

四川省宜宾市四中高 2023 届高三上期末考试

理科数学

本试卷共 4 页。考试结束后，只将答题卡一并交回

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $S = \{0, 1, 2\}$, $T = \{0, 3\}$, $P = S \cap T$, 则 P 的真子集共有

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. 设 $z = \frac{2}{1+i} + 2i$, 则 \bar{z} 的虚部是

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

3. 设向量 $\vec{a} = (x-1, x)$, $\vec{b} = (-1, 2)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $x =$

- A. $-\frac{3}{2}$ B. -1 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

4. 已知点 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, D 为 BC 边的中点, 且 $3\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$, 则

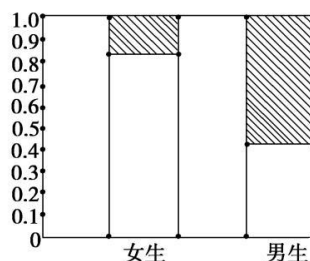
- A. $\vec{AO} = \frac{1}{2}\vec{OD}$ B. $\vec{AO} = \frac{2}{3}\vec{OD}$ C. $\vec{AO} = -\frac{1}{2}\vec{OD}$ D. $\vec{AO} = -\frac{2}{3}\vec{OD}$

5. 某中学在高三上学期期末考试中, 理科学生的数学成绩 $X \sim N(105, 100)$. 若已知 $P(90 \leq X < 105) = 0.36$, 则从该校理科生中任选一名学生, 他的数学成绩大于 120 分的概率为

- A. 0.86 B. 0.64 C. 0.36 D. 0.14

6. 如图是调查某地区男女中学生喜欢理科的等高条形图, 阴影部分表示喜欢理科的百分比, 从图中可以看出

- A. 性别与喜欢理科无关
B. 女生中喜欢理科的比为 80%
C. 男生比女生喜欢理科的可能性大一些
D. 男生不喜欢理科的比为 60%



7. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = 2\cos(\pi - \alpha)$, $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) =$ 则

- A. -4 B. 4 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

8. 在 $\triangle ABC$, 已知 $AB = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{5}$, $\tan \angle BAC = -3$, 则 BC 边上的高等于

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 2

9. 若函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后, 所得图象关于原点对称, 则 ω 的最小值为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{9}{4}$

10. 已知 x_0 是函数 $f(x) = 3^x + \log_3 x$ 的零点, 若 $0 < m < x_0$, 则 $f(m)$ 的值满足

- A. $f(m) = 0$ B. $f(m) < 0$ C. $f(m) > 0$ D. $f(m)$ 的符号不确定

11. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 与 C 相交于点 A , 直线 FA 恰与曲线

$y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 相切于点 A , FA 交 C 的准线于点 B , 则 $\frac{|FA|}{|BA|}$ 等于

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} xe^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 若 $g(x) = f(x) - ax$ 有四个不同的零点, 则 a 的取值范围为

- A. $(0, \frac{1}{e})$ B. $[\frac{1}{e}, 1)$ C. $[1, e)$ D. $[e, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ x + 3y \geq 3 \end{cases}$, 则 $z = 4x + y$ 的最大值等于_____.

14. 已知函数 $f(x) = m(2x+1)^3 - 2e^x$, 若曲线 $y = f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线与直线 $4x + y - 2 = 0$ 平行, 则 $m =$ _____.

15. 已知 $(2+mx)(1+x)^3$ 的展开式中 x^3 的系数为 5, 则 $m =$ _____.

16. 定义域为 R 的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x) + f(1-x) = 0$, 当 $x \in [0, 1)$ 时, $f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$, 给出下列四个结论:

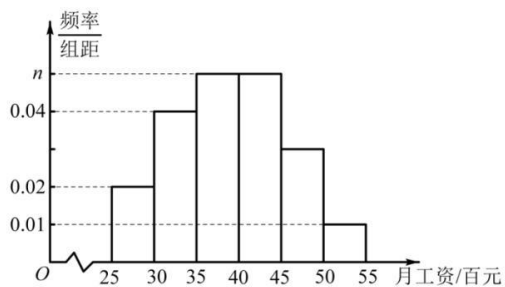
- ① $|f(x)| < 1$;
② 若 $f(x_1) + f(x_2) = 0$, 则 $x_1 + x_2 = 0$;
③ 函数 $f(x)$ 在 $(0, 4)$ 内有且仅有 3 个零点;
④ 若 $x_1 < x_2 < x_3$, 且 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$, 则 $x_3 - x_1$ 的最小值为 4.

其中, 正确结论的序号是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分) 为更好地落实农民工工资保证金制度, 南方某市劳动保障部门调查了 2018 年下半年该市 100 名农民工(其中技术工、非技术工各 50 名)的月工资, 得到这 100 名农民工的月工资均在 $[25, 55]$ (百元)内, 且月工资收入在 $[45, 50]$ (百元)内的人数为 15, 并根据调查结果画出如图所示的频率分布直方图:



(1) 求 n 的值;

(2) 已知这 100 名农民工中月工资高于平均数的技术工有 31 名, 非技术工有 19 名.

①完成如下所示 2×2 列联表

	技术工	非技术工	总计
月工资不高于平均数			50
月工资高于平均数			50
总计	50	50	100

②则能否在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下认为是不是技术工与月工资是否高于平均数有关系?

参考公式及数据: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

18. (12分) $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , D 是 AC 的中点, 已知平面向量 \vec{m}, \vec{n} 满足 $\vec{m} = (\sin A - \sin B, \sin B - \sin C)$, $\vec{n} = (a+b, c)$, $\vec{m} \perp \vec{n}$.

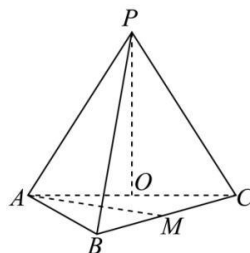
(1) 求 A ;

(2) 若 $BD = \sqrt{3}$, $b+2c = 4\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB = BC = \sqrt{2}$, $PA = PB = PC = AC = 2$, O 为 AC 的中点.

(1) 证明: $PO \perp BC$;

(2) 若点 M 在线段 BC 上, 且直线 AM 与平面 PAC 所成角的正



弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ，求直线 AC 与 PM 所成角的余弦值.

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 椭圆 C 上的一点 P 到 F_1, F_2 的距离之和等于 4.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设 $P(3,0)$, 过椭圆 C 的右焦点 F_2 的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点, 若满足 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} \leq m$ 恒成立, 求 m 的最小值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = x \sin x + \cos x + \frac{1}{2}ax^2$, $x \in [-\pi, \pi]$.

(1) 当 $a=0$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a>0$, 讨论 $f(x)$ 的零点个数;

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 4\cos\alpha + 2 \\ y = 4\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 在以 O 为极点, x 轴的非

负半轴为极轴的极坐标系中, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{6}$ ($\rho \in R$).

(1) 求曲线 C 的极坐标方程;

(2) 设直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, P 为曲线 C 上的一动点, 求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

23. 已知 $f(x) = |x-2| + |x+1| + 2|x+2|$.

(1) 求证: $f(x) \geq 5$;

(2) 若对任意实数 $x, 15 - 2f(x) < a^2 + \frac{9}{a^2+1}$ 都成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

