南宁三中 2022～2023 学年度下学期高二期末考试
数学试题

命题人：高二数学备课组　　审题人：高二数学备课组

(考试时间：120 分钟　满分：150 分)

注意事项:

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上写在本试卷上无效.

一、单选题:本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1．已知集合 $A=\{x\mid 3^x\le 10\}$，则集合 $A\cap N=$（　　）

A．$\varnothing$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

2．已知 i 为虚数单位，则 $\dfrac{1+2i}{1+2i^3}$ 在复平面上对应的点在（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知向量 $\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(-7,m)$，若 $\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$，则 $m=$（　　）

A．1　　B．-1　　C．0　　D．-2

4．函数 $f(x)=\log_2(x^2-4x+3)$ 的单调递增区间是（　　）

A．$[2,+\infty)$　　B．$[3,+\infty)$　　C．$(3,+\infty)$　　D．$(-\infty,2]$

5．直线 $y=x$ 与双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{8}=1(a>0)$ 相交于 A，B 两点，且 A，B 两点的横坐标之积为 -8，则离心率 $e=$（　　）

A．4　　B．3　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

6．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，前 n 项和为 S_n，则“$d>1$”是“$S_4+S_6>2S_5$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\sin(2\alpha-\dfrac{\pi}{6})=-\dfrac{1}{3}$，则 $\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{6})=$（　　）

A．$-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　C．$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

8．已知圆 $C:(x-1)^2+(y-2)^2=25$，直线 $l:(2m+1)x+(m+1)y-7m-4=0$，直线 l 与圆 C 交于 A、B，则 $\sin\angle ACB$ 的最大值为（　　）

A．1　　B．$\dfrac{4}{5}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\dfrac{3}{5}$

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9. 在学校举办的某次舞蹈比赛中，共有 7 位评委分别给出某选手的原始评分，评定该选手的成绩时，从 7 个原始评分中去掉 1 个最高分、1 个最低分，得到 5 个有效评分. 5 个有效评分与 7 个原始评分相比，可能变化的数字特征是（　　）

A. 平均数　　B. 中位数　　C. 方差　　D. 极差

10. 已知函数 $f(x)=a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{|x|}+b$ 的图象过原点，且无限接近直线 $y=2$，但又不与该直线相交，则（　　）

A. $a=-2$，$b=2$　　B. $f(x)$ 的值域为 $(0,2)$

C. 若 $x<y<0$，则 $f(x)<f(y)$　　D. 若 $f(x)=f(y)$，且 $x\neq y$，则 $x+y=0$

11. 已知函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域都为R，$g(x)$ 为奇函数，且 $f(x)+g(x)=2$，$f(x)+g(x-2)=2$，则（　）

A. $f(0)=0$　　B. $g(1)=0$　　C. $\sum_{i=1}^{n}f(i)=0$　　D. $\sum_{i=1}^{n}g(i)=0$

12. 古希腊数学家欧几里得在《几何原本》卷 11 中这样定义棱柱：一个棱柱是一个立体图形，它是由一些平面构成的，其中有两个面是相对的、相等的，相似且平行的，其它各面都是平行四边形. 显然这个定义是有缺陷的，由于《几何原本》作为"数学圣经"的巨大影响，该定义在后世可谓谬种流传，直到 1916 年，美国数学家斯顿（*J.C.Stone*）和米利斯（*J.F.Millis*）首次给出欧氏定义的反例. 如图 1，八面体 $E-ABCD-F$ 的每一个面都是边长为 4 的正三角形，且 4 个顶点 A，B，C，D 在同一平面内，取各棱的中点，切割成欧氏反例（如图 2），则该欧氏反例（　　）

A. 共有 12 个顶点

B. 共有 24 条棱

C. 表面积为 $16+16\sqrt{3}$

D. 体积为 $16\sqrt{2}$

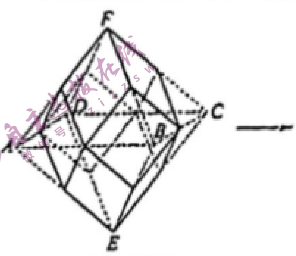


图1 八面体

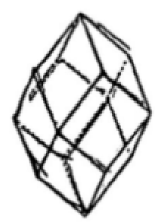


图2 欧氏反例

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 为巩固拓展脱贫攻坚成果同乡村振兴有效衔接，做好脱贫县的教育帮扶工作，某市教育局安排甲、乙、丙、丁四位志愿者参加 A、B、C 三个贫困县的支教工作，要求每个县至少去 1 人，且每位志愿者只能到一个县支教，则不同的安排方法共有________种.

14. 若某圆锥高为 3，其侧面积与底面积之比为 $2:1$，则该圆锥的体积为________.

15. 已知函数 $f(x)=\sin\omega x(\omega>0)$ 在区间 $\left[-\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$ 上是增函数，且在区间 $[0,\pi]$ 上恰好取得一次最大值，则 ω 的取值范围是________.

16. 若正方形 $ABCD$ 的一条边在直线 $y=2x-17$ 上，另外两个顶点在抛物线 $y=x^2$ 上.则该正方形面积的最小值为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. （10 分）数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_1=1$且点$(S_n,a_{n+1})(n\in N^*)$在直线$y=2x+1$上.

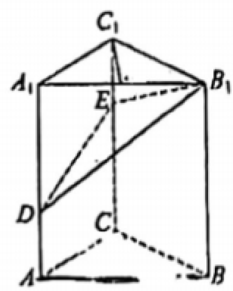
（1）求$\{a_n\}$的通项公式;

（2）等差数列$\{b_n\}$的各项为正数，其前 n 项和为 T_n且 $T_3=15$，又 a_1+b_1，a_2+b_2，a_3+b_3成等比数列，求 T_n.

18.（12 分）如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CC_1\perp$平面ABC，$AC\perp BC$，$AC=BC=2$，$CC_1=3$，点D，E分别在棱AA_1和棱CC_1上，且$AD=1$，$CE=2$，M为棱A_1B_1的中点.

（1）求证：$C_1M\perp B_1D$；

（2）求直线AB与平面DB_1E所成角的正弦值.



19.（12 分）已知锐角$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a，b，c，且$\dfrac{2a-c}{\cos(A+B)}=\dfrac{b}{\cos(A+C)}$.

（1）求角B的大小;

（2）若$b=3$，求$a+c$的取值范围.

20. （12 分）某商场为了回馈顾客，开展一个抽奖活动，在抽奖箱中放 5 个大小相同的小球，其中红球 2 个，白球 3 个. 规定：每次抽奖时顾客从抽奖箱中随机摸出一个小球，如果摸出的是红球即为中奖，球不放回；如果摸出的是白球即为不中奖，球放回袋子中，每名顾客可进行三次抽奖. 求：

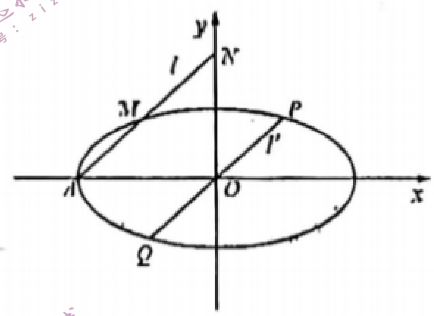
（1）在第 2 次取出的是白球的条件下，第 1 次取出的是红球的概率；

（2）取了 3 次后，取出的红球个数的分布列及数学期望.

21. （12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个端点为 $B(0,1)$，且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，过椭圆左顶点 A 的直线 l 与椭圆 C 交于点 M，与 y 轴正半轴交于点 N，过原点 O 且与直线 l 平行的直线 l' 交椭圆于点 P，Q.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）求证：$\frac{|AM|\cdot|AN|}{|OP|\cdot|OQ|}$ 为定值.



22. （12 分）已知函数 $f(x)=2mx-\ln x$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若对任意 $m\geqslant -1$，存在正实数 x_1,x_2，使得 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}\leq x_1^2+x_2^2+\frac{3}{2}x_1x_2$ 恒成立，

证明：$x_1+x_2\geq\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.