文科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置. 微信搜《高三答案公众号》获取更多资料
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 3\}$，则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A. $[3,4]$　　B. $[1,4]$　　C. $[3,+\infty)$　　D. $[1,3)$

2. 复数 $z=-\dfrac{3+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知函数 $f(x)=x^3-x$，则下列函数图象关于点 $(1,0)$ 对称的是

A. $f(x-1)+\sin \pi x$　　B. $f(x+1)+\sin \pi x$

C. $f(x-1)+\cos \pi x$　　D. $f(x+1)+\cos \pi x$

4. 某厂家从一批红外测温仪中随机抽取了 100 个，测量一个 100 ℃的物体，产生的误差统计如下表：

误差范围(℃)	$(-20,-12)$	$[-12,-4)$	$[-4,4)$	$[4,12)$	$[12,20)$
频数	10	25	35	20	10

规定误差在 $[-m,m)$ 内的为合格品，若合格率为 80%，则 $m=$

A. 8　　B. 10　　C. 12　　D. 16

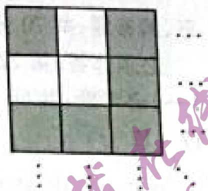
5. 将函数 $y=2\cos x$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$，再向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到函数 $f(x)$ 的图象，则 $f(x)$ 的图象的一条对称轴方程为

A. $x=\dfrac{11\pi}{12}$　　B. $x=\dfrac{5\pi}{12}$　　C. $x=-\dfrac{5\pi}{12}$　　D. $x=-\dfrac{7\pi}{12}$

6. 设 $a=\ln 10$，$b=\sqrt{\ln 10}$，$c=\ln\sqrt{10}$，则

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $c>a>b$

7. 某艺术馆有一间边长为 10 m 的正方形展厅，设计师准备在展厅地面铺设深浅两种颜色边长均为 1 m 的正方形瓷砖. 如图，先在一个墙角铺一块深色瓷砖(左上角)，然后在这块砖外侧铺一层浅色瓷砖，再在浅色瓷砖外侧铺一层深色瓷砖……像这样一层一层向外，两种颜色相间铺设，直到铺满整个展厅，则



A. 深色瓷砖比浅色瓷砖少 10 块　　B. 深色瓷砖比浅色瓷砖多 10 块

C. 深色瓷砖比浅色瓷砖少 5 块　　D. 深色瓷砖比浅色瓷砖多 5 块

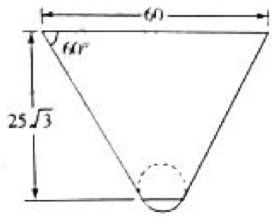
8. 已知过点 $P(a,1)$ 可以作曲线 $y=\ln x$ 的两条切线，则实数 a 的取值范围是

A. $(-\infty,e)$　　B. $(0,e)$　　C. $[0,e)$　　D. $(0,e+1)$

9. 甲、乙两人是某学校的门岗保安，根据值班安排，甲每连续工作 4 天后休息 1 天，乙每连续工作 2 天后休息 1 天. 若这学期开学第一天甲、乙都休息，在不调整作息时间的情况下，则在整个学期内(按 120 天算)，甲、乙在同一天工作的概率为

A. $\frac{4}{15}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{8}{15}$　　D. $\frac{3}{5}$

10. 已知球面被平面所截得的部分叫做球冠，垂直于截面的直径被截得的一段叫做球冠的高. 若球的半径是 R，球冠的高是 h，则球冠的面积为 $2\pi Rh$. 某机械零件的结构是在一个圆台的底部嵌入一颗小球，其正视图和侧视图均如图所示，已知圆台的任意母线均与小球的表面相切，则小球突出圆台部分的球冠面积为



A. 25π　　B. $25\sqrt{3}\pi$　　C. $\frac{25\sqrt{3}}{3}\pi$　　D. $\frac{100}{3}\pi$

11. 已知 F_1,F_2 是双曲线 $C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 的左、右焦点，M 为双曲线右支上的一点，若以 F_1F_2 为直径的圆与 $\triangle F_1MF_2$ 的内切圆的相交弦所在直线方程为 $8x+2y-41=0$，则 $\triangle F_1MF_2$ 的内切圆的半径为

A. 1　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^3-3x, x\leq a,\\ -2x, x>a\end{cases}$ 无最大值，则实数 a 的取值范围是

A. $(1,+\infty)$　　B. $(-1,+\infty)$　　C. $(-\infty,0)$　　D. $(-\infty,-1)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知非零向量 $\boldsymbol{a}=(-m,m)$，$\boldsymbol{b}=(1,m)$ 满足 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则实数 $m=$________.

14. 已知实数 x,y 满足不等式组 $\begin{cases}x-4y+3\leq 0,\\ 4x+5y-16\leq 0,\\ x\geq 2,\end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值为________.

15. 已知数列 $\{a_n\}(n\in \mathbf{N}^*)$ 满足 $a_n=\begin{cases}n, n\text{ 为奇数},\\ 2^{1+a_{n-1}}, n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 则 $\frac{a_{n+2}}{a_na_{n+1}}$ 的最大值为________.

16. 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$AA_1=2AB=2$. 点 P 在侧面 BCC_1B_1 内，若 $A_1C\perp$ 平面 BDP，则点 P 到 CD 的距离的最小值为________.

三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22，23题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共60分.

17.（12分）

在△ABC中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知$\sqrt{3}b\sin\frac{B+C}{2}=a\sin B$.

（Ⅰ）求A；

（Ⅱ）若D为AC的中点，E为∠BAC的平分线与BC的交点，且BD＝AC，求$\frac{CE}{BE}$的值.

18.（12分）

某西红柿种植户将一批西红柿批发给当地一家超市，超市根据西红柿的品质将其分为一级品、二级品和三级品，批发单价分别为6元/kg，5元/kg和4元/kg.

（Ⅰ）根据以往的经验，该种植户的西红柿为一级品、二级品和三级品的比例分别为20%，50%，30%，估计这批西红柿的批发单价的平均值；

（Ⅱ）为了对西红柿进行合理定价，超市对近5天的日销量y_i和单价x_i（$i=1,2,3,4,5$）进行了统计，得到一组数据如表所示：

销售单价x_i（元/kg）	5	6	7	8	9
日销量y_i（kg）	150	135	110	95	75

根据表中所给数据，用线性回归模型拟合y与x的关系，求出y关于x的线性回归方程，并预测当西红柿单价为12元/kg时，该超市西红柿的日销量.

参考公式：线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$中，$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

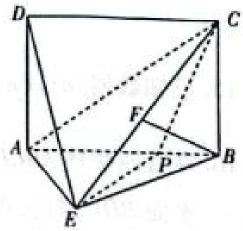
参考数据：$\sum_{i=1}^{5}y_i=565$，$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=3765$，$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=255$.

19.（12分）

如图，在四棱锥E－ABCD中，四边形ABCD为矩形，平面ABCD⊥平面ABE，AB＝5，BE＝BC＝4，AE＝3，F为棱CE的中点，P为棱AB上一点.

（Ⅰ）求证：BF⊥平面ACE；

（Ⅱ）当P到平面ACE的距离为$\frac{8\sqrt{2}}{5}$时，求线段AP的长.



20.(12分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点分别为 $A(-2,0)$, $B(2,0)$,离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,直线 $l:x=my+1$ 和 C 交于 M,N 两点.

(Ⅰ)当 $m=0$ 时,求 $|MN|$ 的值;

(Ⅱ)设直线 AN,BM 的交点为 D,证明:点 D 恒在一条定直线上.

21.(12分)

已知函数 $f(x)=xe^x-\frac{a}{2}x(x+2)-1(a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若 $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极小值点,求 a 的取值范围;

(Ⅱ)当 $a=2$ 时,证明:$f(x)+x^2+x\geqslant\ln x$.

(二)选考题:共10分.请考生在第22,23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\cos^2\alpha,\\ y=4\sin\alpha\cos\alpha\end{cases}$ (α 为参数),曲线 C_2 的方程为 $y^2=-4x$,以原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,两种坐标系中取相同的长度单位,直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\in\mathbf{R})$,直线 m 的极坐标方程为 $\theta=\frac{2\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)求 C_1 和 C_2 的极坐标方程;

(Ⅱ)设 C_1,C_2 与 l 分别交于 M,N 两点,与 m 分别交于 P,Q 两点,且 M,N,P,Q 均不与原点重合,求以 M,N,P,Q 为顶点的四边形的面积.

23.[选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=|2x+2|-|x-1|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)\geqslant5$ 的解集;

(Ⅱ)若 $f(x)\leqslant2|x-a|$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

天一大联考
2021—2022 学年高中毕业班阶段性测试(五)
文科数学·答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1. 答案　D

命题意图　本题考查集合的表示与运算.

解析　$B=(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$,所以$\complement_{\mathbf{R}}B=(-1,3)$,所以$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=[1,3)$.

2. 答案　B

命题意图　本题考查复数的运算和几何意义.

解析　$z=-\dfrac{3+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{(3+\mathrm{i})(\mathrm{i}-1)}{2}=-2+\mathrm{i}$,对应的点为$(-2,1)$,位于第二象限.

3. 答案　A

命题意图　本题考查函数的奇偶性.

解析　因为函数$f(x)=x^3-x$为奇函数,所以$f(x-1)$的图象关于$(1,0)$对称,又因为$y=\sin\pi x$的图象也关于$(1,0)$对称,所以$f(x-1)+\sin\pi x$的图象关于$(1,0)$对称.

4. 答案　C

命题意图　本题考查频率与概率的概念.

解析　根据统计表,误差范围在$[-12,12)$内的频率为 0.8,所以$m=12$.

5. 答案　C

命题意图　本题考查三角函数的性质.

解析　根据题意$y=2\cos x\to y=2\cos 2x\to y=2\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$,即$f(x)=2\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$,由$2x-\dfrac{\pi}{6}=k\pi$,$k\in\mathbf{Z}$,可得$x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{12}$,$k\in\mathbf{Z}$,令$k=-1$,得$x=-\dfrac{5\pi}{12}$.

6. 答案　A

命题意图　本题考查对数函数的性质.

解析　因为$\ln 10>1$,所以$a>b$,$a>c=\dfrac{1}{2}\ln 10$. $b-c=\sqrt{\ln 10}-\dfrac{1}{2}\ln 10=\sqrt{\ln 10}\left(1-\dfrac{1}{2}\sqrt{\ln 10}\right)$,因为$2<\ln 10<3$,$0.5<\dfrac{1}{2}\sqrt{\ln 10}<1$,所以$b>c$,所以$a>b>c$.

7. 答案　A

命题意图　本题考查等差数列的性质.

解析　每层瓷砖的数目从里到外分别是 1,3,5,7,9,…,构成一个等差数列,共 10 层,最外面一层为浅色,其中深色瓷砖的数目构成一个首项为 1,公差为 4 的等差数列,共 5 层,所以深色瓷砖有$1+5+9+13+17=45$块,所以浅色瓷砖有 55 块,故深色瓷砖比浅色瓷砖少 10 块.

8. 答案　B

命题意图　本题考查导数与函数图象.

解析　设切点坐标为(x_0,y_0),则切线方程为$y-\ln x_0=\dfrac{1}{x_0}(x-x_0)$,将$(a,1)$代入可得$a=2x_0-x_0\ln x_0$,设$h(x)=2x-x\ln x$,则$h'(x)=1-\ln x$,当$x\in(0,\mathrm{e})$时,$h'(x)>0$,当$x\in(\mathrm{e},+\infty)$时,$h'(x)<0$,所以$h(x)_{\max}=\mathrm{e}$,

又当 $x\to 0$ 时,$h(x)\to 0$,$h(e^3)<0$,所以 $y=a$ 与 $h(x)$ 的图象有两个不同的交点时,$a\in(0,e)$.

9. **答案** C

命题意图 本题考查古典概型的概率计算.

解析 甲 5 天一个循环,乙 3 天一个循环,按照次序列举甲、乙前 15 天的作息状态(○表示工作,×表示休息):

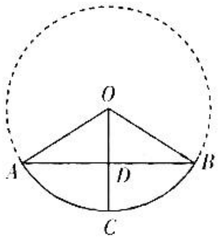
甲	×	○	○	○	○	×	○	○	○	○	×	○	○	○	○
乙	×	○	○	×	○	○	×	○	○	×	○	○	×	○	○

从表中可知,前 15 天内甲、乙都在工作的有 8 天,因为 120 是 15 的整数倍,故在整个学期内,甲、乙在同一天工作的概率为$\frac{8}{15}$.

10. **答案** D

命题意图 本题考查空间几何体的结构特征.

解析 根据题意,圆台下底面的直径为 $60-2\times\frac{25\sqrt{3}}{\tan 60^\circ}=10$,如图所示,则 $AB=10$,由条件可知 $\angle AOB=120^\circ$,所以小球的半径为 $OA=OB=OC=\frac{10}{\sqrt{3}}$,且 $OD=CD=\frac{1}{2}OC=\frac{5}{\sqrt{3}}$,所以所求的球冠的面积为 $S=2\pi Rh=2\pi\times\frac{10}{\sqrt{3}}\times\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{100}{3}\pi$.



11. **答案** A

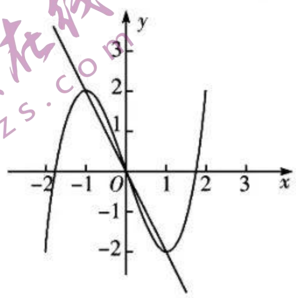
命题意图 本题考查双曲线的性质.

解析 设双曲线的半焦距为 $c(c>0)$,$\triangle MF_1F_2$ 的内切圆圆心为(m,n),则半径为$|n|$,由题意$|MF_1|-|MF_2|=(c+m)-(c-m)=8$,所以 $m=4$,所以内切圆方程为$(x-4)^2+(y-n)^2=n^2$,以 F_1F_2 为直径的圆的方程为 $x^2+y^2=25$,两式相减可得相交弦所在直线的方程为 $8x+2ny-41=0$,所以 $n=1$,故$\triangle F_1MF_2$ 的内切圆的半径为 1.

12. **答案** D

命题意图 本题考查分段函数的性质.

解析 根据题意,函数 $y=x^3-3x$ 与 $y=-2x$ 的大致图象如图所示:



若 $f(x)$ 无最大值,由图象可知 $-2a>2$,即 $a<-1$.

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. **答案** 1

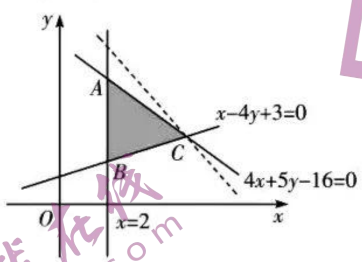
命题意图 本题考查平面向量的坐标运算.

解析 由题意得 $-m+m^2=0$,解得 $m=0$ 或 1,因为 $|\boldsymbol{a}|\neq 0$,所以 $m=1$.

14. **答案** $\frac{11}{3}$

命题意图 本题考查简单的线性规划.

解析 由约束条件作出可行域如图,联立方程组解得 $A\left(2,\frac{8}{5}\right)$,$B\left(2,\frac{5}{4}\right)$,$C\left(\frac{7}{3},\frac{4}{3}\right)$,设直线 l:$y=-x+z$,当直线 l 经过 C 点时,z 值最大,最大值为 $\frac{7}{3}+\frac{4}{3}=\frac{11}{3}$.



15. **答案** $\frac{4}{3}$

命题意图 本题考查数列的递推关系.

解析 当 n 为偶数时,$a_{n-1}=n-1$,$a_n=2^{1+a_{n-1}}=2^n$,$\frac{a_{n+2}}{a_na_{n+1}}=\frac{2^{n+2}}{(n+1)\cdot 2^n}\leqslant\frac{4}{3}$;当 n 为奇数时,$a_n=n$,$a_{n+1}=2^{1+a_n}=2^{1+n}$,$\frac{a_{n+2}}{a_na_{n+1}}=\frac{n+2}{n\cdot 2^{n+1}}\leqslant\frac{3}{4}$. 所以 $\frac{a_{n+2}}{a_na_{n+1}}$ 的最大值为 $\frac{4}{3}$.

16. **答案** $\frac{\sqrt{5}}{5}$

命题意图 本题考查空间几何体的结构特征.

解析 由题意知 $A_1C\perp BP$,$A_1B_1\perp BP$,则 $BP\perp$ 平面 A_1B_1C,故 $BP\perp B_1C$. 在棱 CC_1 上取一点 E,满足 $CE=\frac{1}{4}CC_1$,易得 $BE\perp B_1C$,则 P 点轨迹为线段 BE,且 $BE=\frac{\sqrt{5}}{2}$. 因为点 P 到 CD 的距离即为点 P 到 C 的距离,最小距离为 C 点到 BE 的距离,由平面几何的知识可得 C 点到 BE 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查正弦定理、余弦定理的应用.

解析 (Ⅰ)由题设及正弦定理得 $\sqrt{3}\sin B\sin\frac{B+C}{2}=\sin A\sin B$,

因为 $\sin B\neq 0$,所以 $\sqrt{3}\sin\frac{B+C}{2}=\sin A$. ……………………(2 分)

由 $A+B+C=180°$,可得 $\sin\frac{B+C}{2}=\cos\frac{A}{2}$, ……………………(3 分)

故 $\sqrt{3}\cos\frac{A}{2}=2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$. ……………………(4 分)

因为 $\cos\frac{A}{2}\neq 0$,故 $\sin\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, ……………………(5 分)

因此 $A=120°$. ……………………(6 分)

(Ⅱ)因为 $BD^2=c^2+\frac{1}{4}b^2-2\times\frac{1}{2}bc\cos 120°$, ……………………(7 分)

又因为 $BD=AC$,

所以 $b^2=c^2+\frac{1}{4}b^2+\frac{1}{2}bc$,即 $3b^2-2bc-4c^2=0$, …………………………………… (8 分)

解之得 $\frac{b}{c}=\frac{1+\sqrt{13}}{3}$ 或 $\frac{1-\sqrt{13}}{3}$(舍去). …………………………………… (9 分)

因为 AE 为 $\angle BAC$ 的角平分线,所以 $\frac{b}{c}=\frac{CE}{BE}$, …………………………………… (11 分)

所以 $\frac{CE}{BE}=\frac{1+\sqrt{13}}{3}$. …………………………………… (12 分)

18. **命题意图** 本题考查概率的意义以及线性回归分析的应用.

解析 (Ⅰ)由题意 $6\times20\%+5\times50\%+4\times30\%=4.9$,

因此估计这批西红柿的批发单价的平均值为 4.9 元/kg. …………………………………… (5 分)

(Ⅱ)由表知,$\bar{x}=\frac{1}{5}(5+6+7+8+9)=7$,$\bar{y}=\frac{1}{5}\times565=113$, …………………………………… (7 分)

所以 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i-5\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2-5\bar{x}^2}=\dfrac{3\,765-5\times7\times113}{255-5\times7^2}=-19$, …………………………………… (9 分)

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=113-(-19)\times7=246$, …………………………………… (10 分)

故 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=-19x+246$. …………………………………… (11 分)

当 $x=12$ 时,$\hat{y}=-19\times12+246=18$(kg),

即当西红柿单价为 12 元/kg 时,预测该超市西红柿的日销量为 18 kg. …………………………………… (12 分)

19. **命题意图** 本题考查空间位置关系的证明,以及空间中的有关计算.

解析 (Ⅰ)$\because$ 平面 $ABCD\perp$ 平面 ABE,$BC\perp AB$,平面 $ABCD\cap$ 平面 $ABE=AB$,

$\therefore BC\perp$ 平面 ABE, …………………………………… (1 分)

又$\because AE\subset$ 平面 ABE,$\therefore BC\perp AE$. …………………………………… (2 分)

在 $\triangle ABE$ 中,根据勾股定理可得 $AE\perp BE$,又 $BC\cap BE=B$,

$\therefore AE\perp$ 平面 BCE,即 $AE\perp BF$, …………………………………… (4 分)

在 $\triangle BCE$ 中,$BE=CB$,F 为 CE 的中点,$\therefore BF\perp CE$,

又$\because AE\cap CE=E$,$\therefore BF\perp$ 平面 ACE. …………………………………… (6 分)

(Ⅱ)根据题意,$CE=4\sqrt{2}$,$\because AE\perp$ 平面 BCE,$\therefore AE\perp CE$, …………………………………… (7 分)

$\therefore S_{\triangle ACE}=\frac{1}{2}\times3\times4\sqrt{2}=6\sqrt{2}$, …………………………………… (8 分)

$\therefore V_{P-ACE}=\frac{1}{3}\times\frac{8\sqrt{2}}{5}\times6\sqrt{2}=\frac{32}{5}$. …………………………………… (9 分)

$\because V_{P-ACE}=V_{C-AEP}$,

$\therefore V_{C-AEP}=\frac{1}{3}\times4\times\frac{1}{2}\times3\cdot AP\sin\angle BAE=\frac{8}{5}AP=\frac{32}{5}$, …………………………………… (11 分)

$\therefore AP=4$. …………………………………… (12 分)

20. **命题意图** 本题考查椭圆与直线的位置关系.

解析 (Ⅰ)设椭圆的半焦距为 $c(c>0)$. 根据题意,$a=2$,因为 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,所以 $c=\sqrt{3}$,$b=1$, …………… (2 分)

所以 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. …………………………………… (3 分)

当 $m=0$ 时，$l:x=1$，代入 C 的方程可得 $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $|MN|=\sqrt{3}$. ……………………………………………………………………（5 分）

（Ⅱ）由 $\begin{cases} x=my+1, \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1, \end{cases}$ 得 $(m^2+4)y^2+2my-3=0$，

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $\begin{cases} y_1+y_2=-\dfrac{2m}{m^2+4}, \\ y_1y_2=\dfrac{-3}{m^2+4}, \end{cases}$ ……………………………………………（6 分）

因为 $k_{AN}=\dfrac{y_2}{x_2+2}$，$k_{BM}=\dfrac{y_1}{x_1-2}$，所以直线 AN 的方程为 $y=\dfrac{y_2}{x_2+2}(x+2)$，

直线 BM 的方程为 $y=\dfrac{y_1}{x_1-2}(x-2)$. ……………………………………………（8 分）

令 $\dfrac{y_1}{x_1-2}(x-2)=\dfrac{y_2}{x_2+2}(x+2)$，

解之得 $x=\dfrac{2y_2(x_1-2)+2y_1(x_2+2)}{y_1(x_2+2)-y_2(x_1-2)}=\dfrac{4my_1y_2-2y_2+6y_1}{3y_1+y_2}$

$=\dfrac{4my_1y_2-2(y_2+y_1)+8y_1}{2y_1+(y_1+y_2)}=\dfrac{4m\left(\dfrac{-3}{m^2+4}\right)-2\left(-\dfrac{2m}{m^2+4}\right)+8y_1}{2y_1+\left(-\dfrac{2m}{m^2+4}\right)}=4$， ……………………（11 分）

所以点 D 恒在定直线 $x=4$ 上. ………………………………………………………（12 分）

21. **命题意图** 本题考查利用导数研究函数性质，证明不等式.

解析 （Ⅰ）$f'(x)=e^x+xe^x-ax-a=e^x(x+1)-a(x+1)=(x+1)(e^x-a)$. ……………………（1 分）

①当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减，在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极小值点. ……………………………………………………（2 分）

②当 $a>0$ 时，由 $f'(x)=0$ 得 $x=-1$ 或 $x=\ln a$.

（ⅰ）当 $a=\dfrac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，无极值点；……………………………（3 分）

（ⅱ）当 $0<a<\dfrac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 上单调递增，在 $(\ln a,-1)$ 上单调递减，在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极小值点；……………………………………………………（4 分）

（ⅲ）当 $a>\dfrac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递增，在 $(-1,\ln a)$ 上单调递减，在 $(\ln a,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极大值点. ……………………………………………………（5 分）

综上，a 的取值范围是 $\left(-\infty,\dfrac{1}{e}\right)$. …………………………………………………（6 分）

（Ⅱ）根据题意，即证 $xe^x-1\geqslant x+\ln x=\ln(xe^x)$. ……………………………………（7 分）

令 $t=xe^x>0$，$H(t)=t-\ln t-1\,(t>0)$，可得 $H'(t)=1-\dfrac{1}{t}=\dfrac{t-1}{t}$. ……………………（8 分）

令 $H'(t)>0$，得 $t>1$；令 $H'(t)<0$，得 $0<t<1$，

所以 $H(t)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，……………………………（10 分）

所以 $H(t)\geqslant H(1)=0$，即 $xe^x-1\geqslant x+\ln x$. ………………………………………（12 分）

22. **命题意图** 本题考查方程的互化,以及极坐标方程的应用.

解析 (Ⅰ)C_1 的参数方程可化为$\begin{cases}x=2(\cos 2\alpha+1),\\ y=2\sin 2\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数),

所以消去参数 α 得 C_1 的普通方程为 $x^2+y^2-4x=0$, ……(1 分)

因为$\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta,\end{cases}$所以 C_1 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$. ……(3 分)

曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{4\cos\theta}{\cos^2\theta-1}$. ……(5 分)

(Ⅱ)根据题意,令 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$,$|OM|=\left|4\cos\dfrac{\pi}{6}\right|=2\sqrt{3}$,

$|ON|=\left|\dfrac{4\cos\dfrac{\pi}{6}}{\cos^2\dfrac{\pi}{6}-1}\right|=8\sqrt{3}$, ……(6 分)

所以 $|MN|=|OM|+|ON|=10\sqrt{3}$. ……(7 分)

同理令 $\theta=\dfrac{2\pi}{3}$,可得 $|PQ|=|OP|+|OQ|=\dfrac{14}{3}$. ……(8 分)

易知 $MN\perp PQ$,则以 M,N,P,Q 为顶点的四边形面积为$\dfrac{1}{2}\times 10\sqrt{3}\times\dfrac{14}{3}=\dfrac{70\sqrt{3}}{3}$. ……(10 分)

23. **命题意图** 本题考查绝对值不等式的解法及性质.

解析 (Ⅰ)由题意知,$2|x+1|-|x-1|\geqslant 5$,

当 $x\leqslant -1$ 时,$-2(x+1)+(x-1)\geqslant 5$,得 $x\leqslant -8$; ……(1 分)

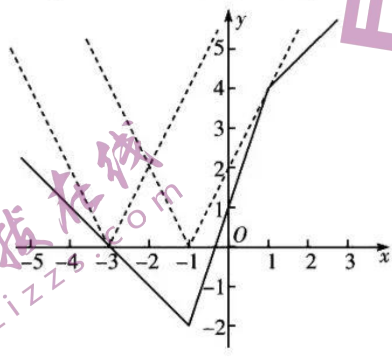
当 $-1<x\leqslant 1$ 时,$2(x+1)+(x-1)\geqslant 5$,无解; ……(2 分)

当 $x>1$ 时,$2(x+1)-(x-1)\geqslant 5$,得 $x\geqslant 2$. ……(3 分)

综上,不等式 $f(x)\geqslant 5$ 的解集为 $(-\infty,-8]\cup[2,+\infty)$. ……(4 分)

(Ⅱ)$f(x)=\begin{cases}-x-3, & x\leqslant -1,\\ 3x+1, & -1<x\leqslant 1,\\ x+3, & x>1,\end{cases}$ ……(5 分)

作出 $y=f(x)$ 和 $y=2|x-a|$ 的图象,其中 $y=2|x-a|$ 的图象是由 $y=2|x|$ 的图象平移得到的.



……(8 分)

当 $a=-3$ 时,两图象交于点 $(-3,0)$;当 $a=-1$ 时,两图象交于点 $(1,4)$; ……(9 分)

当 $-3<a<-1$ 时,$y=2|x-a|$ 的图象恒在 $y=f(x)$ 图象的上方.

所以 a 的取值范围是 $[-3,-1]$. ……(10 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。