秘密 ★ 启用前 【考试时间：2021 年 11 月 1 日 15：00—17：00】

绵阳市高中 2019 级第一次诊断性考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x|-1<x\leqslant 1\}$，$B=\{x|\log_2 x<1\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{x|-1<x\leqslant 1\}$　　B．$\{x|-1<x<1\}$　　C．$\{x|0<x\leqslant 1\}$　　D．$\{x|0<x<1\}$

2．若 $0<a<b$，则下列结论正确的是

A．$\ln a>\ln b$　　B．$b^2<a^2$　　C．$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　D．$(\frac{1}{2})^a>(\frac{1}{2})^b$

3．设 D，E 为△ABC 所在平面内两点，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{BE}$，则 $\overrightarrow{DE}=$

A．$-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

C．$\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$　　D．$-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

4．设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-5\leqslant 0,\\2x+y-8\leqslant 0,\\y\leqslant 3,\end{cases}$ 则 $z=3x+4y$ 的最大值是

A．12　　B. 17　　C. 18　　D．$\frac{39}{2}$

5．通常人们用震级来描述地震的大小．地震震级是对地震本身大小的相对量度，用 M 表示，强制性国家标准 GB17740—1999《地震震级的规定》规定了我国地震震级的计算和使用要求，即通过地震面波质点运动最大值 $(A/T)_{\max}$ 进行测定，计算公式如下：$M=\lg(A/T)_{\max}+1.66\lg\Delta+3.5$（其中 Δ 为震中距），已知某次某地发生了 4.8 级地震，测得地震面波质点运动最大值为 0.01，则震中距大约为

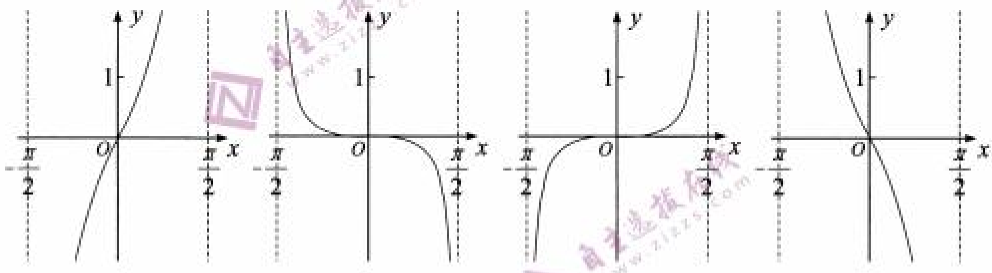
A．58　　B．78　　C．98　　D．

6. “$(a+1)^{\frac{1}{2}}<(3-2a)^{\frac{1}{2}}$” 是 “$-2<a<\frac{2}{3}$” 的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7. 函数 $f(x)=\frac{\sin x+x}{\cos x}$ 在$(-\frac{\pi}{2}，\frac{\pi}{2})$上的图象大致为



A　　B　　C　　D

8. 已知 $a=(\frac{16}{81})^{-\frac{1}{4}}$，$b=\log_3 2+\log_2 3$，$c=\frac{2}{3}\log_2 3$，则 a，b，c 的大小关系为

A．$c>b>a$　　B．$b>a>c$　　C．$a>c>b$　　D．$b>c>a$

9. 已知首项为 1 的数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$4a_na_{n+1}=16^n$，则下列说法不正确的是

A．数列$\{a_n\}$是等比数列　　B．数列$\{S_n\}$为单调递增数列

C．$a_5=256$　　D．$4a_n=3S_n+4^{n-1}$

10. 设函数 $f(x)=\begin{cases}-1, & x<\frac{1}{2},\\ \log_2 x, & x\geqslant\frac{1}{2},\end{cases}$ 则满足 $f(2x-1)<f(x)$ 的 x 的取值范围是

A．$(\frac{1}{2}，\frac{3}{4}]$　　B．$[\frac{3}{4}，1)$　　C．$(-\infty，\frac{3}{4}]$　　D．$(\frac{1}{2}，1)$

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$ 满足下列三个条件：

①对任意的$1\leqslant x_1<x_2\leqslant 2$，都有 $f(x_1)>f(x_2)$；② $y=f(x+1)$ 的图象关于 y 轴对称；

③对任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)=f(x+2)$．则 $f(\frac{1}{3})$，$f(\frac{3}{2})$，$f(\frac{8}{3})$ 的大小关系是

A．$f(\frac{8}{3})>f(\frac{3}{2})>f(\frac{1}{3})$　　B．$f(\frac{8}{3})>f(\frac{1}{3})>f(\frac{3}{2})$

C．$f(\frac{1}{3})>f(\frac{3}{2})>f(\frac{8}{3})$　　D．$f(\frac{3}{2})>f(\frac{8}{3})>f(\frac{1}{3})$

12. 函数 $f(x)=3\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0，|\varphi|<\frac{\pi}{2})$，已知$|f(\frac{\pi}{3})|=3$，且对于任意的 $x\in\mathbf{R}$ 都有

$f(-\frac{\pi}{6}+x)+f(-\frac{\pi}{6}-x)=0$，若 $f(x)$ 在 $(\frac{5\pi}{36}，\frac{2\pi}{9})$上单调，则 ω 的最大值为

A．11　　B．9　　C．7　　D　5

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1=2$，$S_7=35$，则 $a_6=$_______.

14．已知平面向量 $\vec{a}=(1,\ \sqrt{3})$，$\vec{b}=(m,\ -1)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $|\vec{b}|=$_______.

15．若 $\tan\alpha=5\tan\dfrac{\pi}{7}$，则 $\dfrac{\cos(\alpha-\frac{5\pi}{14})}{\sin(\alpha-\frac{\pi}{7})}=$_______.

16．已知函数 $f(x)=\cos 2x+a\sin x-1$，若不等式 $|f(x)|\leqslant 1$ 对任意的 $x\in[0,\ \pi]$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为_______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\cos^2\omega x+2\sin\omega x\cos\omega x-\sqrt{3}(\omega>0)$，其图象的两条相邻对称轴间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$.

（1）求函数 $f(x)$ 在 $[0,\ \dfrac{\pi}{2}]$ 上的单调递增区间；

（2）将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\varphi(0<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象，若函数 $g(x)$ 为偶函数，求 φ 的值.

18．（12 分）

已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$a_1=2$，且满足 $S_{n+1}=3S_n+2$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19．（12 分）

在锐角△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，$c=3$，从以下三个条件中任选一个：①$b\tan C=(2a-b)\tan B$；②$2c\cos B=2a-b$；③$ac\cos A+a^2(\cos C-1)=b^2-c^2$，解答如下的问题.

（1）证明：$a=\sqrt{3}\sin B+3\cos B$；

（2）若 AB 边上的点 P 满足 $AP=2PB$，求线段 CP 的长度的最大值.

20. （12 分）

已知函数 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+ax^2+3a^2x-\frac{5}{3}$.

（1）若 $a=-1$ 时，求 $f(x)$ 在区间[-4，2]上的最大值与最小值.

（2）若存在实数 m，使得不等式 $f(x)<0$ 的解集为$(m，+\infty)$，求实数 a 的取值范围.

21. （12 分）

已知函数 $f(x)=xe^x-bx\ln x-\frac{1}{2}x^2(b\in\mathbf{R})$，其图象在点(1，$f(1)$)处的切线斜率为 2e-3.

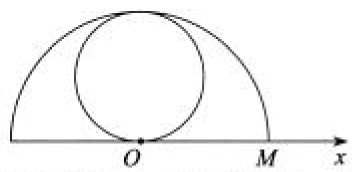
（1）证明：当 $x>1$ 时，$f(x)>xe^x-\frac{3}{2}x^2+1$；

（2）若函数 $g(x)=f(x)+(4-a)x-1$ 在定义域上无极值，求正整数 a 的最大值.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

如图，在极坐标系中，已知点 $M(2，0)$，曲线 C_1 是以极点 O 为圆心，以 OM 为半径的半圆，曲线 C_2 是过极点且与曲线 C_1 相切于点$(2，\frac{\pi}{2})$的圆.



（1）分别写出曲线 C_1，C_2 的极坐标方程；

（2）直线 $\theta=\alpha(0<\alpha<\pi，\rho\in\mathbf{R})$ 与曲线 C_1，C_2 分别相交于点 A，B(异于极点)，求 $\triangle ABM$ 面积的最大值.

23. [选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+m|-|x-2m|$ $(m>0)$的最大值为 6.

（1）求 m 的值；

（2）若正数 x，y，z 满足 $x+y+z=m$，求证：$\sqrt{xy}+\sqrt{xz}\leqslant\sqrt{m}$.

秘密 ★ 启用前 【考试时间：2021 年 11 月 1 日 15：00—17：00】

绵阳市高中 2019 级第一次诊断性考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x|-1<x\leqslant 1\}$，$B=\{-1，0，1\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-1，0\}$　　B．$\{-1，1\}$

C．$\{0，1\}$　　D．$\{-1，0，1\}$

2．若 $0<a<b$，则下列结论正确的是

A．$\ln a>\ln b$　　B．$b^2<a^2$

C．$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　D．$(\frac{1}{2})^a>(\frac{1}{2})^b$

3．“$\ln(x+2)<0$”是“$x<-1$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．设 D，E 为 ΔABC 所在平面内两点，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{BE}$，则

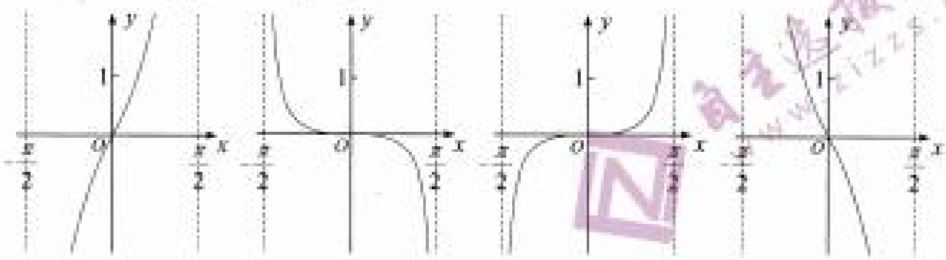
A．$\overrightarrow{DE}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$　　B．$\overrightarrow{DE}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

C．$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$　　D．$\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

5．设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-5\leqslant 0,\\2x+y-8\leqslant 0,\\y\leqslant 3\end{cases}$ 则 $z=3x+4y$ 的最大值是

A．12　　B. 17　　C. 18　　D．$\frac{39}{2}$

6．函数 $f(x)=\dfrac{\sin x+x}{\cos x}$ 在 $(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2})$ 上的图象大致为



A　　　　B　　　　C　　　　D

7．通常人们用震级来描述地震的大小．地震震级是对地震本身大小的相对量度，用 M 表示，强制性国家标准 GB17740—1999《地震震级的规定》规定了我国地震震级的计算和使用要求，即通过地震面波质点运动最大值 $(A/T)_{\max}$ 进行测定，计算公式如下：$M=\lg(A/T)_{\max}+1.66\lg\Delta+3.5$（其中 Δ 为震中距），已知某次某地发生了 4.8 级地震，测得地震面波质点运动最大值为 0.01，则震中距大约为

A．58　　B．78　　C．98　　D．118

8．已知函数 $f(x)$ 对任意实数 x，满足 $f(x)+f(-x)=0$，当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=2^x-m$（m 为常数），则 $f(1-\log_2 3)=$

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$-\dfrac{1}{3}$

9．若 $a=(\dfrac{16}{81})^{-\frac{1}{4}}$，$b=\log_3 2+\log_2 3$，$c=\dfrac{3}{2}\log_3 2$，则 a，b，c 的大小关系为

A．$c>b>a$　　B．$b>a>c$　　C．$a>c>b$　　D．$b>c>a$

10．设 $f(x)=\begin{cases}x+2,(x\leq 0),\\ \sqrt{x},(x>0),\end{cases}$ 若 $f(a)=f(a-2)$，则 $f(5-a)=$

A．2　　B．0 或 1　　C．2 或 $\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{5}$

11．已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 -5，S_3，S_6 成等差数列，则 S_9-S_6 的最小值为

A．25　　B．20

C．15　　D．10

12．把函数 $f(x)=3\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $g(x_1)=g(x_2)-6$，x_1，$x_2\in[-\pi,\pi]$，则 x_1-x_2 的最大值为

A．$\dfrac{3\pi}{4}$　　B．π　　C．$\dfrac{7\pi}{4}$　　D．2π

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1=2$，$S_7=35$，则 $a_6=$________.

14. 已知平面向量 $\vec{a}=(1,\ \sqrt{3})$，$\vec{b}=(m,\ -1)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $|\vec{b}|=$________.

15. 已知 $\beta\in(\frac{\pi}{2},\ \pi)$，$\sin\beta=\frac{1}{3}$，若 $3\sin(\alpha+2\beta)=\sin\alpha$，则 $\tan(\alpha+\beta)=$________.

16. 已知函数 $f(x)=2x^2-ax$，若不等式 $|f(x)|\le 1$ 对任意的 $x\in[0,\ 1]$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分.

17. （12 分）

已知函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$，点 $M(-\frac{7\pi}{24}$，$-2)$ 是该函数图象的一个最低点.

（1） 求函数 $f(x)$ 的解析式及函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）若 $x\in[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{8}]$，求函数 $y=f(x)$ 的值域.

18. （12 分）

已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$S_n=2a_n-2$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求 $a_1a_2-a_2a_3+\cdots+(-1)^{n+1}a_na_{n+1}$.

19. （12 分）

在△ABC 中，角 A、B、C 所对应的边分别为 a，b，c，从以下三个条件中任选一个：①$b\tan C=(2a-b)\tan B$；②$2c\cos B=2a-b$；③$ac\cos A+a^2(\cos C-1)=b^2-c^2$，解答如下问题.

（1）求角 C 的大小；

（2）若△ABC 为锐角三角形，且 $a=mb$，求实数 m 的取值范围.

20．（12 分）

已知函数 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+ax^2+3a^2x-\frac{5}{3}$．

（1）若 $a=-1$ 时，求 $f(x)$在区间$[-4，2]$上的最大值与最小值；

（2）若函数 $f(x)$仅有一个零点，求 a 的取值范围．

21．（12 分）

已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+ax^2-bx$，其图象在点$(0，f(0))$处的切线斜率为-3．

（1）求 b 的值；

（2）若 $f(x)>-e-1$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题记分．

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

如图，在极坐标系中，已知点 $M(2，0)$，曲线 C_1 是以点 O 为圆心，以 OM 为半径的半圆，曲线 C_2 是过极点且与曲线 C_1 相切于点$(2，\frac{\pi}{2})$的圆．

（1）分别写出曲线 C_1，C_2 的极坐标方程；

（2）直线 $\theta=\alpha(0<\alpha<\pi，\rho\in\mathbf{R})$ 与曲线 C_1，C_2 分别相交于点 A，B(异于极点)，求$\triangle ABM$ 面积的最大值．

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+m|-|x-2m|\ (m>0)$的最大值为 6．

（1）求 m 的值；

（2）若正数 x，y，z 满足 $x+y+z=m$，求证：$\sqrt{xy}+\sqrt{xz}\leq\sqrt{m}$．

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。