贵阳市 2023 年高三适应性考试（二）

理科数学参考答案

2023 年 5 月

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	**B**	**D**	**C**	**B**	**A**	**C**	**C**	**A**	**A**	**B**	**D**	**D**

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

题号	13	14	15	16
答案	j_ 2	1 27	*6 兀*	①②③

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (1)由已知及正弦定理得

sin 24cosC - >/3 sin ^4 sin C - sin B + -^ sin C = 0, 因为 sin5 = sin(71 + *C),*

sinC^O,

整理有 sin 以+ —) =—,
6 2

又因为 *A* 主生，
2

兀

所以 *A*=–,
6 .... 6 分

(2)(方法一)由(1)及余弦定理得

a² =b² −ˆ−c² −2bccosA = b² +c²−\/3bc ①

b¹ =a² +ac ②

联立①②得

c — + tz = 0

由正弦定理得

sinC 一 占 sin 8 + ! = 0

sin(— - B) - >/3 sin 5 + — = 0
6 2

整理得 sin(5--) = -
6 2

B 卫
3

TT

所以 *A*+*B*=–
2

即是直角三角形

（方法二）

因为护_ $a? =ac$,

de ⊥ 　　　　$4\ b^2+c^2-a^2$

又因为 $\cos A$ =------------ -----

　　　　　　　　$2bc$

得 $a + c = y/3b$ ，所以 $=a^2 +ac = a(a + c)$,

得 $b = 0$, 所以 $b^2=3a^2$, 代入 $b^2=a^2+ac$, 得 $2a^2 = ac$, 即 $c = 2a$ ，所以 $c^2=a^2+b^2$, 即即 C 是直角三角形.

12 分

18. (1)三个学习群人数比例为 24000:24000:36000＝2:2:3 因此，应从刀、*B*、C 三个学习群分别匹配 2,2,3 人；

(2)设 X 所有可能的取值为 0,1,2,3,故 P(X=°)=舍&

Pg=譬哇

P(X=3)= $\frac{-_3}{C_7^3}=\frac{-}{35}$

***X* 的分布列为**

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

$\therefore E(X)=0\times\frac{4}{35}+1\times\frac{18}{35}+2\times\frac{12}{35}+3\times\frac{1}{3}$

12 分

19. 解:

(1)连结 AC_r, 且 $AC_lC\backslash A_lC = E$, 又连结 DE,

•. •如〃平面 *AfiD*, 　　　平面 *ABC.* 且平面 $ABC_r r\backslash$平面&*CD = DE* ， ∴ *AB//DE*, 又由 E 为线段/q 的中点，于是，*DE 是*△q 如的中位线,

. ·. £>为线段及亳的中点，即 2 = $\frac{-}{2}$,

故当 48〃平面 4CD 时，人=?.

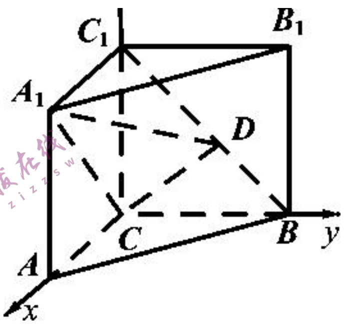
.... 6 分

(2)以 C 为坐标原点，以 *CA. CB. CQ* 的方向分别为 x，V，z 轴的正方向，建立空间直角坐标

系，贝！!有以下坐标刀(4,0,0), 4(4,0,2),研 0,2,0), C(0,0?0),弓(0,0,2),

设　JV, z),由 *BD* =人 *BC］*得(X, *y* — *2₉z)* =人(0, —2,2),

x = 0
解得 v *y* = 一2A + 2 ,即 Z)(0, —2 人 + 2,2/1),
z — 2人



所以 ˆ*D = (-4, -22* + 2,2 人一 2), 4Q = *(-4,* 0,0),

令叫=(x,*,z)是平面 *4QD* 的一个法向量，贝!|

—4x + (—2 人 + *2)y* + (2 人—2)z — 0
-4x + 0y + 0z = 0 ,

令* = 1 解得 x = 0,z = l,艮卩 %= (0,1,1),

42 同理求得平面 4CD 的一个法向量为% =(1, —2),
—2 人 + 2

由平面 4CD 丄平面 *4QD* 得 0xl + lx $\frac{42}{-22+2}$ 2 = 0,解得 *九*=$\frac{1}{2}$,

即 Q(0,l,l), 〃2=(1，2,-2),

又因为而= (-4,2,0),从而可得平面 *ABB』】*的一个法向量% =(1,2,0),

设平面 *A. CD* 与平面 *ABB*$_x$*A*$_x$所成二面角的大小为 *0,*

则 *sin。= J1-c。方=『(話溢)2 =启=：,*

2 故，当平面 48 丄平面 4GQ 时，平面 4CQ 与平面 *ABB*$_x$*A*$_x$所成二面角的正弦值的为耳.

.... 12 分

20. 解：(1)椭圆 Q : — + ˆ2⁼ 1 (tz > /) > 0)与椭圆 C_2 — + J/² = 1 的咼心率相等，

$a^2 = 2b^1$, 又由 $a^2 = 1$ˆ + ⁼ 4?$6^2 = 2$,

故，G 的标准方程为—+ = 1

.... 6 分

(2)设 $T(t, 0)$, 尸(4,/?) , /(Xi，/), $B(x_2, y_2)$，则直线 48 方程为 $x = my + t$, 即有 $mp = 4-t$,

由 $\frac{PA}{PB}=\frac{AT}{TB}$, 可得 $PA \cdot TB$ — $PB \cdot AT$ —0 9

于是有，(同 _4) (%2 T) + (*1 _>)(*2 -0) + (x2 ___4) (*1 一，) + (*2 _>) 侦 1 _0) = 0

化简得：2*内 +2*1*2 -(，+4) (*1 +乂 2) -#(*1+*2) + 8，= 0,

变形得：（$2m^2$ + 2）加 2 + （m -4 秋一#）31 + *2） = 0（*）

由 ″了 n（秋 2+2）j?+2 秋〃+ （户 一 4）= 0

X+ V — 4

当八=4 秋 2 户_4（秋 2+2）（户一 4）>0 时，< 3 +乃= $\frac{2mt}{m+2}$ t^2-4 坦 2 = 2，0

将上式与 $mp = 4-t$ 共同代入（*），化简得：（Sl）（>2+1）= 0 ,即£ = 1,且此时△>（）成立，

故存在 x 轴上定点 T（l,0）,使得；$\frac{PA}{PB}$ $\frac{AT}{TB}$.

.... 12 分

2i. 解：⑴设切点 M（xo,y）,贝|j 由 e）=y,可得尸（沪（2"1）峪，

″•* /\ˣ0) = ᵏPMˆ (²ˣo +1)^2x○ = $\frac{X — 0}{XL}$, 化简得：$2x^2-2tx_0-t = 0$,

依题意△ = 4 户+& = 0,解得£ = 0 或，=-2 ,

故，，=0 或/ = −2 时，过点尸作曲线 $f(x) = xe^{2x}$ 的切线有且仅有一条.

.... 6 分

（2）解法一：

依题意，由 xc（0,+8）,所以，/（x）Ng（x）o〃W 殴一虹口

、 2* lnx + 1 柯 7”、 $2x$ e + Inx
设 $f1(x)$ =峪---------, 贝 $1]h'(x)$ =----- z-------,
X X

设 $m(x) = 2x^2e^{2x}$ +lnx，易知 %，(x) = $(4x^2 + 4x)e^{2x}$ + 丄 > 0 ,即 $m(x)$在 XG(O, +OO)单调递增,
X

且 XT。时，$m(x)$ -00 , x->+00 时，$m(x)$ ->+oo ,

. ••令 $m(x) = 2x^2e^{2x}$ + Inx = 0 ,则该方程有唯一解吒,

使得在 x e (05 x0)5 h \x) <0, A(x)单调递减, 在 x e (x0, + oo)5 h'(x)> 0, $h(x)$单调递增，

即 x =吒是函数 $h(x)$极小值点, 且有 2 蚌殴+ inXo = 0,

. 1 1 对数恒等式 1 In— 1
上式变形得: $2x_0e^{2x_0}$ =—$1n$— n $2x_0$-e^{2x_0} =ln—-e =>/(2x0) = /(ln—) , (*)
气气 吒 吒

由(1)可知尸 3)>0,即/'(x)在 XG(05+OO)单调递增,

则(*)可得 2 此=111 丄，即有=—与血气二—2x°
x()

∴ $h(x)$ ^$h(x_0)$ = e2」些厘=--主卍=2,即应 2,
*0 X_o X_Q

故，综上所述，a 的取值范围是(-8,2].

解法二：
由 XG(0,-KO),以及切线不等式：e^x>x + 1, 3 = 0 时取等号）

/(x) = xe^{2x} = e^{tox}-e^{2x} = e^{tox+2x}>lnx + $2x$+1

. •. 当 aW2 时，y (x)Nlnx + 2x + lNlnx + ax + l = g(x),即此时，/"(x)Ng(x)成立

又当 a>2 时，存在气〉0 满足 $\ln x_0 = -2x_0$,即 $x_0e^{2x_0}$ = 1,

此时，/(x)-g(x) = $x_0e^{2x_0}$ -ax_0-$\ln x_0$-l = (2-a)x_0 <0 ,不合题意.

综上所述，a 的取值范围是（-8,2].

12 分

22. (1)由 G 的参数方程得

x2=t2 + 64+16
< t2
矿= 『+?-16

所以 $x^2-y^2=32$

故 C\的极坐标方程为 $p^2\cos 20 = 32$

(2)

$e = -$

< 6 q」=8, $0 = -$

$p^2 \cos 20 = 32$ 6 $N\ P_B=3$

\^\ ~ \P_A -扇=5 $p = 2A/3 \cos$^

又•. •点尸(4,0)到射线的距离为 2

. ••，父加=! “•期 1 = 5

10 分

23. (1)由柯西不等式得

$[a^2 + (2b)^2 + (2C)2].(1^2+1^2+1^2)$^(a + 2b + 2c)²/. (〃

+ 23 + 2C)2W81

* + 2b + 2cW9

当且仅当 $a = 2b = 2c$ 时取等号

即 $a = 3, b = \frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}$ 时取等号

/. a + 2b +2cW9

(2) / b = c, a>0, bX), c>0 由(1) tz + 4ZW9 得

1 >1
a + 4广 9

z1 1、/ 八、亻丁 4b a ∽ ˜ 14b a
(- + -)(a + 46) = 5 + — + -N5 + 2J------------- =9
a b a b Nab

3
当且仅蝴=2 河，軌=3,%时取等号，丄土丄 x9
a b a + 4b 即扠习

10 分