2022-2023 学年度第二学期第二次月考

高二数学（理科）试题

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．设集合 $A=\{x|x^2-5x+6>0\}$，$B=\{x|x-1<0\}$，则 $A\cap B=$

A.（－2，1）　B.（－∞，1）　C.（－3，－1）　D.（3，+∞）

2．$(1+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})=$

A．$-3-\mathrm{i}$　B．$-3+\mathrm{i}$　C．$3-\mathrm{i}$　D．$3+\mathrm{i}$

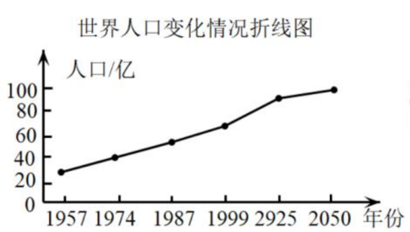
3.已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,m)$， $\boldsymbol{b}=(3,-2)$，且 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$（　）

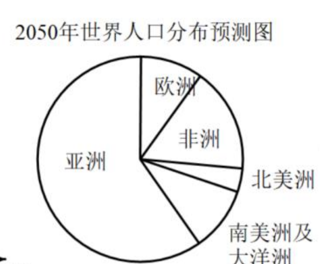
A. -8　B．-6　C．6　D．8

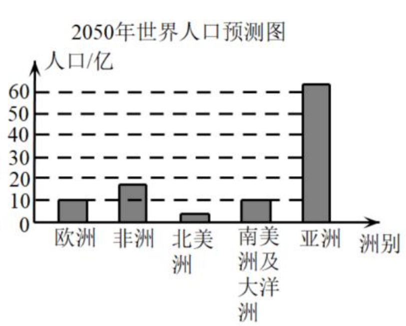
4.已知点 F 是抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点，点 $P(x_0,1)$ 是 C 上的一点，$|PF|=4$，则 $p=$（　）

A. 2　B．4　C．6　D．8

5.世界人口变化情况的三幅统计图如图所示.







下列四个结论中错误的是（　）

A．从折线图能看出世界人口的总量随着年份的增加而增加

B．1957 年到 2050 年各洲中北美洲人口增长速度最慢

C．2050 年亚洲人口比其他各洲人口的总和还要多

D．2050 年欧洲人口与南美洲及大洋洲人口之和基本持平

6.已知 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列，$a_2+a_4=14$，且 a_1，a_2，a_6 成等比数列，则 $a_n=$（　）

A．$3n-2$　B．$2n+1$　C．$16-3n$　D．$13-2n$

7.设 α，β 为两个平面，则 $\alpha\,//\,\beta$ 的充要条件是（　）

A．α 内有无数条直线与 β 平行　B．α 内有两条相交直线与 β 平行

C．α，β 平行于同一条直线　D．α，β 垂直于同一平面

8.将 4 个 1 和 2 个 0 随机排成一行，则 2 个 0 不相邻的概率为（　）

A．$\dfrac{1}{3}$　B．$\dfrac{2}{5}$　C．$\dfrac{2}{3}$　D．$\dfrac{4}{5}$

9.已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\cos^2x+(\cos x-\sin x)^2-\sqrt{3}$，则（　）

A．$f(x)$ 的最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$　B．$f(x)$ 的一条对称轴为 $x=\dfrac{\pi}{6}$

C．$f(x)$ 在 $[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}]$ 上单调递减　D．$f(x)$ 的图象关于点 $(\dfrac{\pi}{6},1)$ 中心对称

10.2023 年苏迪曼杯世界羽毛球混合团体锦标赛半决赛中，中国队与日本队鏖战 7 小时，双方打满五局，最终中国队逆转战胜了日本队进入决赛。这项比赛是五局三胜制，已知中国队每局获胜的概率为 $\dfrac{2}{3}$，则中国队打满 5 局且最终获胜的概率为（　）

A．$\dfrac{8}{243}$　B．$\dfrac{8}{81}$　C．$\dfrac{16}{81}$　D．$\dfrac{8}{27}$

11.已知圆锥的底面直径为 2，圆锥的高为 1，则该圆锥内切球的表面积为（　）

A．$(12-4\sqrt{2})\pi$　B．$(12-8\sqrt{2})\pi$　C．$(6-2\sqrt{2})\pi$　D．$(6-4\sqrt{2})\pi$

12.设已知函数 $y=a-2\ln x(\dfrac{1}{e}\le x\le e)$ 的图象上存在点 M，函数 $y=x^2+1$ 的图象上存在点 N，且 M，N 关于 x 轴对称，则 a 的取值范围是（　）

A. $[1-e^2,-2]$　B．$[-3-\dfrac{1}{e^2},+\infty)$　C．$[1-e^2,-3-\dfrac{1}{e^2}]$　D．$[-3-\dfrac{1}{e^2},-2]$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+3y-5\le 0, \\ x\ge -1, \\ x-y-1\le 0, \end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值为_________.

14. 已知 $(x-\dfrac{2}{x})^n$ 展开式中各项的二项式系数和是 64，则展开式中的常数项为_________.

15. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_n=2a_n+1$，则 $S_6=$_________.

16. 已知双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线 $l:\sqrt{3}x-y+m=0$ 与双曲线 E 的右支交于点 M，O 为坐标原点，过 O 作 $ON\perp MF_1$，垂足为 N，若 $\overrightarrow{MN}=5\overrightarrow{NF_1}$，则双曲线 E 的离心率是_________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17. (12 分) 在 ΔABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $c\sin B=b\sin\dfrac{A+B}{2}$.

（1）求 C；

（2）若 ΔABC 的面积 $S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}$，求 c 的取值范围.

18. (12 分) 新冠疫情曾使不起眼的“口罩”一度十分热销，价格不断上涨.随之带来的是生产口罩的原材料价格上涨，企业纷纷提升生产能力.下表是某口罩厂今年的月份 x 与订单 y（单位:万元）的几组对应数据：

月份 x	1	2	3	4	5
订单 y	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5

(1) 求 y 关于 x 的线性回归方程，并估计该厂 6 月份的订单金额；

(2) 已知甲从该口罩厂随机购买了 4 箱口罩，该口罩厂质检过程中发现该批口罩的合格率为 $\dfrac{3}{4}$，不合格产品需要更换. 用 X 表示甲需要更换口罩的箱数，求随机变量 X 的分布列和数学期望.

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{5}y_i=175$，$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=608$.

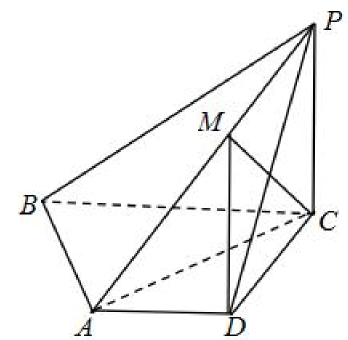
参考公式：回归直线的方程是 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，其中 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

19.(12 分)如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是等腰梯形,$AD//BC$,$BC=2AB=2AD=2$,$PC=\sqrt{3}$,$PC\perp$ 底面$ABCD$,M 为棱 AP 上的一点.

(1) 证明:$AB\perp CM$;

(2) 若二面角 $A-DC-M$ 的余弦值为$\frac{\sqrt{17}}{17}$,求$\frac{PM}{PA}$的值.



20.(12 分)已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-3ax+2a^2\ln x, a\neq 0$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $f(x)$ 有 3 个零点,求 a 的取值范围.

21.(12 分)已知离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$的椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $A(2,1)$.

(1)求椭圆 C 的方程.

(2)不经过点 A 且斜率为 k 的直线 l 与椭圆 C 相交于 P, Q 两点,若直线 AP 与直线 AQ 的斜率之积为$\frac{1}{4}$,试问 k 是否为定值?若是,求出该定值;若不是,说明理由.

(二)选考题,共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

[选修 4-4:坐标系与参数方程]

22. 已知直线 l 的参数方程 $\begin{cases} x=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t为参数),以坐标原点为极点,x 轴的非负半轴为极轴,建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2+3\rho^2\sin^2\theta=4$.

(1)求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2)已知直线 l 与曲线 C 相交于 P,Q 两点,点 M 的直角坐标为 $(-1,0)$,求 $||MP|-|MQ||$.

[选修 4-5:不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x)=|x-a|+|2x+4|$.

(1) 若 $a=1$,求不等式 $f(x)\leq 9$ 的解集;

(2) 若 $f(x)\geq|x+2|+5$,求 a 的取值范围.