

临沂市 2020 级普通高中学科素养水平监测考试

数 学

2022.7

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\{1, 2\}$
 - B. $\{1, 4\}$
 - C. $\{0, 1\}$
 - D. $\{0, 1, 2\}$
2. “ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ”是“ $x^2 + y^2 \geq 8$ ”的
 - A. 必要不充分条件
 - B. 充分不必要条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
3. 已知 $x \in \{2, 3\}$, $y \in \{-31, -24, 4\}$, 则 (x, y) 可表示不同点的个数是
 - A. 1
 - B. 3
 - C. 6
 - D. 9
4. 设 $a = e^{a_01}$, $b = \log_{\pi} e$, $c = \ln \frac{1}{\pi}$, 则
 - A. $a > c > b$
 - B. $b > a > c$
 - C. $c > a > b$
 - D. $a > b > c$
5. 二项式 $(x^3 + \frac{2}{x^2})^5$ 展开式中的常数项为
 - A. -80
 - B. -40
 - C. 40
 - D. 80
6. 对于样本相关系数, 下列说法错误的是
 - A. 样本相关系数可以用来判断成对样本数据相关的正负性
 - B. 样本相关系数可以是正的, 也可以是负的
 - C. 样本相关系数 $r \in [-1, 1]$
 - D. 样本相关系数越大, 成对样本数据的线性相关程度也越强
7. 某校为落实“双减”政策, 在课后服务时间开展了丰富多彩的体育兴趣小组活动。现有 A, B, C, D 四名同学拟参加足球、篮球、排球、羽毛球、乒乓球等五项活动, 由于受个人精力和时间

限制,每个人只能等可能的参加其中一项,则恰有两人参加同一项活动的概率为

- A. $\frac{96}{125}$ B. $\frac{72}{125}$ C. $\frac{48}{125}$ D. $\frac{24}{125}$

8. 对数的发明并非来源于指数,而是源于数学家对简化大数运算的有效工具的追求.其关键是利用对应关系 $q^k \rightarrow k: [q^0, \dots, q^n, \dots] \rightarrow [0, 1, 2, \dots, n, \dots]$. 观察下表:

b	...	13	14	15	...	27	28	29	...
$N=2^b$...	8192	16384	32768	...	134217728	268435456	536870912	...

已知 299792.468 (km/s) 是光在真空中的速度, 31536000 是一年的总秒数 (假设一年 365 天), 根据表中数据, 计算 $M = \log_2(299792.468 \times 31536000)$, 则 M 一定落在区间

- A. (19, 20) B. (20, 21) C. (21, 22) D. (22, 23)

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 若随机变量 X 服从两点分布, 其中 $P(X=0) = \frac{2}{3}$, $E(X)$, $D(X)$ 分别为随机变量 X 的均值

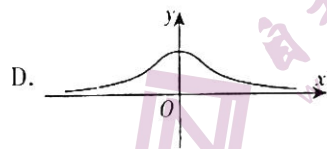
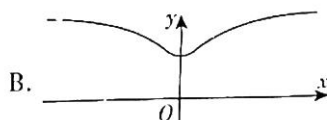
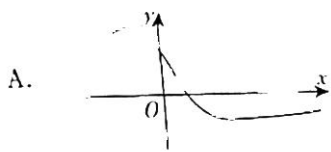
与方差, 则下列结论正确的是

- A. $P(X=1) = E(X)$
C. $D(3X+2) = 2$

B. $E(3X+2) = 4$

D. $D(X) = \frac{4}{9}$

10. 函数 $f(x) = \frac{ax+1}{x^2+1}$ 的大致图象可能是



11. 已知函数 $f(x) = x^3 - x - 1$, 则

- A. $f(x)$ 有三个零点
B. $f(x)$ 有两个极值点
C. 点 $(0, -1)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称中心
D. 直线 $y = 2x - 3$ 在点 $(1, -1)$ 处与曲线 $y = f(x)$ 相切

12. 设 A, B 为随机事件, 且 $0 < P(B) < 1$, 下列命题中成立的是

- A. 若 $P(A|B) = P(A)$, 则 $P(A|\bar{B}) = P(A)$
B. 若 $P(A|B) > P(A)$, 则 $P(\bar{A}|\bar{B}) > P(A)$
C. 若 $P(A|A \cup B) > P(\bar{A}|A \cup B)$, 则 $P(A) > P(B)$
D. 若 $P(A|B) > P(A|\bar{B})$, 则 $P(A|B) > P(A)$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知 $C_{n+1}^1 = 21$, 那么 $n =$ _____.

14. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $[-2, 2]$ 上的奇函数, 当 $x \in [0, 2]$ 时 $f(x) = 3x - \log_2(x+a)$, 则 $f(-a) =$ _____.

15. 哥德巴赫猜想是指“每个大于2的偶数都可以表示为两个素数的和”, 例如 $10 = 7 + 3$, $16 = 13 + 3$, 在不超过40的素数中, 随机选取两个数, 其和等于40的概率为 _____.

16. 若对任意的 $x_1, x_2 \in (m, +\infty)$, 且当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $\frac{\ln x_1 - \ln x_2}{x_1 - x_2} > \frac{3}{x_1 x_2}$, 则 m 的最小值是 _____.

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知曲线 $y = 2x + \ln x$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线与曲线 $y = ax^2 + (2a+3)x + 1$ 只有一个公共点, 求 a 的值.

18. (12分)

第24届冬季奥林匹克运动会于2022年2月在北京隆重开幕, 这大大激发了国人对冰雪运动的关注. 为了解某城市居民对冰雪运动的关注情况, 现随机抽取该城市50人进行调查统计, 得到如下 2×2 列联表:

	关注冰雪运动	不关注冰雪运动
男	20	10
女	10	10

(1) 依据小概率值 $\alpha = 0.010$ 的独立性检验, 能否认为性别对关注冰雪运动有明显影响;

(2) 此次冬奥会共设七个大项, 其中滑雪、雪车、雪橇、冬季两项(滑雪加射击两者结合)四大项为雪上运动项目, 滑冰、冰球、冰壶三大项为冰上运动项目. 小明想从中挑选三个大项观看比赛, 设挑选的这三个大项中含雪上运动项目的数量为 X , 求 X 的分布列与期望.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n = a+b+c+d$.

$\alpha = P(\chi^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

19. (12分)

在某种产品的生产过程中,需对该产品的关键指标进行检测,为保障产品质量,检验员在一天的生产中定期对生产线上的产品进行检测,每次检测要从该产品的生产线上随机抽取 16 件测量其关键指标数据.根据生产经验,可以认为这条产品生产线正常状态下生产的产品的关键指标数据服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,在检测中,如果有一次出现了关键指标数据在 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 之外的产品,就认为这条生产线在这一天的生产过程出现了异常情况,需对本次的生产过程进行检查.

(1)下面是检验员在一次抽取的 16 件产品的关键指标数据:

10.02	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
10.26	9.91	10.13	9.95	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得 $\bar{x} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 9.97$, $s = \sqrt{\frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{16} (\sum_{i=1}^{16} x_i^2 - 16\bar{x}^2)} \approx 0.212$, 其中 x_i 为抽取的第 i 件产品的关键指标数据, $i=1, 2, \dots, 16$. 用样本平均数 \bar{x} 作为 μ 的估计值 $\hat{\mu}$, 用样本标准差 s 作为 σ 的估计值 $\hat{\sigma}$, 利用估计值判断是否需对本次的生产过程进行检查?

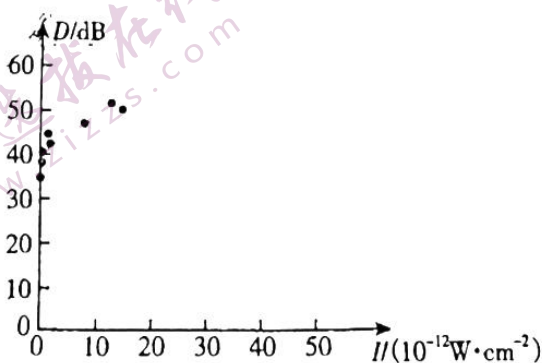
(2)如果某一天内进行了四次检测,若出现两次以上(含两次)生产过程检查,则需停止生产并对生产设备进行检修.试求该天需对生产设备进行检修的概率(精确到 0.01).

附:若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu-3\sigma < X < \mu+3\sigma) = 0.9974$,

$0.9974^{16} \approx 0.9592$, $0.9974^{15} \approx 0.9617$, $0.9592^3 \approx 0.8825$, $0.9592^4 \approx 0.8465$

20. (12分)

2022 年 6 月 5 日是世界环境日,十三届全国人大常委会第三十二次会议表决通过的《中华人民共和国噪声污染防治法》今起施行.噪声污染已经成为影响人们身体健康和生活质量的严重问题,为了解声音强度 D (单位: dB) 与声音能量 I (单位: $\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}$) 之间的关系,将测量得到的声音强度 D 和声音能量 I 的数据作了初步处理,得到如图所示的散点图:



(1) 根据散点图判断, $D = a_1 + b_1 I$ 与 $D = a_2 + b_2 \lg I$ 哪一个适宜作为声音强度 D 关于声音能量 I 的回归模型? (给出判断即可, 不必说明理由)

(2) 求声音强度 D 关于声音能量 I 的非线性经验回归方程(请使用题后参考数据作答);

(3) 假定当声音强度大于 45dB 时, 会产生噪声污染, 城市中某点 P 处共受到两个声源的影响, 这两个声源的声音能量分别是 I_a 和 I_b , 且 $\frac{1}{I_a} + \frac{9}{I_b} = 10^{10}$. 已知点 P 处的声音能量等于 I_a 与 I_b 之和, 请根据(2)中的非线性经验回归方程, 判断点 P 处是否受到噪声污染, 并说明理由.

参考数据: $\bar{I} = 1.04 \times 10^{-11}$, $\bar{D} = 36.7$, 令 $W_i = \lg I_i$, 有 $\bar{W} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} W_i$, $\bar{W} \approx 11.4$,

$\sum_{i=1}^{10} (I_i - \bar{I})^2 = 1.38 \times 10^{-21}$, $\sum_{i=1}^{10} (W_i - \bar{W})^2 = 1.48$, $\sum_{i=1}^{10} (W_i - \bar{W}) \cdot (D_i - \bar{D}) = 7.4$,

$\sum_{i=1}^{10} (I_i - \bar{I})(D_i - \bar{D}) = 6.9 \times 10^{-11}$, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (I_i - \bar{I})(D_i - \bar{D})}{\sum_{i=1}^n (I_i - \bar{I})^2}$, $\hat{a} = \bar{D} - \hat{b} \bar{W}$, $\lg 2 \approx 0.3$.

21. (12 分)

2022 年 5 月以来, 国际棉价小幅上涨后下行; 国内棉价大幅下跌. 受此影响, 现有两类以棉花为主要原材料的服装, A 类服装为纯棉服饰, 成本价为 120 元/件, 总量中有 40% 将按照原价 200 元/件的价格销售给非会员顾客, 有 50% 将按照 8.5 折的价格销售给会员顾客; B 类服装为全棉服饰, 成本价为 160 元/件, 总量中有 20% 将按照原价 300 元/件的价格销售给非会员顾客, 有 40% 将按照 7.5 折的价格销售给会员顾客. 这两类服装剩余部分将会在换季促销时按照原价 6 折的价格销售给顾客, 并能全部售完.

(1) 通过计算比较这两类服装单件收益的均值(收益 = 售价 - 成本);

(2) 某服装专卖店店庆当天, 全场 A, B 两类服装均以会员价销售. 假设每位来店购买 A, B 两类服装的顾客只选其中一类购买, 每位顾客限购 1 件, 且购买了服装的顾客中购买 A 类服装的概率为 $\frac{1}{4}$. 已知该店店庆当天这两类服装共售出 5 件, 设 X 为该店当天所售服装中 B 类服装的件数, Y 为当天销售这两类服装带来的总收益. 求 Y 的期望 $E(Y)$, 以及当 $P(X < n) \leq 0.5 (n \in \mathbf{N})$ 时, n 可取的最大值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{x+1-a}{e^x}$ ($x > 0$).

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设 $g(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} - x - f'(x)e^x$, 若对任意的 $x \in (0, +\infty)$, 都有 $g(x) \leq e^x$ 恒成立, 求 a

的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线