成都七中高 2024 届零诊模拟考试数学试题(理科)

时间: 120 分钟　满分:150 分

一、单选题：共 12 道小题，每题 5 分，共 60 分.

1.设 $z=\frac{1-i}{1+i}+2i$，则 z 的虚部为

A.i
B.3i
C.1
D.3

2.直线 $l_1: x+ay-1=0$ 与直线 $l_2: ax+y+1=0$ 平行，则 a=

A.0
B.1
C.-1
D.1 或-1

3.一组数据包括 47、48、51、54、55，则这组数据的标准差为

A. $\sqrt{10}$

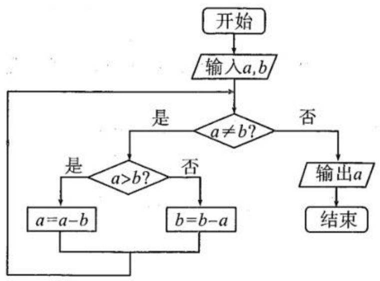
B. $5\sqrt{2}$

C.10
D.50

4.已知函数 $f(x)$ 在其定义域 R 上的导函数为 $f'(x)$，当 $x\in R$ 时，$f'(x)>0$ 是“$f(x)$ 单调递增”的

A.充要条件
B.既不充分也不必要条件
C.必要不充分条件
D.充分不必要条件

5.如图所示的算法框图思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减相术”，执行该算法框图，若输入的 a、b 分别为 36、96，则输出的 a=（ ）



A.0
B.8
C.12
D.24

6.直线 $x=2$ 与抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 交于 D、E 两点，若 $\overline{OD}\cdot\overline{OE}=0$，其中 O 为坐标原点，则 C 的准线方程为( )

A. $x=-\frac{1}{4}$

B. $x=-\frac{1}{2}$
C. $x=-1$
D. $x=-2$

7.函数 $y=\lg x$ 的图象经过变换 $\varphi:\begin{cases}x'=10x\\ y'=y+2\end{cases}$ 后得到函数 $y'=f\left(x'\right)$ 的图象，则 $f(x)=$

A. $-1+\lg x$

B. $1+\lg x$

C. $-3+\lg x$

D. $3+\lg x$

8.有甲、乙、丙、丁四名学生参加歌唱比赛，其中只有一位获奖，有人走访了四人，甲说："是乙或丙获奖."乙说："甲、丙都未获奖."丙说："我获奖了."丁说："是乙获奖."四位歌手的话只有两句是对的，则获奖的歌手是
A.甲
B.乙
C.丙
D.丁

9.设曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\cos\theta\\ y=1+\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数，且 $\theta\in\left[\frac{\pi}{2},2\pi\right]$)，曲线 C 上动点 P 到直线 $l:\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$ 的最短距离为
A.0
B. $\frac{1}{5}$
C. $\frac{2}{5}$
D.1

10.关于圆周率 π，数学史上出现过很多有创意的求法，如著名的浦丰实验和查理斯实验.受其启发，可通过设计如下实验来估计π值：先请 100 名同学每人随机写下一组正实数对(x，y)，且要求 x，y 均小于 1；再统计 x、y 和 1 作为三边长能形成钝角三角形的数对(x，y)的个数 m；最后利用统计结果估计π值.假如某次实验结果得到 m=28，那么本次实验可以将π值估计为
A. $\frac{22}{7}$
B. $\frac{47}{15}$
C. $\frac{78}{25}$
D. $\frac{53}{17}$

11.点 A、B 在以 PC 为直径的球 O 的表面上，且 $AB\perp BC$，AB=BC=2，已知球 O 的表面积是 12π，设直线 PB 和 AC 所成角的大小为α，直线 PB 和平面 PAC 所成角的大小为 β，四面体 PABC 内切球

半径为 r，下列说法中正确的个数是

①$BC\perp$平面 PAB；②平面$PAC\perp$平面 ABC； ③$\sin\alpha=\cos\beta$；④$r>\frac{1}{2}$

A.1
B.2
C.3
D.4

12.函数$f(x)=e^{x}-1-\sin(11x)$在$[0,+\infty)$上的零点个数为

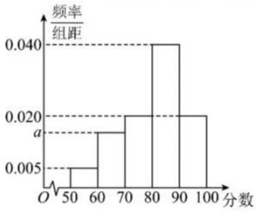
A.1
B.2
C.3
D.4

二、填空题:共 4 道小题,每题 5 分，共 20 分.

13.命题“$\forall x>0$，$\tan x>x$”的否定为_____________.

14.函数$f(x)=\frac{x}{\cos x}$的图象在$x=\pi$处的切线方程为_____________.

15.某区为了解全区 12000 名高二学生的体能素质情况，在全区高二学生中随机抽取了 1000 名学生进行体能测试，并将这 1000 名的体能测试成绩整理成如下频率分布直方图.根据此频率分布直方图，这 1000 名学生平均成绩的估计值为____________.



16. 双曲线$H:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$其左、右焦点分别为$F_1,F_2$，倾斜角为$\frac{\pi}{3}$的直线$PF_2$与双曲线 H 在第一象限交于点 P，设$\triangle F_1PF_2$内切圆半径为 r，若$PF_2|\geq 2\sqrt{3}r$，则双曲线 H 的离心率的取值范围为______.

三、解答题：共 5 道大题，共 70 分.

17.（12 分）设函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{f'(-1)}{4}x^2+2x-f(1)$

(1)求$f'(-1)$、$f(1)$的值；

(2)求$f(x)$在[0,2]上的最值.

18.（12 分)信创产业即信息技术应用创新产业，是一条规模庞大、体系完整的产业链，是数字经济的重要抓手之一.在政府、企业等多方面的共同努力下，中国信创产业市场规模不断扩大，市场释放出前所未有的活力.下表为 2018—2022 年中国信创产业规模（单位：千亿元），其中 2018—2022 年对应的代码依次为 1~5.

年份代码 x	1	2	3	4	5
中国信创产业规模 y/千亿元	8.1	9.6	11.5	13.8	16.7

(1)从 2018—2022 年中国信创产业规模中任取 2 个数据，求这 2 个数据都大于 10 的概率.

（2）由上表数据可知，可用指数型函数模型 $y=a\cdot b^{x}$ 拟合 y 与 x 的关系，请建立关于 x 的回归方程(a，b 的值精确到 0.01)，并预测 2023 年中国信创产业规模能否超过 20 千亿元.

参考数据:

$\overline{v}$	$\sum_{i=1}^{5}x_iv_i$	$e^{1.919}$	$e^{0.177}$	1.19^6
2.45	38.52	6.81	1.19	2.84

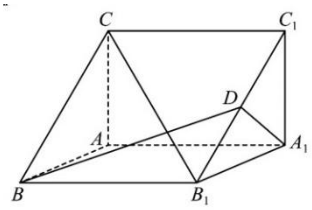
其中 $v_i=\ln y_i, \overline{v}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}v_i$

参考公式：对于一组数据 (u_1,w_1)，(u_2,w_2)，…，(u_n,w_n)，其回归直线 $\hat{w}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}u_iw_i-n\overline{w}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\overline{u}^{-2}}$，$\hat{\alpha}=\overline{w}-\hat{\beta}\overline{u}$

19.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 ACC_1A_1 为矩形，$AB\perp AC$ 且 AB=AC=2,D 为 B_1C_1 的中点，$AA_1=B_1C=2\sqrt{2}$.

(1)证明: AC_1 // 平面 A_1BD；

（2）求平面 AB_1C 与平面 AA_1D 所成锐二面角的余弦值



20.（12 分）椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上顶点为 B，左焦点为 F，中心为 0.已知 T 为 x 轴上动点，直线 BT 与椭圆 C 交于另一点 D；而 P 为定点，坐标为 $(-2,\sqrt{3})$，直线 PT 与 y 轴交于点 Q.当 T 与 F 重合时，有 $|\overrightarrow{PB}|=|\overrightarrow{PT}|$，且 $2\overrightarrow{BT}=\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{BQ}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)设 T 的横坐标为 t，当 $t\in(0,2)$ 时，求 $\triangle DTQ$ 面积的最大值.

21.(12 分）设函数 $f(x)=e^{x}-ax$，其中 $a\in R$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上的极值；

(2)若函数 f(x)有两零点$x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$，且满足$\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}>1$，求正实数$\lambda$的取值范围.

22.（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 和直线l的极坐标方程分别为$\rho=2\sin\theta+2a\cos\theta$和$\rho\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$.且二者交于 M，N 两个不同点.

(1)写出曲线 C 和直线 l 的直角坐标方程；

(2)若点 P 的极坐标为$(2,\pi),|PM|+|PN|=5\sqrt{2}$，求 a 的值.