秘密★启用前

九江市2023年第二次高考模拟统一考试

数　学（文科）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．全卷满分150分，考试时间120分钟．

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的学号、姓名等项内容填写在答题卡上．
2. 第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，第Ⅱ卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答案无效．
3. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回．

第Ⅰ卷（选择题60分）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. 已知复数z满足$\mathrm{i}z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，则$z^2=$

A. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　C. $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　D. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

2. 已知集合$A=\{x|x\geq 0\}$，$B=\{x|y=\ln(x-\frac{1}{x})\}$，则$(\complement_{\mathrm{R}}A)\cap B=$

A. $(-1,0)$　　B. $(-\infty,0)$　　C. $(-2,-1)$　　D. $(-\infty,-1)$

3. 已知实数x,y满足条件$\begin{cases}x+2y\geq 1\\ x-y\leq 1\\ y-1\leq 0\end{cases}$，则$z=3x-4y$的最大值为

A. -7　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 已知命题p：$\exists x\in\mathrm{R}$，$x^2+2x+2-a<0$，若p为假命题，则实数a的取值范围为

A. $(1,+\infty)$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $(-\infty,1)$　　D. $(-\infty,1]$

5. 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M是BC_1的中点，则直线DM与A_1C的位置关系是

A. 异面垂直　　B. 相交垂直　　C. 异面不垂直　　D. 相交不垂直

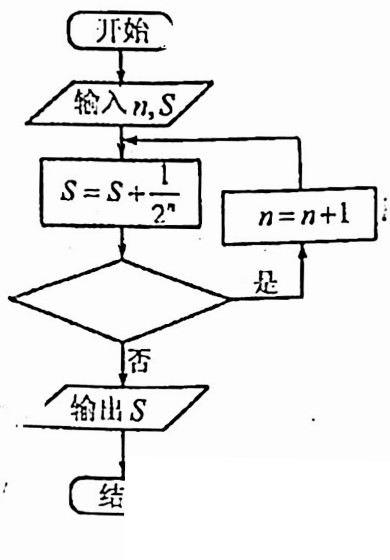
6. 执行右边的程序框图，如果输入的是$n=1$，$S=0$，输出的结果为$\frac{4095}{4096}$，则判断框中“◇”应填入的是

A. $n<13$

B. $n>12$

C. $n<12$

D. $n<11$



7. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，M 是双曲线 C 左支上一点，且 $MF_1\perp MF_2$，点 F_1 关于点 M 对称的点在 y 轴上，则 C 的离心率为

A. $\sqrt{3}+1$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $\sqrt{5}+1$　　D. $\sqrt{5}-1$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项为 $a_n=\frac{1}{(n+1)^2-1}$，则其前 8 项和为

A. $\frac{9}{10}$　　B. $\frac{9}{20}$　　C. $\frac{58}{45}$　　D. $\frac{29}{45}$

9. 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $f(-1)=0$，则关于 x 的不等式 $xf(x)<0$ 的解集为

A. $(-1,0)\cup(0,1)$　　B. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

C. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　D. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$

10. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{4})+|\sin(x-\frac{\pi}{4})|$，则下列结论正确的是

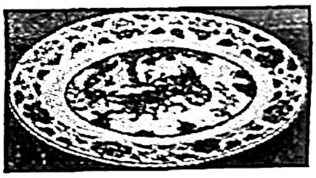
A. $f(x)$ 周期为 π，在 $[\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4}]$ 上单调递减

B. $f(x)$ 周期为 2π，在 $[\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4}]$ 上单调递减

C. $f(x)$ 周期为 π，在 $[\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4}]$ 上单调递增

D. $f(x)$ 周期为 2π，在 $[\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4}]$ 上单调递增

11. 青花瓷又称白地青花瓷，常简称青花，中华陶瓷烧制工艺的珍品，是中国瓷器的主流品种之一，属釉下彩瓷. 如图为青花瓷大盘，盘子的边缘有一定的宽度且与桌面水平，可以近似看成由大小两个椭圆围成. 经测量发现两椭圆的长轴长之比与短轴长之比相等. 现不慎掉落一根质地均匀的长筷子在盘面上，恰巧与小椭圆相切，设切点为 P，盘子的中心为 O，筷子与大椭圆的两交点为 A,B，点 A 关于 O 的对称点为 C. 给出下列四个命题：①两椭圆的焦距长相等；②两椭圆的离心率相等；③$|PA|=|PB|$；④BC 与小椭圆相切. 其中正确的个数是



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. 设 $a=\sin\frac{1}{2}$，$b=\sqrt{e}-1$，$c=\ln\frac{3}{2}$，则 a,b,c 的大小关系为

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $b>c>a$　　D. $c>b>a$

第Ⅱ卷（非选择题 90 分）

考生注意：

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13－21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22－23 题为选考题，学生根据要求作答.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 已知向量 a,b 满足 $a=(1,2)$，且 $a\perp(a-b)$，则 $a\cdot b=$ ______

14. 从边长为1的正六边形的各个顶点中,任取两个连成线段,则该线段长度为2的概率为______.

15. 函数$f(x)=4\sin\frac{\pi}{2}x-|x-1|$的所有零点之和为______.

16. 根据祖暅原理,界于两个平行平面之间的两个几何体,被任一平行于这两个平面的平面所截,如果两个截面的面积相等,则这两个几何体的体积相等. 如图1所示,一个容器是半径为R的半球,另一个容器是底面半径和高均为R的圆柱内嵌一个底面半径和高均为R的圆锥,这两个容器的容积相等. 若将这两容器置于同一平面,注入等体积的水,则其水面高度也相同. 如图2,一个圆柱形容器的底面半径为4cm,高为10cm,里面注入高为1cm的水,将一个半径为4cm的实心球缓慢放入容器内,当球沉到容器底端时,水面的高度为______cm.
(注:$\sqrt[3]{2}\approx1.26$)

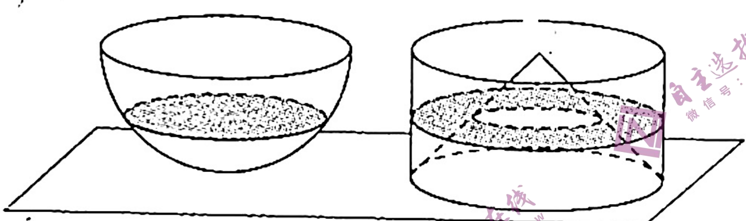


图1

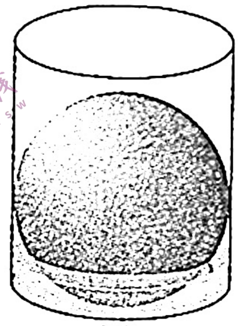


图2

三、解答题(本大题共6小题,共70分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分12分)

九江市正在创建第七届全国文明城市,某中学为了增强学生对九江创文的了解和重视,组织全校高三学生进行了"创文知多少"知识竞赛(满分100),现从中随机抽取了文科生、理科生各100名同学,统计他们的知识竞赛成绩分布如下:

	[0,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
文科生	1	16	23	44	16
理科生	9	24	27	32	8
合计	10	40	50	76	24

(1)在得分小于80分的学生样本中,按文理科类分层抽样抽取5名学生.
①求抽取的5名学生中文科生、理科生各多少人;
②从这5名学生中随机抽取2名学生,求抽取的2名学生中至少有一名文科生的概率.
(2)如果得分大于等于80分可获"创文竞赛优秀奖",能否有99.9%的把握认为获"创文竞赛优秀奖"与文理科类有关?

参考数据:

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中$n=a+b+c+d$.

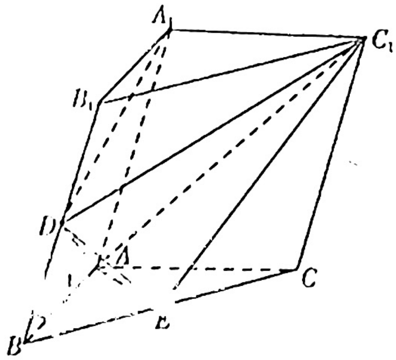
18.（本小题满分12分）

在锐角$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边为a,b,c，已知$(a-b+c)(a-b-c)+ab=0$，$bc\sin C=3c\cos A+3a\cos C$，

（1）求c；

（2）求$a+b$的取值范围.

19.（本小题满分12分）



如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AC\perp$平面AA_1B_1B，$\angle ABB_1=\dfrac{\pi}{3}$，$AB=1$，$AC=AA_1=2$，$D$为棱$BB_1$的中点.

（1）求证：$AD\perp$平面A_1C_1D；

（2）若E为棱BC的中点，求三棱锥$E-AC_1D$的体积.

20.（本小题满分12分）

已知P是抛物线$E:x^2=2py(p>0)$上一动点，$Q(0,3)$是圆$M:(x-1)^2+(y-m)^2=1$上一点，$|PQ|$的最小值为$2\sqrt{2}$.

（1）求抛物线E的方程；

（2）$N(a,b)$是圆M内一点，直线l过点N且与直线MN垂直，l与抛物线C相交于A_1,A_2两点，与圆M相交于A_3,A_4两点，且$|A_1A_3|=|A_2A_4|$，当$a+b$取最小值时，求直线l的方程.

21.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=e^{x-a}-x-\sin x,a\in\mathbf{R}$.

（1）当$a=0$时，证明：$f(x)>0$；

（2）当$a=1$时，判断$f(x)$零点的个数并说明理由.

请考生在第22－23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分10分）选修4—4：坐标系与参数方程

在直角坐标系xOy中，已知直线l的方程为$\sqrt{2}x+\sqrt{2}y+1=0$，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=\dfrac{1}{\cos\alpha}\\ y=\tan\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）. 以$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求直线l的极坐标方程和曲线C的普通方程；

（2）设直线$y=kx(k>0)$与曲线C相交于点A,B，与直线l相交于点C，求$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OB|^2}+\dfrac{1}{|OC|^2}$的最大值.

23.（本小题满分10分）选修4—5：不等式选讲

已知函数$f(x)=2|x-1|+|x-a|(a\in\mathbf{R})$.

（1）若$f(x)$的最小值为1，求a的值；

（2）若$f(x)<a|x|+6$恒成立，求a的取值范围.

命题人：周宝、李高飞、王锋、卢志鹏、付磊波　审稿人：孙善惠、段训明、林