2022年高考模拟检测

数学试题

2022.05

本试卷共6页，22题。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

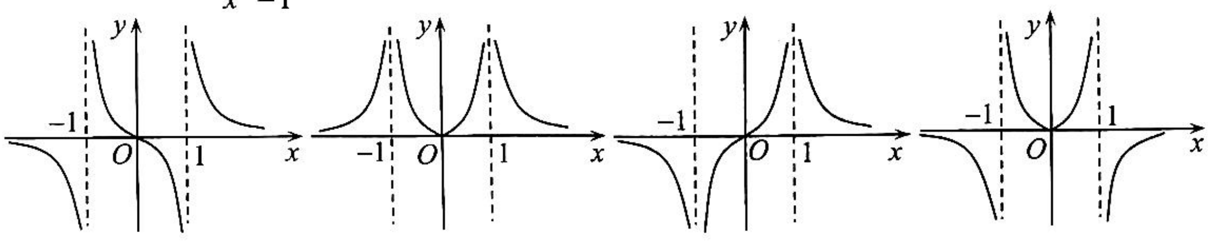
1. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{1,2,4,5\}$，$B=\{1,3,5,7\}$，则 $A\cup(\complement_U B)=$

A. $\{1,3,6\}$ B. $\{2,4\}$ C. $\{1,2,4,5,6\}$ D. $\{3,5,7\}$

2. 复数 $\dfrac{2i}{1-i}$（i是虚数单位）的虚部是

A. 1 B. $-i$ C. 2 D. $-2i$

3. 函数 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-1}$ 的图象大致为



4. 二十四节气歌是为了方便记忆我国古时立法中的二十四个节气而编成的小诗歌，体现着我国古代劳动人民的智慧．四句诗歌“春雨惊春清谷天，夏满芒夏暑相连；秋处露秋寒霜降，冬雪雪冬小大寒”中，每一句诗歌的开头一字代表着季节，每一句诗歌包含了这个季节中的6个节气．若从24个节气中任选2个节气，这2个节气恰好在一个季节的概率为

A. $\dfrac{1}{46}$ B. $\dfrac{1}{23}$ C. $\dfrac{5}{23}$ D. $\dfrac{1}{6}$

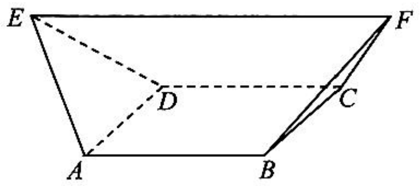
5. 若$a>b$，则

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $(\frac{1}{2})^a>(\frac{1}{2})^b$　　C. $\sqrt{a}>\sqrt{b}$　　D. $a^3>b^3$

6. 下列函数中，以$\frac{\pi}{2}$为周期且在区间$(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$上单调递增的是

A. $y=\sin 4x$　　B. $y=\cos 4x$　　C. $y=\tan x$　　D. $y=-\tan 2x$

7. 《九章算术》中记录的"羡除"是算学和建筑学术语，指的是一段类似隧道形状的几何体，如图，羡除$ABCDEF$中，底面$ABCD$是正方形，EF // 平面$ABCD$，$EF=2$，其余棱长都为1，则这个几何体的外接球的体积为



A. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$　　B. $\frac{4}{3}\pi$

C. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$　　D. 4π

8. 设O为坐标原点，抛物线$C_1:y^2=2px(p>0)$与双曲线C_2：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$有共同的焦点$F$，过$F$与$x$轴垂直的直线交$C_1$于$A,B$两点，与$C_2$在第一象限内的交点为$M$，若$\overrightarrow{OM}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}(m,n\in\mathrm{R})$，$mn=\frac{1}{8}$，则双曲线$C_2$的离心率为

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知$C:x^2+y^2-6x=0$，则下述正确的是

A. 圆C的半径$r=3$

B. 点$(1,2\sqrt{2})$在圆C的内部

C. 直线$l:x+\sqrt{3}y+3=0$与圆C相切

D. 圆$C':(x+1)^2+y^2=4$与圆C相交

10. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，动点 P 在线段 BD 上，则下述正确的是

A. $PC_1 // AD_1$　　　　B. $PC_1 \perp A_1C$

C. $PC_1 \perp$ 平面 A_1BD　　　　D. $PC_1 //$ 平面 AB_1D_1

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为R，$g(x)=f(2-x)-f(2+x)$，$h(x)=f(2-x)+f(x)$，则下述正确的是

A. $g(x)$ 为奇函数　　　　B. $g(x)$ 为偶函数

C. $h(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称　　　　D. $h(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称

12. 已知 $F(x)=\begin{cases}\lg x, 0<x<1\\ 0, \quad x\ge 1\end{cases}$，若 $a>0,b>0$，则下述正确的是

A. $F(\lg 2022)=0$　　　　B. $F(ab)=F(a)F(b)$

C. $F(ab)\ge F(a)+F(b)$　　　　D. $F(a^b)=bF(a)$

三、填空题：本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 某校高二年级共有学生1000人，其中男生480人，按性别进行分层，用分层随机抽样的方法从高二全体学生中抽出一个容量为100的样本，若样本按比例分配，则女生应抽取的人数为__________.

14. 若 ΔABC 是边长为2的等边三角形，AD 为 BC 边上的中线，M 为 AD 的中点，则 $\overrightarrow{MA}\cdot(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})$ 的值为__________.

15. 将等差数列 $\{a_n\}$ 中的项排成如下数阵，已知该数阵第 n 行共有 2^{n-1} 个数，若 $a_1=2$，且该数阵中第5行第6列的数为42，则 $a_n=$__________.

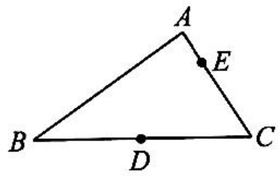
a_1

a_2　a_3

a_4　a_5　a_6　a_7

……

第 15 题图



第 16 题图

16. 如图所示，A,B,C 为三个村庄，$AB=7\text{km}$，$AC=5\text{km}$，$BC=8\text{km}$，则 $\angle ACB=$_____；若村庄 D 在线段 BC 中点处，要在线段 AC 上选取一点 E 建一个加油站，使得该加油站到村庄 A,B,C,D 的距离之和最小，则该最小值为_______ km.

（本小题第一空 2 分，第二空 3 分）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. （10 分）

从① $c\sin C-a\sin A=(\sqrt{3}c-b)\sin B$；② $\sin 2A+\sqrt{3}\cos 2A=\sqrt{3}$ 两个条件中任选一个，补充到下面横线处，并解答.

在 ΔABC 中，a,b,c 分别为内角 A,B,C 的对边，__________，$AB=2\sqrt{3}$.

（1）求角 A；

（2）若 ΔABC 外接圆的圆心为 O，$\cos\angle AOB=\dfrac{11}{14}$，求 BC 的长.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. （12 分）

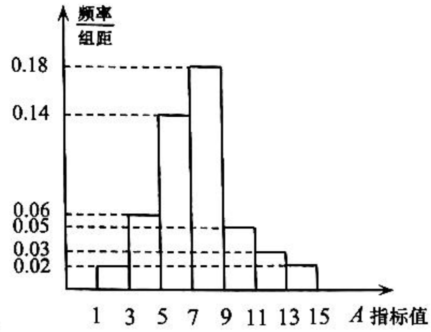
已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列，$a_1=1$，a_1+2 是 a_2 与 a_3 的等差中项.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若项数为 n 的数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_i=b_{n+1-i}(i=1,2,3,\cdots,n)$，我们称其为 n 项的“对称数列”. 例如：数列 $1,2,2,1$ 为 4 项的“对称数列”；数列 $1,2,3,2,1$ 为 5 项的“对称数列”. 设数列 $\{c_n\}$ 为 $2k-1(k\geq 2)$ 项的“对称数列”，其中 $c_1,c_2,c_3,\cdots,c_k$ 是公差为 2 的等差数列，数列 $\{c_n\}$ 的最大项等于 a_4. 记数列 $\{c_n\}$ 的前 $2k-1$ 项和为 S_{2k-1}，若 $S_{2k-1}=32$，求 k.

19. （**12 分**）

为调查禽类某种病菌感染情况，某养殖场每周都定期抽样检测禽类血液中 A 指标的值．养殖场将某周的 5000 只家禽血液样本中 A 指标的检测数据进行整理，绘成如下频率分布直方图．



（1）根据频率分布直方图，估计这 5000 只家禽血液样本中 A 指标值的中位数（结果保留两位小数）；

（2）通过对长期调查分析可知，该养殖场家禽血液中 A 指标的值 X 服从正态分布 $N(7.4,2.63^2)$．

（ⅰ）若其中一个养殖棚有 1000 只家禽，估计其中血液 A 指标的值不超过 10.03 的家禽数量（结果保留整数）；

（ⅱ）在统计学中，把发生概率小于 1% 的事件称为小概率事件，通常认为小概率事件的发生是不正常的．该养殖场除定期抽检外，每天还会随机抽检 20 只，若某天发现抽检的 20 只家禽中恰有 3 只血液中 A 指标的值大于 12.66．判断这一天该养殖场的家禽健康状况是否正常，并分析说明理由．

参考数据：

①$0.02275^3=0.00001, 0.97725^{17}=0.7$；

②若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma)=0.6827$；

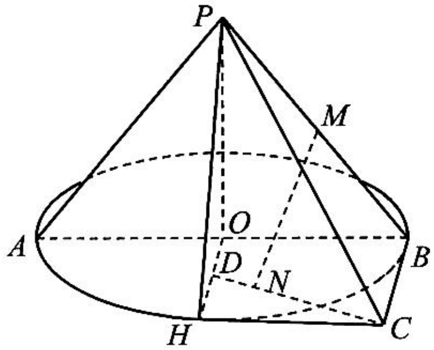
$P(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma)=0.9545$．

20. （**12分**）

如图，P为圆锥的顶点，O为圆锥底面的圆心，圆锥的底面直径$AB=4$，母线$PH=2\sqrt{2}$，M是PB的中点，四边形$OBCH$为正方形.

（1）设平面$POH\cap$平面$PBC=l$，证明：$l//BC$；

（2）设D为OH的中点，N是线段CD上的一个点，当MN与平面PAB所成角最大时，求MN的长.



21. （**12分**）

已知函数$f(x)=-2\ln x+\dfrac{a}{x^2}+1$.

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)$有两个不同的零点x_1,x_2，x_0为其极值点，证明：$\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}>2f(x_0)$.

22. （**12分**）

已知点$P(1,1)$在椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上，椭圆$C$的左右焦点分别为$F_1,F_2$，$\Delta PF_1F_2$的面积为$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）设点A,B在椭圆C上，直线PA,PB均与圆$O:x^2+y^2=r^2(0<r<1)$相切，记直线PA,PB的斜率分别为k_1,k_2.

（ⅰ）证明：$k_1k_2=1$；

（ⅱ）证明：直线AB过定点.

青岛市2022年高考模拟检测

参考答案及评分标准

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。

CAAC　　DBBC

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

9．ACD　　10．BD　　11．AC　　12．ACD

三、填空题：本题共4个小题，每小题5分，共20分。

13．52；　　14．$-\frac{3}{2}$；　　15．$2n$；　　16．(1)$60°$；(2) $5+4\sqrt{7}$．

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（10分）

解：(1) 选择条件①:

因为 $c\sin C-a\sin A=(\sqrt{3}c-b)\sin B$

由正弦定理，可得：$c^2-a^2=b(\sqrt{3}c-b)$ ……………… 2分

即 $b^2+c^2-a^2=\sqrt{3}bc$

所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{\sqrt{3}bc}{2bc}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ……………… 4分

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{\pi}{6}$ ……………… 5分

选择条件②:

因为 $\sin 2A+\sqrt{3}\cos 2A=\sqrt{3}$

所以 $2\sin(2A+\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}$，即 $\sin(2A+\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ……………… 3分

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $2A+\frac{\pi}{3}\in(\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{3})$ ……………… 4分

所以 $2A+\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$，$A=\frac{\pi}{6}$ ……………… 5分

(2) 由题意，O 是 ΔABC 外接圆的圆心，所以 $\angle AOB=2C$ ……………… 6分

所以 $\cos\angle AOB=\cos 2C=1-2\sin^2 C=\frac{11}{14}$

所以 $\sin C=\frac{\sqrt{21}}{14}$ ……………… 8分

在 ΔABC 中，由正弦定理，$\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A}$

即：$\dfrac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{21}}{14}}=\dfrac{BC}{\frac{1}{2}}$，解得 $BC=2\sqrt{7}$ ……………………………………………………10 分

18．(12分)

解：(1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由题知：$a_2+a_3=2(a_1+2)$ ……………………………1 分

所以 $q+q^2=6$ …………………………………………………………………………2 分

解得 $q=2$ 或 $q=-3$（舍）……………………………………………………………4 分

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$ ……………………………………………………………5 分

(2) 由题知：$c_k=a_4=8$ ………………………………………………………………6 分

$c_1,c_2,c_3,\cdots,c_k$ 是以 8 为末项，2 为公差的等差数列

所以 $c_k=c_1+2(k-1)=8$，解得 $c_1=10-2k$ ……………………………………………7 分

所以 $c_1+c_2+c_3+\cdots+c_k=\dfrac{k(8+c_1)}{2}=k(9-k)$ ………………………………………8 分

所以 $S_{2k-1}=c_1+c_2+\cdots+c_k+\cdots+c_{2k-1}$

$=(c_1+c_2+\cdots+c_k)+(c_k+c_{k+1}+\cdots+c_{2k-1})-c_k$

$=2k(9-k)-8$

$=18k-2k^2-8$ ………………………………………………………………………10 分

所以 $32=18k-2k^2-8$，即 $k^2-9k+20=0$ ………………………………………………11 分

解得 $k=4$ 或 $k=5$ ……………………………………………………………………12 分

19．(12分)

解：(1) 由频率分布直方图可知

$(0.02+0.06+0.14)\times2=0.44<0.5$，$(0.02+0.06+0.14+0.18)\times2=0.8>0.5$

设中位数为 x_0，则 $x_0\in[7,9)$ ………………………………………………………1 分

所以 $0.44+0.18\times(x_0-7)=0.5$ ………………………………………………………3 分

解得 $x_0=7\dfrac{1}{3}\approx7.33$

所以这 5000 只家禽血液样品中 A 指标值的中位数约为 7.33 …………………………4 分

(2) (i) 因为 A 指标的值 X 服从正态分布 $N(7.4,2.63^2)$，

所以 $\mu=7.4$，$\sigma=2.63$，$10.03=\mu+\sigma$

所以 $P(X\le10.03)=P(X\le\mu+\sigma)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{0.6827}{2}=0.84135$ ……………………7 分

该养殖棚有家禽 1000 只，所以估计其中血液 A 指标值不超过 10.03 的家禽数量

为 $1000\times0.84135\approx841$ 只 ………………………………………………………8 分

(ii) $P(X>12.66)=P(X>\mu+2\sigma)=\dfrac{1-0.9545}{2}=0.02275$ ……………………………… 9 分

记事件 B 为"20 只家禽中出现 3 只家禽血液中 A 指标的值大于 12.66"

则 $P(B)=C_{20}^{3}\times0.02275^{3}(1-0.02275)^{17}$ ………………………………………………………… 11 分

$=1140\times0.00001\times0.7=0.00798<1\%$

小概率事件发生了，所以可以判断这一天该养殖场的家禽健康状况不正常…………… 12 分

20．(12分)

解：(1) 因为四边形 $OBCH$ 为正方形，$\therefore BC//OH$ ……………………………………………… 1 分

$\because BC\not\subset$ 平面 POH，$OH\subset$ 平面 POH，

$\therefore BC//$ 平面 POH ………………………………………………………………………………… 3 分

$\because BC\subset$ 平面 PBC，平面 $POH\cap$ 平面 $PBC=l$，

$\therefore l//BC$ ………………………………………………………………………………………… 5 分

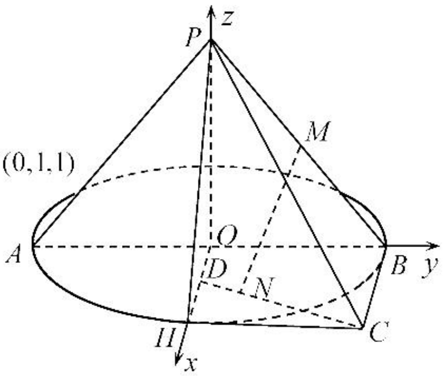
(2) $\because$ 圆锥的母线长为 $2\sqrt{2}$，$AB=4$，

$\therefore OB=2$，$OP=2$ ……………………………… 6 分

以 O 为原点，OP 所在的直线为 z 轴，

建立如图所示的空间直角坐标系，则

$P(0,0,2)$，$B(0,2,0)$，$D(1,0,0)$，$C(2,2,0)$，$M(0,1,1)$



设 $\overrightarrow{DN}=\lambda\overrightarrow{DC}=(\lambda,2\lambda,0)$ $(0\le\lambda\le1)$

$\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DN}=(1+\lambda,2\lambda,0)$

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}=(1+\lambda,2\lambda-1,-1)$ ………… 7 分

$\overrightarrow{OD}=(1,0,0)$ 为平面 PAB 的一个法向量…… 8 分

设 MN 与平面 PAB 所成的角为 θ

则 $\sin\theta=\left|\dfrac{(1+\lambda,2\lambda-1,-1)\cdot(1,0,0)}{\sqrt{(1+\lambda)^2+(2\lambda-1)^2+1}}\right|=\dfrac{1+\lambda}{\sqrt{5\lambda^2-2\lambda+3}}$ …………………………………… 9 分

令 $1+\lambda=t\in[1,2]$，

则 $\sin\theta=\dfrac{t}{\sqrt{5t^2-12t+10}}=\dfrac{1}{\sqrt{5-\dfrac{12}{t}+10(\dfrac{1}{t})^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{10(\dfrac{1}{t}-\dfrac{3}{5})^2+\dfrac{7}{5}}}$

所以当 $\dfrac{1}{t}=\dfrac{3}{5}$ 时，即 $\lambda=\dfrac{2}{3}$ 时，$\sin\theta$ 最大，亦 θ 最大，……………………………… 11 分

此时 $\overrightarrow{MN}=(\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3},-1)$

所以 $MN=|\overrightarrow{MN}|=\sqrt{(\dfrac{5}{3})^2+(\dfrac{1}{3})^2+(-1)^2}=\dfrac{\sqrt{35}}{3}$ ………………………………………… 12 分

21．(12分)

解：(1) $\because f(x)=-2\ln x+\dfrac{a}{x^2}+1$，

$\therefore f'(x)=-\dfrac{2x^2+2a}{x^3}$ （$x>0$）……………………………………………………1 分

当 $a\ge 0$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数；……………………………………2 分

当 $a<0$ 时，

由 $f'(x)>0$ 得：$0<x<\sqrt{-a}$，$\therefore f(x)$ 在 $(0,\sqrt{-a})$ 上为增函数；

由 $f'(x)<0$ 得：$x>\sqrt{-a}$，$\therefore f(x)$ 在 $(\sqrt{-a},+\infty)$ 上为减函数……………………4 分

(2) 由 (1) 可知：$a<0$ 且当 $x=\sqrt{-a}$ 时，$f(x)$ 取极大值为 $f(\sqrt{-a})=-\ln(-a)$，

从而 $f(x)$ 的最大值为 $f(\sqrt{-a})=-\ln(-a)$，$x_0=\sqrt{-a}$ ……………………………………5 分

为满足题意，必有 $f(\sqrt{-a})=-\ln(-a)>0$，即 $-1<a<0$ ……………………………………6 分

设 $h(x)=\ln x-x$，则 $h'(x)=\dfrac{1}{x}-1=\dfrac{1-x}{x}$，

当 $x\in(0,1)$ 时，$h'(x)>0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h'(x)<0$，所以 $h(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $h(x)_{\max}=h(1)=-1<0$，从而 $\ln x<x$ ……………………………………………………7 分

$\therefore 2f(x_0)=-4\ln(\sqrt{-a})=2\ln(-\dfrac{1}{a})<-\dfrac{2}{a}$……………………………………………………8 分

$\because$ x_1,x_2 是函数 $f(x)$ 的两个不同的零点，

$\therefore f(x_1)=-2\ln x_1+\dfrac{a}{x_1^{\,2}}+1=0$，$f(x_2)=-2\ln x_2+\dfrac{a}{x_2^{\,2}}+1=0$

两式相减得：$-\dfrac{1}{a}=\dfrac{x_2^{\,2}-x_1^{\,2}}{2x_1^{\,2}x_2^{\,2}\ln\dfrac{x_2}{x_1}}$……………………………………………………9 分

设 $x_2>x_1>0$，所以要证明：$\dfrac{1}{x_1^{\,2}}+\dfrac{1}{x_2^{\,2}}>2f(x_0)$

只需要证明：$\dfrac{1}{x_1^{\,2}}+\dfrac{1}{x_2^{\,2}}>2\times\dfrac{(x_2^{\,2}-x_1^{\,2})}{2x_1^{\,2}x_2^{\,2}\ln\dfrac{x_2}{x_1}}$ ……………………………………………10 分

即证明：$\ln\dfrac{x_2^{\,2}}{x_1^{\,2}}>\dfrac{2(x_2^{\,2}-x_1^{\,2})}{x_1^{\,2}+x_2^{\,2}}$，也就是证明：$\ln\dfrac{x_2^{\,2}}{x_1^{\,2}}>\dfrac{2(\dfrac{x_2^{\,2}}{x_1^{\,2}}-1)}{\dfrac{x_2^{\,2}}{x_1^{\,2}}+1}$

设 $\dfrac{x_2^{\,2}}{x_1^{\,2}}=t\in(1,+\infty)$，下面就只需证明：$\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$ （$t>1$）………………………11 分

设$g(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}$ （$t>1$），则$g'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$

$\therefore g(t)$在$(1,+\infty)$上为增函数，从而$g(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}>g(1)=0$

$\therefore \ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$成立，从而$\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}>2f(x_0)$ ……………………………………… 12 分

22．(12分)

解:（1）由题知，$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1$ ……………………………………………………………… 1 分

ΔPF_1F_2的面积等于$\dfrac{1}{2}|F_1F_2|=c=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ……………………………………………………… 2 分

所以$a^2-b^2=c^2=\dfrac{3}{2}$

解得$a^2=3,b^2=\dfrac{3}{2}$ …………………………………………………………………………… 3 分

所以，椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{2y^2}{3}=1$ ………………………………………………………… 4 分

(2)（ⅰ）设直线PA的方程为：$y=k_1x-k_1+1$，直线PB的方程为：$y=k_2x-k_2+1$

由题知：$\dfrac{|1-k_1|}{\sqrt{1+k_1^2}}=r$ ……………………………………………………………………… 5 分

所以$(1-k_1)^2=r^2(1+k_1^2)$，所以$(1-r^2)k_1^2-2k_1+1-r^2=0$

同理：$(1-r^2)k_2^2-2k_2+1-r^2=0$

所以k_1,k_2是方程$(1-r^2)x^2-2x+1-r^2=0$的两根……………………………………… 7 分

所以$k_1k_2=1$ …………………………………………………………………………………… 8 分

（ⅱ）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

设直线AB的方程为$y=kx+m$，

将$y=kx+m$代入$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{2y^2}{3}=1$得$(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-3=0$

所以$x_1+x_2=-\dfrac{4km}{1+2k^2}$ ……①，$x_1x_2=\dfrac{2m^2-3}{1+2k^2}$ ……②……………………………… 9 分

所以$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2m=\dfrac{2m}{1+2k^2}$ ……③

$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=\dfrac{m^2-3k^2}{1+2k^2}$ ……④

又因为$k_1k_2=\dfrac{y_1-1}{x_1-1}\times\dfrac{y_2-1}{x_2-1}=\dfrac{(y_1-1)(y_2-1)}{(x_1-1)(x_2-1)}=\dfrac{y_1y_2-(y_1+y_2)+1}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}=1$ ……⑤

将①②③④代入⑤，化简得$3k^2+4km+m^2+2m-3=0$ ………………………………… 11 分

所以$3k^2+4km+(m+3)(m-1)=0$，

所以$(m+3k+3)(m+k-1)=0$，

若$m+k-1=0$，则直线$AB: y=kx+1-k=k(x-1)+1$，此时AB过点P，舍去.

若$m+3k+3=0$，则直线$AB: y=kx-3-3k=k(x-3)-3$，此时AB恒过点$(3,-3)$

所以直线AB过定点$(3,-3)$ ………………………………………… 12 分

（ⅱ）**(另解)** 因为$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{2y^2}{3}=1$，所以$\dfrac{(x-1)^2}{3}+\dfrac{2(y-1)^2}{3}+\dfrac{2(x-1)}{3}+\dfrac{4(y-1)}{3}=0$

……………………………………………………………………………… 9 分

设直线AB的方程为：$m(x-1)+n(y-1)=1$，

所以$\dfrac{(x-1)^2}{3}+\dfrac{2(y-1)^2}{3}+[\dfrac{2(x-1)}{3}+\dfrac{4(y-1)}{3}][m(x-1)+n(y-1)]=0$

所以$\dfrac{(1+2m)(x-1)^2+(2+4n)(y-1)^2+(2n+4m)(x-1)(y-1)}{3}=0$

所以$(2+4n)\dfrac{(y-1)^2}{(x-1)^2}+(2n+4m)\dfrac{y-1}{x-1}+(1+2m)=0$

所以k_1,k_2为方程$(2+4n)x^2+(2n+4m)x+(1+2m)=0$的根 ………………… 10 分

所以$k_1k_2=\dfrac{1+2m}{2(1+2n)}=1$，解得$m=\dfrac{1}{2}+2n$ ………………………… 11 分

所以直线AB的方程为：$(\dfrac{1}{2}+2n)(x-1)+n(y-1)=1$，

即$\dfrac{x}{2}-\dfrac{3}{2}+n(2x+y-3)=0$

令$\begin{cases}\dfrac{x}{2}-\dfrac{3}{2}=0\\ 2x+y-3=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=3\\ y=-3\end{cases}$

所以直线AB过定点$(3,-3)$ ………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。