

高三 12 月“备考检测”联合调考 数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:集合与常用逻辑用语,函数与导数,不等式,三角函数与解三角形,平面向量与复数,数列,立体几何,椭圆。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | 5 - x > 2\}$, $B = \{x | 2^{-x} < 8\}$, 则 $A \cap B =$
 A. \emptyset B. $\{x | x < -3\}$ C. $\{x | -3 < x < 3\}$ D. $\{x | -2 < x < 3\}$
2. 下列结论正确的是
 A. “ $\exists x \in \mathbf{Q}, \sqrt{x^2 + \sqrt{x}} \in \mathbf{Q}$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{Q}, \sqrt{x^2 + \sqrt{x}} \in \mathbf{Q}$ ”
 B. “ $\exists x \in \mathbf{Q}, \sqrt{x^2 + \sqrt{x}} \in \mathbf{Q}$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{Q}, \sqrt{x^2 + \sqrt{x}} \notin \mathbf{Q}$ ”
 C. “四边形 $ABCD$ 是矩形”是“四边形 $ABCD$ 的每个内角都相等”的充要条件
 D. “四边形 $ABCD$ 是矩形”是“四边形 $ABCD$ 的每个内角都相等”的充分不必要条件
3. 若函数 $f(x) = a + x + \lg x (1 < x < 10)$ 有零点, 则 a 的取值范围为
 A. $(-10, -1)$ B. $(1, 10)$ C. $(1, 11)$ D. $(-11, -1)$
4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{ED}$, 若 $\overrightarrow{AE} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda - \mu =$
 A. $\frac{2}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
5. 已知某容器的高度为 30 cm, 现在向容器内注入液体, 且容器内液体的高度 h (单位: cm) 与时间 t (单位: s) 的函数关系式为 $h = te^{t+a}$, 当 $t = 1$ 时, 液体上升高度的瞬时变化率为 $2e$ cm/s, 则当 $t = 2$ 时, 液体上升高度的瞬时变化率为
 A. $3e^2$ cm/s B. $2e^2$ cm/s C. e^2 cm/s D. $4e^2$ cm/s
6. 古希腊伟大的数学家阿基米德早在 2200 多年前利用“逼近法”得到椭圆的面积除以圆周率等于椭圆的长半轴长与短半轴长的乘积。如图, 某种椭圆形镜子按照实际面积定价, 每平方米 200 元, 小张要买的镜子的外轮廓是长轴长为 1.8 米且离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 的椭圆, 则小张要买的镜子的价格约为
 A. 320 元 B. 339 元
 C. 341 元 D. 344 元

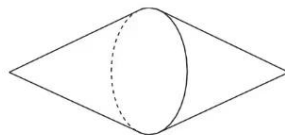


7. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且对任意 $x_1 > x_2 > 0, x_1 f(x_1) - x_2 f(x_2) > 0$ 恒成立,

则称函数 $y=f(x)$ 为“同步”函数. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + 2 - a, & 0 < x < 1, \\ \frac{a^x}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$ 是“同步”函数, 则 a 的取值范围是

- A. $(1, 2)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[\frac{3}{2}, 2)$ D. $(\frac{3}{2}, +\infty)$

8. 如图, 某几何体由两个相同的圆锥组成, 且这两个圆锥有一个共同的底面, 若该几何体的表面积为 12π , 体积为 V , 则 V^2 的最大值为



- A. $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi^2$ B. $20\sqrt{3}\pi^2$
C. $\frac{56\sqrt{3}}{3}\pi^2$ D. $24\sqrt{3}\pi^2$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 某工厂连续 7 个月(1 月份~7 月份)生产的零件数逐月递增, 且依次成等比数列, 已知 1 月份生产的零件数为 m 万, 2 月份与 3 月份生产的零件数之和是 1 月份生产的零件数的 2.64 倍, 则

- A. 2 月份生产的零件数是 $1.2m$ 万
B. 4 月份生产的零件数是 2 月生产的零件数的 1.44 倍
C. 3 月份生产的零件数是 $1.4m$ 万
D. 这 7 个月生产的零件总数为 $m \times (6 \times 1.2^6 - 5)$ 万

10. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的棱 PA, AB, AC 两两垂直, $PA=AC=2, AB=4, D$ 为 AB 的中点, E 在棱 BC 上, 且 $AC \parallel$ 平面 PDE , 则

- A. $\vec{PE} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{PC} + \frac{1}{2}\vec{PD}$
B. PC 与平面 ABC 所成的角为 45°
C. 三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 20π
D. 点 A 到平面 PDE 的距离为 $\sqrt{2}$

11. 已知函数 $f(x) = |\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x|$, 则

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$
B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 对称
C. $f(x)$ 在 $[\frac{19\pi}{12}, \frac{11\pi}{6}]$ 上单调递增
D. $g(x) = f(x) - 1$ 在 $[-505\pi, 505\pi]$ 上的零点个数是 4041

12. 已知 $a = \frac{1}{e}, b = \frac{\ln 5}{5}, c = \frac{5(2 - \ln 5)}{e^2}$, 则

- A. $a > b$ B. $a > c$ C. $b > c$ D. $c > b$

【高三数学 第 2 页(共 4 页)】

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若复数 $z=a+(1-i)(a-i)$ 的模不大于 $\sqrt{5}$, 则实数 a 的取值范围是 ▲ .

14. 若 $\tan \beta=2, \sin(\alpha-\beta)=4 \sin \beta \cos \alpha$, 则 $\tan(\alpha+\beta)=$ ▲ .

15. 已知正数 a, b 满足 $ab-a-2b=0$, 则 $2a+b$ 的最小值为 ▲ .

16. 对正整数 n , 函数 $\varphi(n)$ 是小于或等于 n 的正整数中与 n 互质的数的数目. 此函数以其首名研究者欧拉命名, 故被称为欧拉函数. 根据欧拉函数的概念, 可得 $\varphi(441)=$ ▲ , 数列 $\{n\varphi(7^n)\}$ 的前 n 项和 $S_n=$ ▲ . (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\cos B + \sin \frac{A+C}{2} = 0$.

(1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $a : c = 3 : 5$, 且 AC 边上的高为 $\frac{15\sqrt{3}}{14}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2\sin^2 \omega x - \cos 2\omega x + m (0 < \omega < 1)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{2}, 2)$ 对称.

(1) 求 ω, m 的值;

(2) 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 再将所得图象的横坐标伸长到原来的 3 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 在 $[0, 3\pi]$ 上的值域.

19. (12 分)

设正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2S_n = a_n^2 + a_n - 2$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

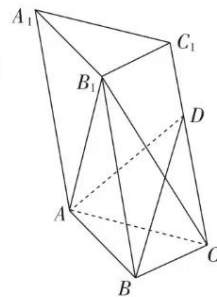
(2) 若 $\{(a_{n+1}a_n)^2 b_n\}$ 是首项为 5, 公差为 2 的等差数列, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (12分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC$, 四边形 ABB_1A_1 是菱形, $\angle ABB_1=60^\circ$, 点 D 在棱 CC_1 上, 且 $\vec{CD}=\lambda\vec{CC_1}$.

(1) 若 $AD \perp B_1C$, 证明: 平面 $AB_1C \perp$ 平面 ABD .

(2) 若 $AB=B_1C=\sqrt{2}AC$, 是否存在实数 λ , 使得平面 AB_1C 与平面 ABD 夹角的余弦值是 $\frac{1}{7}$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



21. (12分)

已知中心为坐标原点, 焦点在坐标轴的椭圆 C 经过点 $M(\sqrt{3}, \sqrt{2}), N(\sqrt{6}, -1)$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 已知点 $D(3, 0)$, 直线 $l: x=ty+n (n \neq 3, t \neq 0)$ 与 C 交于 A, B 两点, 且直线 DA, DB 的斜率之和为 $\frac{1}{t}$, 证明: 点 (t, n) 在一条定抛物线上.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - \cos 2x) - 2x \sin x - \cos x$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $(-\pi, \pi)$ 上的单调区间;

(2) 设 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 函数 $g(x) = (2a-1)x + (a+2)x \cos x - \sin 2x + f'(x)$, 若 $g(x) > 0$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

