

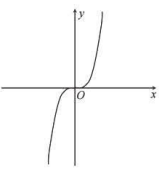
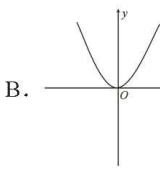
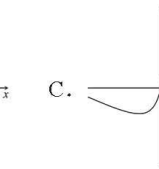
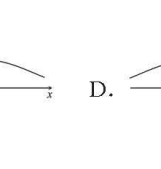
合肥六校联盟 2022-2023 学年第二学期期末联考

高二年级数学试卷

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

命题学校: 合肥十中 命题教师: 万宗启 审题教师: 濮维灿

一、单选题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 每小题只有一个正确答案, 请把正确答案涂在答题卡上)

- 数列 $\{a_n\}$ 中, “ $a_{n+1} = 2a_n, n \in \mathbb{N}^*$ ”是“ $\{a_n\}$ 是公比为 2 的等比数列”的 ().
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 某质点沿直线运动, 位移 y (单位: m) 与时间 t (单位: s) 之间的关系为 $y(t) = 4t^2 + 3$, 则质点在 $t = 2$ 时的瞬时速度为 ().
A. 19m/s B. 16m/s C. 11m/s D. 8m/s
- 若直线 $mx + y - 5 = 0$ 与 $2x + (3m - 1)y - 1 = 0$ 垂直, 则 m 的值为 ().
A. -5 B. $-\frac{1}{5}$ C. 5 D. $\frac{1}{5}$
- 我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果. 哥德巴赫猜想可以表述为“每个大于 2 的偶数都可以表示为两个质数的和”, 如: $16 = 5 + 11$. 在不超过 12 的质数中, 随机选取两个不同的数, 其和为偶数的概率为 ().
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{4}{5}$
- 函数 $f(x) = x^2(e^x - e^{-x})$ 的大致图象为 ().
A.  B.  C.  D. 
- 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, 直线 $3x + 4y - 10 = 0$ 上动点 P , 过点 P 作圆 O 的一条切线, 切点为 A , 则 $|PA|$ 的最小值为 ().
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
- 设某公路上经过的货车与客车的数量之比为 2:1, 货车中途停车修理的概率为 0.02, 客车为 0.01, 今有一辆汽车中途停车修理, 则该汽车是货车的概率为 ().
A. 0.8 B. 0.6 C. 0.5 D. 0.3
- 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 其导函数为 $f'(x)$, 且满足 $f(x) > f'(x) + 1$, $f(0) = 2023$, 则不等式 $e^{-x}f(x) > e^{-x} + 2022$ (其中 e 为自然对数的底数) 的解集是 ().

- A. $(2022, +\infty)$ B. $(-\infty, 2023)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

二、多选题(本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对得5分,部分选对得2分,有选错的得0分.请把正确答案涂在答题卡上)

9. 下列说法中正确的有()

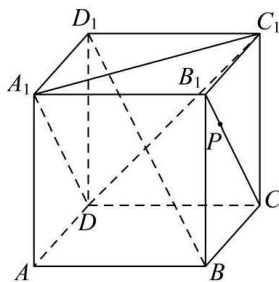
- A. 将一组数据中的每一个数据都加上或减去同一个常数后,方差不变
B. 设有一个线性回归方程 $\hat{y} = 3 - 5x$, 变量 x 增加1个单位时, y 平均增加5个单位
C. 设具有相关关系的两个变量 x, y 的相关系数为 r , 则 $|r|$ 越接近于0, x 和 y 之间的线性相关程度越弱
D. 在 2×2 列联表中计算 χ^2 值, 在 $\chi^2 \geq 2.706$ 的前提下, χ^2 值越大, 判断两个变量间有关联的把握就越大

10. 已知数列 $\{\frac{a_n}{n+2^n}\}$ 是首项为1, 公差为 d 的等差数列, 则下列判断正确的是()

- A. $a_1 = 3$ B. 若 $d = 1$, 则 $a_n = n^2 + 2n$ C. a_2 可能为6 D. a_1, a_2, a_3 可能成等差数列

11. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在线段 B_1C 上运动, 则下列结论正确的是()

- A. 直线 $BD_1 \perp$ 平面 A_1C_1D
B. 三棱锥 $P-A_1C_1D$ 的体积为定值
C. 异面直线 AP 与 A_1D 所成角的取值范围是 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$
D. 直线 C_1P 与平面 A_1C_1D 所成角的正弦值的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$



12. 已知函数 $f(x) = 2a \ln x + x^2$, 则下列说法正确的是()

- A. 当 $a = -1$ 时, 函数 $y = f(x)$ 的单调增区间为 $(1, +\infty)$
B. 当 $a = -1$ 时, 函数 $y = f(x)$ 的极小值为1
C. 若 $f(x)$ 在定义域内不单调, 则 $a \in (-\infty, 0)$
D. 若对 $\forall x_1 > x_2 > 0$ 有 $f(x_1) - f(x_2) > 2(x_1 - x_2)$ 成立, 则 $a \in (\frac{1}{4}, +\infty)$

三、填空题(本题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 某数学兴趣小组的5名学生负责讲述“宋元数学四大家”——秦九韶、李冶、杨辉和朱世杰的故事, 每名学生只讲一个数学家的故事, 每个数学家的故事都有学生讲述, 则不同的分配方案有_____种. (请用数字作答)

14. $(x+1)(2x-1)^4$ 展开式中含有 x^3 项的系数为_____. (请用数字作答)

15. 某工厂为研究某种产品的产量 x (吨) 与所需某种原材料 y (吨) 的相关性, 在生产过程中收集了对应

数据如表所示：根据表中数据，得出 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y} = 0.6x + \hat{a}$ ，据此计算出在样本 $(4, 3)$ 处的残差为 -0.15 ，则表中 m 的值为_____。（注：残差是实际观察值与估计值之间的差）

x	3	4	5	6
y	2	3	4	m

16. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，点 $D(p, 0)$ ，过点 F 的直线交 C 于 M, N 两点，直线 MD 垂直 x 轴， $|MF| = 3$ ，则 $|NF| =$ _____。

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

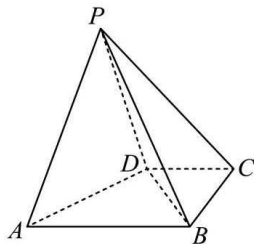
17.（本题满分 10 分）已知等比数列 $\{a_n\}$ 是递增数列， $a_2 a_5 = 32$ ， $a_3 + a_4 = 12$ 。数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{a_n}$ 。

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；(2) 求数列 $\{nb_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

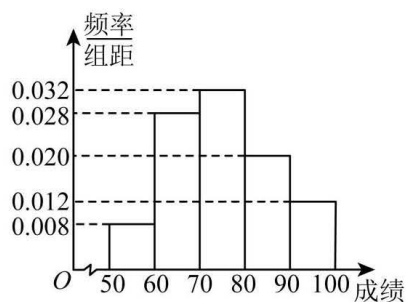
18.（本题满分 12 分）已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 $\triangle PAD$ 为等边三角形，底面 $ABCD$ 为直角梯形， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BC = CD = \frac{1}{2}AB = 2$ ， $PA \perp BD$ 。

(1) 求证：平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 求直线 PC 与平面 PBD 所成角的正弦值。



19.（本题满分 12 分）博鳌亚洲论坛 2023 年会员大会于 3 月 28 日在海南博鳌举办，大会组织者对招募的 100 名服务志愿者培训后，组织了一次知识竞赛，将所得成绩制成如下频率分布直方图（假定每个分数段内的成绩均匀分布），组织者计划对成绩前 30 名的参赛者进行奖励。



(1) 试确定受奖励的分数线；

(2) 从受奖励的 90 以下和 $[90, 100]$ 的 30 人中采取分层抽样的方法从中选 10 人在主会场服务，组织者又从这 10 人中任选 5 人为贵宾服务，记其中成绩在 90 分以上（含 90 分）的人数为 ξ ，求 ξ 的分布列与数学期望。

20. (本题满分 12 分) 某企业为了了解年广告费 x (单位: 万元) 对年销售额 y (单位: 万元) 的影响, 统计了近 7 年的年广告费 x_i 和年销售额 y_i ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$) 的数据, 得到下面的表格:

年广告费 x	2	3	4	5	6	7	8
年销售额 y	25	41	50	58	64	78	89

由表中数据, 可判定变量 x, y 的线性相关关系较强.

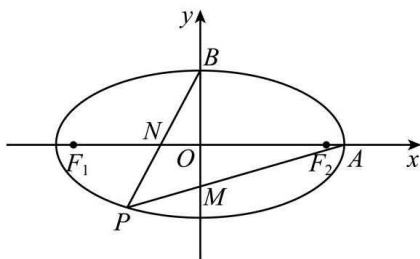
(1) 建立 y 关于 x 的线性回归方程;

(2) 已知该企业的年利润 z 与 x, y 的关系为 $z = 2\sqrt{y} - x$, 根据 (1) 的结果, 年广告费 x 约为何值时 (小数点后保留一位), 年利润的预报值最大?

附: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别

$$\text{为 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}; \quad \text{参考数据: } \sum_{i=1}^7 y_i = 405, \quad \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 2305.$$

21. (本题满分 12 分) 如图, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F_2(\sqrt{3}, 0)$, 上顶点为 $B(0, 1)$, 右顶点为 A .



(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若点 P 是椭圆 C 上异于 A, B 的一点, 且直线 PA, PB 分别与 y 轴和 x 轴交于点 M, N , 求证: $|AN| \cdot |BM|$ 为定值.

22. (本题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = 2\ln x + ax^2 - ax$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 设 x_1, x_2 ($0 < x_1 < x_2$) 是函数 $f(x)$ 的两个极值点, 证明: $f(x_1) - f(x_2) < \frac{a}{4} - 2\ln a + 4$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线