

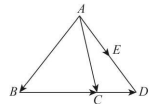
姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____ 弥 封 线 内 不 装 订 要 答 题

高一年级六月联考(数学)试题

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

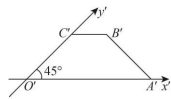
一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 化简 $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PS} - \overrightarrow{QS}$ 的结果等于
A. \overrightarrow{QP} B. \overrightarrow{OQ} C. \overrightarrow{SP} D. \overrightarrow{SQ}
- 已知复数 z 满足 $z \cdot i = 2 + i$, 则 $z =$
A. $1 - 2i$ B. $1 + 2i$ C. $2 - i$ D. $2 + i$
- 已知圆锥的底面半径为 4, 高为 3, 则该圆锥的侧面积为
A. 16π B. 20π C. 36π D. 40π
- 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 D 是 BC 边延长线上一点,若 $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{CD}$, E 为线段 AD 的中点, $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda =$



- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

5. 一梯形的直观图是如图所示的等腰梯形,且直观图 $O'A'B'C'$ 的面积为 1, 则原梯形的面积为

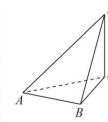


- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

- 若向量 a, b 的夹角为 60° , 且 $|a| = 2, |b| = 1$, 则向量 a 与向量 $a + 2b$ 的夹角等于
A. 30° B. 45° C. 60° D. 150°
- 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{2}, AD = 1, M$ 是矩形 $ABCD$ 内(不含边)的动点, $|\overrightarrow{MA}| = 1$, 则 $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD}$ 的最小值为

- A. $-\sqrt{6}$ B. $-\sqrt{6} + 1$ C. $-\sqrt{6} + 2$ D. $\frac{3 + \sqrt{6}}{2}$

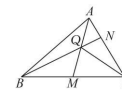
8. 如图为 2022 年北京冬奥会首钢滑雪大跳台示意图, 为测量大跳台最高点 P 距地面的距离, 小明同学在场馆内的点 A 测得 P 的仰角为 30° , $\angle ABO = 120^\circ$, $\angle BAO = 30^\circ$, $AB = 60$ (单位: m) (点 A, B, O 在同一水平地面上), 则大跳台最高高度 $OP =$



- A. 45 m B. $45\sqrt{2}$ m C. 60 m D. $60\sqrt{3}$ m

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

- 已知 i 为虚数单位, 则以下四个说法中正确的是
A. $i + i^2 + i^3 + i^4 = 0$ B. 复数 $-2 - i$ 的虚部为 $-i$
C. 若复数 z 为纯虚数, 则 $|z|^2 = z^2$ D. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| |z_2|$
- 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{NC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$, 直线 AM 交 BN 于点 Q , 则



- A. $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BA} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{QM}$
C. $\overrightarrow{BQ} = 3 \overrightarrow{QN}$ D. $\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} = \mathbf{0}$

11. 已知 a, b 是单位向量, 且 $a + b = (1, -1)$, 则下列说法错误的是

- A. $a \cdot (a + b) = -1$
B. a 在 $a + b$ 上投影向量的坐标为 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$
C. $|a + b| = 2$
D. a 与 $a + b$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $a = \sqrt{10}, a^2 + b^2 - c^2 = ab \sin C, a \cos B + b \sin A = c$, 则下列结论正确的是

- A. $\tan C = 2$ B. $A = \frac{\pi}{4}$
C. $b = \sqrt{2}$ D. $\triangle ABC$ 的面积为 6

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

- 复数 $z = 1 - i$ (其中 i 为虚数单位), 则 $|z + 3i| =$ _____.
- 若正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的上、下底面边长分别是 5 和 7, $AC_1 = 9$, 则该棱台的高为 _____.
- 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, (\sqrt{2}a - b) \tan B = b \tan C, a = \sqrt{2}c$, 则 $\frac{b}{c} =$ _____.
- 已知向量 $a = (1, 2), b = (1, -1), (c - a) \parallel b, (a + b) \perp c$, 则 c 与 a 夹角的余弦值为 _____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知复数 $z_1 = (1+i)^2$, 设 $z_2 = \frac{z_1+1}{z_1-1}$.

(1) 求复数 z_2 ;

(2) 若复数 z 满足 $\frac{z+1}{z_1} = \overline{\left(\frac{z+1}{z_1}\right)}$, $z+z_2 = \overline{z+z_2}$, 求 $|z|$.

18. (12 分)

已知向量 a, b 满足 $a = (1, -1)$, $|b| = 1$.

(1) 若 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 $a \cdot b$;

(2) 若 $(a-b) \perp b$, 求 a 与 b 的夹角.

19. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c .

(1) 证明: $a = b \cos C + c \cos B$;

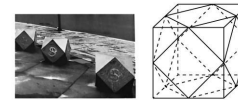
(2) 若 $a = 8, c = 7$, 且 $\frac{2a-b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. (12 分)

某广场内设置了一些石凳供大家休息, 这些石凳是由正方体截去八个一样的四面体得到的, 如图所示, 若被截正方体的棱长是 60 cm.

(1) 求石凳的体积;

(2) 为了美观, 工人准备将石凳的表面进行粉刷, 已知每平方米造价 50 元, 请问粉刷一个石凳需要多少钱?

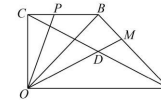


21. (12 分)

如图, 在直角梯形 $OABC$ 中, $OA \parallel CB, OA \perp OC, OA = 2BC = 2OC, M$ 为 AB 上靠近 B 的三等分点, OM 交 AC 于 D, P 为线段 BC 上的一个动点.

(1) 用 \vec{OA} 和 \vec{OC} 表示 \vec{OM} ;

(2) 设 $\vec{OB} = \lambda \vec{CA} + \mu \vec{OP}$, 求 λ, μ 的取值范围.



22. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 请在 ① $4S = \sqrt{3}(b^2 + c^2 - a^2)$; ② $a \cos C + \sqrt{3} a \sin C - b - c = 0$ 这两个条件中任选一个, 完成下列问题.

(1) 求 A ;

(2) 若 $b \sin C = c \sin\left(\frac{\pi}{2} - B\right)$ 且 $b = 4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

弥
弥
◇
封
封
线
◇
内
装
不
◇
要
订
答
◇
题
线

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



 微信搜一搜

 自主选拔在线