

参照秘密级管理★启用前

试卷类型:A

2022—2023 学年第一学期高三质量检测

数学试题

2023.01

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将答题卡交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N}^+ \mid x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则满足 $B \subseteq A$ 的非空集合 B 的个数为
A. 3 B. 4 C. 7 D. 8
2. 已知 i 是虚数单位, 则 $\frac{\sqrt{2}}{1-i}$ 的虚部为
A. 1 B. i C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}i$
3. 已知 D 为线段 AB 上的任意一点, O 为直线 AB 外一点, A 关于点 O 的对称点为 C , 若 $\overrightarrow{OD} = x\overrightarrow{OB} + y\overrightarrow{OC}$, 则 $x - y$ 的值为
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
4. 《九章算术》是中国古代的数学专著, 书中记载有如下一个问题: “今有圆亭, 下周三丈, 上周两丈, 高一丈, 问积几何”。意思为“今有一圆台体建筑物, 下周长为 3 丈, 上周长为 2 丈, 高为 1 丈, 问它的体积为多少”, 则该建筑物的体积 (单位: 立方丈) 为
A. $\frac{20+4\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{5+\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{19}{3\pi}$ D. $\frac{19}{12\pi}$
5. 已知 $2\sin\theta(1+\sin\theta+2\cos\theta)+\cos 2\theta=1$, 则 $\tan\theta$ 的值不可以为
A. $-\sqrt{3}$ B. 1 C. 0 D. $\sqrt{3}$
6. PA, PB, PC 是从点 P 出发的三条射线, 每两条射线的夹角均为 60° , 那么直线 PC 与平面 PAB 所成角的余弦值为

高三数学试题 (第 1 页, 共 4 页)

准考证号

姓名

学校

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

7. 已知双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, A, B 分别是上下顶点, 过下焦点 $F(0, -c)$ 斜率为 $2\sqrt{3}$ 的直线 l 上有一点 P 满足 $\triangle PAB$ 为等腰三角形, 且 $\angle PAB = 120^\circ$, 则双曲线的离心率为

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. 3 D. 4

8. 已知 $k(e^x + 1) - (1 + \frac{1}{x}) \ln x > 0$, 则实数 k 的可能取值为

- A. -1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{e}$ D. $\frac{2}{e}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x (\omega < 0)$ 的最小正周期为 π , 则

- A. $f(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$ B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称
C. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{3})$ 上单调递增 D. $f(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 上有四个零点

10. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 则

- A. 直线 AC_1 与 A_1D 所成的角为 90° B. $BC \parallel$ 平面 A_1B_1D
C. 平面 $ABC_1D_1 \perp$ 平面 A_1B_1CD D. 点 A 到平面 A_1BD 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 已知直线 $l: kx - y + k - 2 = 0 (k \in \mathbf{R})$, 圆 $C: x^2 + y^2 = 20$, 则

- A. 圆心 C 到 l 距离的最大值为 $\sqrt{6}$
B. 圆上至少有 3 个点到 l 的距离为 $\sqrt{5}$
C. 圆上到 l 的距离为 $2\sqrt{5}$ 的点有且只有 2 个
D. 若 $k = -\frac{1}{2}$, l 与 C 相交于 A, B 两点, 过 A, B 两点作 C 的切线, 则两切线的交点坐标为 $(-2, -4)$

高三数学试题 (第 2 页, 共 4 页)

12. 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$, 且

$$f(x+2) - g(1-x) = 2, \quad f'(x) = g'(x+1), \quad \text{且 } g(x+1) \text{ 为奇函数, 则}$$

A. 函数 $y = g(x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称

B. 函数 $y = g'(x)$ 的图象关于点 $(2, 0)$ 对称

C. $\sum_{k=1}^{2022} g(k) = 0$ D. $\sum_{k=1}^{2021} f(k)g(k) = 0$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 “ $\exists x \in \mathbf{R}, ax^2 + 1 < 0$ ” 为假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值为 3, 则实数 m 的值为_____.

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 2$, 且 $S_{1000} = S_{1023}$, 则 $S_{2022} =$ _____.

16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$ 是其左、右焦点, 点 M 在椭圆上且满足 $\sin \angle MF_2F_1 = 2 \sin \angle MF_1F_2$. 若 M 到直线 $2x + y + 2 = 0$ 的距离为 d , 则 $|MF_1| + 2d$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知在 $(x-2)^n (n \in \mathbf{N}^+)$ 的展开式中, 第 2 项与第 8 项的二项式系数相等.

(1) 求展开式中二项式系数最大的项;

(2) 求 $(1 - \frac{1}{x})(x-2)^n$ 展开式中的常数项.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2a_n - 1$.

(1) 求 a_n ;

(2) 设 $b_n = \frac{a_n}{(a_{n+1}-1) \cdot (a_{n+2}-1)}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $a+c=8$, $b=4\sqrt{3}$.

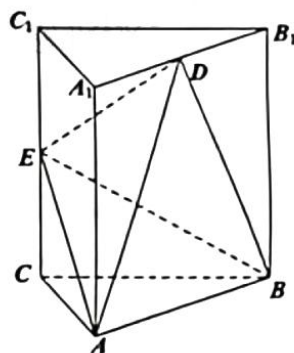
- (1) 求 B 的取值范围;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

20. (12分)

已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, D 为线段 A_1B_1 的中点, E 为线段 CC_1 的中点,

$AC=CE=1$, 平面 $ABE \perp$ 平面 AA_1C_1C .

- (1) 证明: $AB \perp AE$;
- (2) 三棱锥 $E-ABD$ 的外接球的表面积为 $\frac{13\pi}{2}$,
求平面 ADE 与平面 BDE 夹角的余弦值.



21. (12分)

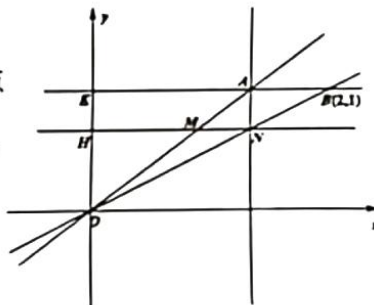
已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 - x$.

- (1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求不等式 $f(\sqrt{x-1}-1) < 1$ 的解集;
- (2) 当 $a > \frac{1}{2}$ 时, 求证 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在极值点 x_0 , 且 $f(x_0) < \frac{3-x_0}{2}$.

22. (12分)

如图, 已知点 $B(2,1)$, 点 N 为直线 OB 上除 O, B 两点外的任意一点, BK, NH 分别垂直 y 轴于点 K, H , $NA \perp BK$ 于点 A , 直线 OA, NH 的交点为 M .

- (1) 求点 M 的轨迹方程;
- (2) 若 $E(3,0)$, C, G 是点 M 的轨迹在第一象限的点
(C 在 G 的右侧), 且直线 EC, EG 的斜率之和为0,
若 $\triangle CEG$ 的面积为 $\frac{15}{2}$, 求 $\tan \angle CEG$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线