2}=\sin^2\frac{\gamma}{2}\therefore BC^2+AC^2=AB^2$,即$\angle ACB=90°$.由$CE=\frac{1}{2}AB$

$=m\sin\frac{\gamma}{2}$, $SE=SA\cos\frac{\gamma}{2}=m\cos\frac{\gamma}{2}$,得$CE^2+SE^2=m^2=SC^2$, $\therefore SE$

$\perp CE$.

又$\because SE\perp AB$，$AB\cap CE=E$，$\therefore SE\perp$平面ABC.

又$\because SE\subseteq$平面SAB $\therefore$平面$SAB\perp$平面ABC.

(2)以E为坐标原点，平行AC的直线为x轴，平行BC的直线为y轴，

ES为z轴建立空间直角坐标系，如图．不妨设$m=2$，

则$A(-\sqrt{2},1,0)$，$B(\sqrt{2},-1,0)$，$C(\sqrt{2},1,0)$，$E(0,0,0)$，$S(0,0,1)$，设$D(x,y,z)$,$\overrightarrow{CD}=\lambda\overrightarrow{CS}(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$，则$(x-\sqrt{2},y-1,z)=\lambda(-\sqrt{2},-1,1)\therefore D(\sqrt{2}-\sqrt{2}\lambda,1-\lambda,\lambda)$, $\overrightarrow{BD}=(-\sqrt{2}\lambda,2-\lambda,\lambda)$

设平面SAB的一个法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，易求得$\vec{n}=(1,\sqrt{2},0)$

$\sin 60^\circ=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}|}{|\vec{n}||\overrightarrow{BD}|}$，则 $\frac{|2\sqrt{2}-2\sqrt{2}\lambda|}{\sqrt{3}\sqrt{2\lambda^2+(2-\lambda)^2+\lambda^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得

$\lambda^2+7\lambda+1=0$，$\because \lambda\geqslant 0$ $\therefore$ 不存在点D，使直线与平面 SAB 所成的夹角为60°.

21. 解：（1）因为椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且过点（1，$\frac{\sqrt{14}}{2}$），则

$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{a^2}+\frac{7}{2b^2}=1\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a^2=8\\ b^2=4\end{cases}$ 故椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

（2）①设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，当切线斜率存在时，可设该圆的切线方程为 $y=kx+m$，

则 $\frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{\frac{8}{3}}$ 即 $3m^2-8k^2-8=0$

解方程组 $\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$ 得 $x^2+2(kx+m)^2=8$，即 $(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-8=0$，

则△$=16k^2m^2-4(1+2k^2)(2m^2-8)=8(8k^2-m^2+4)>0$，即 $8k^2-m^2+4>0$

$\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2}\\ x_1x_2=\frac{2m^2-8}{1+2k^2}\end{cases}$，

$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=\frac{k^2(2m^2-8)}{1+2k^2}-\frac{4k^2m^2}{1+2k^2}+m^2=\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}$

则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\frac{2m^2-8}{1+2k^2}+\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}=\frac{3m^2-8k^2-8}{1+2k^2}=0$，

所以 $\angle AOB=\frac{\pi}{2}$

而当切线的斜率不存在时切线为 $x=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 与椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 的两个交点为

$(\frac{2\sqrt{6}}{3},\pm\frac{2\sqrt{6}}{3})$ 或，$(-\frac{2\sqrt{6}}{3},\pm\frac{2\sqrt{6}}{3})$ 满足 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，

综上，$\angle AOB=\frac{\pi}{2}$

②由①知$(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=(-\frac{4km}{1+2k^2})^2-4\times\frac{2m^2-8}{1+2k^2}=\frac{8(8k^2-m^2+4)}{(1+2k^2)^2}$,

$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{(1+k^2)(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(1+k^2)\frac{8(8k^2-m^2+4)}{(1+2k^2)^2}}$

$=\sqrt{\frac{32}{3}\cdot\frac{4k^4+5k^2+1}{4k^4+4k^2+1}}=\sqrt{\frac{32}{3}[1+\frac{k^2}{4k^4+4k^2+1}]}$,

①当$k\neq0$时$|AB|=\sqrt{\frac{32}{3}[1+\frac{1}{4k^2+\frac{1}{k^2}+4}]}$

因为$4k^2+\frac{1}{k^2}+4\geq8$所以$0<\frac{1}{4k^2+\frac{1}{k^2}+4}\leq\frac{1}{8}$,

所以$\frac{32}{3}<\frac{32}{3}[1+\frac{1}{4k^2+\frac{1}{k^2}+4}]\leq12$,

所以$\frac{4}{3}\sqrt{6}<|AB|\leq2\sqrt{3}$当且仅当$k=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$时取"=".

当$k=0$时,$|AB|=\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

当 AB 的斜率不存在时，两个交点为$(\frac{2\sqrt{6}}{3},\pm\frac{2\sqrt{6}}{3})$或$(-\frac{2\sqrt{6}}{3},\pm\frac{2\sqrt{6}}{3})$,所以此时

$|AB|=\frac{4\sqrt{6}}{3}$,

综上,$|AB|$的取值范围为$[\frac{4}{3}\sqrt{6},2\sqrt{3}]$.

22.解：(1)由$\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=2+2\sin\varphi\end{cases}$($\varphi$为参数)，消去参数$\varphi$，得曲线$C_1$的普通方程为：$x^2+(y-2)^2=4$.

由$\rho=4\cos\theta$，得$\rho^2=4\rho\cos\theta$，得曲线C_2的直角坐标方程为：$x^2+y^2=4x$，即$(x-2)^2+y^2=4$.

∴两方程相减可得交线为$y=x$，

∴直线的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\in R)$.

(2)由$l:2\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=1$，得$\sqrt{3}\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=1$，

∴直线 l 的直角坐标方程：$x+\sqrt{3}y=1$，直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1-\frac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\frac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）.

∴直线l_1的参数方程为$\begin{cases}x=1-\frac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=2+\frac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）.

将直线l_1的参数方程代入曲线C_1，$x^2+(y-2)^2=4$中，得$t^2-\sqrt{3}t-3=0$.

设 A，B 两点的参数为t_1，t_2，

∴ $t_1+t_2=\sqrt{3}$，$t_1t_2=-3$，则t_1，t_2异号.

$\therefore \frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{1}{|t_1|}+\frac{1}{|t_2|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{3}$

$=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{3}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

（二）选考题。

23.解：(1)当 $m=1$时，$f(x)\geqslant4\Leftrightarrow|2x-3|+|x+1|\geqslant4$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\leqslant-1\\ -2x+3-x-1\geqslant4\end{cases}$ 或$\begin{cases}-1<x<\frac{3}{2}\\ -2x+3+x+1\geqslant4\end{cases}$ 或$\begin{cases}x\geqslant\frac{3}{2}\\ 2x-3+x+1\geqslant4\end{cases}$

$\Leftrightarrow x\leqslant-1$ 或 $-1<x\leqslant0$ 或 $x\geqslant2$.

$\therefore\{x|x\leqslant0$ 或 $x\geqslant2\}$.

即不等式$f(x)\geqslant4$ 的解集为$\{x|x\leqslant0$ 或 $x\geqslant2\}$.

(2) $f(x+1)+m<0\Leftrightarrow m<\frac{-|2x-1|}{|x+2|+1}$,

设$g(x)=\frac{-|2x-1|}{|x+2|+1}$，$x\in[-3,0]$

当$x\in[-3,-2]$时，$g(x)=\frac{2x-1}{-x-1}=-2+\frac{3}{x+1}$为减函数函数，$g(x)_{\min}=g(-2)=-5$,

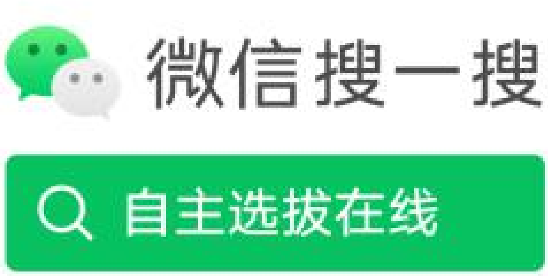
当$x\in(-2,0]$时，$g(x)=\frac{2x-1}{x+3}=2-\frac{7}{x+3}$为增函数，$g(x)_{\min}>g(-2)=-5$,

∴实数 m 的取值范围为$m\in(-\infty,-5)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》