2022～2023下学年高三年级TOP二十名校猜题大联考(二)·数学(文科)
参考答案、提示及评分细则

1.D　由 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}=\{-1,0,1,2,3\}$，又 $B=\{x\mid x^2\geqslant 2x\}=\{x\mid x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 2\}$，所以 $A\cap B=\{-1,0,2,3\}$. 故选D.

2.D　由 $\frac{z-3}{1+\mathrm{i}}=2-\mathrm{i}$，得 $z=(2-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})+3=6+\mathrm{i}$，则 $|z|=\sqrt{6^2+1^2}=\sqrt{37}$. 故选D.

3.A　$a=\mathrm{e}^0-0-4=-3$，故切点为 $(0,-3)$，$y'=\mathrm{e}^x-1$，$y'|_{x=0}=0$，即切线的斜率为0，所以切线方程为 $y-(-3)=0$，即 $y+3=0$. 故选A.

4.C　因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，所以 $3\times(-2)-x=0$，解得 $x=-6$. 所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,1)+(-6,-2)=(-3,-1)$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{(-3)^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$. 故选C.

5.A　设球的半径为 r，则 $4\pi r^2=6\pi$，所以 $r=\frac{\sqrt{6}}{2}$，所以球的直径为 $2r=\sqrt{6}$，设正四棱柱的底面边长为 a，则 $\sqrt{a^2+a^2+4}=\sqrt{6}$，解得 $a=1$. 故选A.

6.B　$f(-x)=\ln(\sqrt{(-x)^2+a}+x)=\ln(\sqrt{x^2+a}+x)$，因为 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f(x)+f(-x)=0$，即 $\ln(\sqrt{x^2+a}-x)+\ln(\sqrt{x^2+a}+x)=\ln[(\sqrt{x^2+a}-x)(\sqrt{x^2+a}+x)]=\ln[(x^2+a)-x^2]=\ln a=0$，所以 $a=1$. 所以 $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$，所以 $f(0)+f(1)=\ln(\sqrt{2}-1)$. 故选B.

7.C　A选项，甲的成绩的极差为 $132-124=8$，乙的成绩的极差为 $135-121=14$，故A选项错误；B选项，甲的成绩的中位数为128，乙的成绩的中位数为128，故B选项错误；C选项，$\frac{124+126+132+128+130}{5}=\frac{121+128+135+133+123}{5}=128$，两个人的平均成绩相同，甲的成绩的方差为 $\frac{1}{5}[(124-128)^2+(126-128)^2+(132-128)^2+(128-128)^2+(130-128)^2]=\frac{40}{5}=8$，乙的成绩的方差为 $\frac{1}{5}[(121-128)^2+(128-128)^2+(135-128)^2+(133-128)^2+(123-128)^2]=\frac{148}{5}$，$8<\frac{148}{5}$，所以甲的发挥比乙稳定，C选项正确；D选项，五次月考中，同一场次，甲比乙低分的有3次，所以概率为 $\frac{3}{5}$，D选项错误. 故选C.

8.B　$\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)=1-2\sin^2\left(\frac{\pi}{12}-x\right)=1-2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2=\frac{5}{8}$. 故选B.

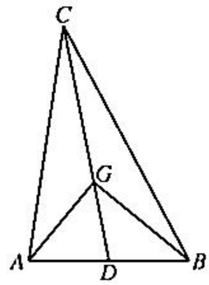
9.D　执行程序框图：$n=20$，$m=100-n$，$S=3n+\frac{m}{3}$，$n=20$，$m=80$，$S=\frac{260}{3}\neq 100$，继续执行；$n=21$，$m=79$，$S=\frac{268}{3}\neq 100$，继续执行；$n=22$，$m=78$，$S=92\neq 100$，继续执行；$n=23$，$m=77$，$S=\frac{284}{3}\neq 100$，继续执行；$n=24$，$m=76$，$S=\frac{292}{3}\neq 100$，继续执行；$n=25$，$m=75$，$S=100$，退出循环，输出 $n=25$，$m=75$. 输出的 m 的值为小僧的人数，输出的 n 的值为大僧的人数. 故选D.

10.C　因为 PQ 是 $\angle F_1PF_2$ 的平分线，故点 Q 到直线 PF_1，PF_2 的距离相等，则 $\frac{S_{\triangle QPF_1}}{S_{\triangle QPF_2}}=\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=\frac{|QF_1|}{|QF_2|}=$

$\frac{m+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-m}$，又因为 $|PF_1|+|PF_2|=4$，所以 $\frac{4-|PF_2|}{|PF_2|}=\frac{\sqrt{3}+m}{\sqrt{3}-m}$，解得 $|PF_2|=\frac{2(\sqrt{3}-m)}{\sqrt{3}}$，所以 $2-\sqrt{3}<\frac{2(\sqrt{3}-m)}{\sqrt{3}}<2+\sqrt{3}$，解得 $-\frac{3}{2}<m<\frac{3}{2}$. 故选 C.

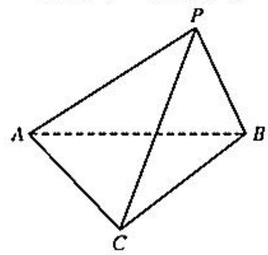
11. A　构造函数 $f(x)=\ln(x+1)-x, x\in(-1,+\infty)$，则 $f'(x)=\frac{1}{x+1}-1=\frac{-x}{x+1}$，当 $x\in(-1,0)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递增；当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，所以 $f(0.1)<f(0)=0$，即 $\ln(0.1+1)-0.1<0$，得 $\ln 1.1<0.1$，即 $a<b$；构造函数 $g(x)=x-e^{x-1}, x\in\mathbf{R}$，则 $g'(x)=1-e^{x-1}$，当 $x\in(-\infty,1)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递增，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，$b-c=g(0.1)<g(1)=0$，$b<c$，所以 $a<b<c$. 故选 A.

12. C　连接 CG 并延长交 AB 于点 D，则 D 为 AB 的中点，因为 $AG\perp BG$，则 $GD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}c$，由重心的性质可得 $\overrightarrow{CG}=2\overrightarrow{GD}$，则 $CD=\frac{3}{2}c$，因为 $2\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$，所以 $4\overrightarrow{CD}^2=\overrightarrow{CA}^2+\overrightarrow{CB}^2+2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$，所以 $b^2+a^2+2ab\cos C=9c^2=9a^2+9b^2-18ab\cos C$，所以 $\cos C=\frac{2}{5}\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)$，由余弦定理可得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=a^2+b^2-2\times\frac{2}{5}(a^2+b^2)=\frac{1}{5}(a^2+b^2)$，所以 $a^2+b^2=5c^2$，因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，则 $\begin{cases}\cos A>0,\\ \cos B>0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}b^2+c^2>a^2,\\ a^2+c^2>b^2,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}5b^2+a^2+b^2>5a^2,\\ 5a^2+a^2+b^2>5b^2,\end{cases}$ 所以 $\frac{\sqrt{6}}{3}<\frac{b}{a}<\frac{\sqrt{6}}{2}$. 构造函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$，易得 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\sqrt{6}}{3},1\right)$ 上单调递减，在 $\left(1,\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$ 上单调递增，所以 $2\leqslant\frac{b}{a}+\frac{a}{b}<\frac{5\sqrt{6}}{6}$，故 $\cos C=\frac{2}{5}\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\in\left[\frac{4}{5},\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$. 故选 C.

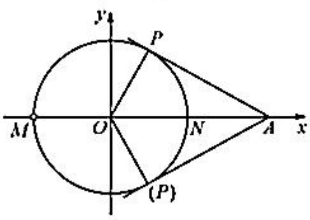


13. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 或 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ 或 $\frac{x^2}{\frac{9}{4}}-\frac{y^2}{\frac{27}{4}}=1$　若选①②，因为实轴长为 4，所以 $a=2$，又焦距为 6，所以 $c=3$，则 $b=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$，故此时双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$；若选①③，因为 $e=\frac{c}{a}=2$，得 $c=2a$，又实轴长为 4，得 $a=2$，所以 $c=4$，则 $b=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，故此时双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$；若选②③，因为 $e=\frac{c}{a}=2$，又焦距为 6，所以 $c=3$，所以 $a=\frac{3}{2}$，$b=\sqrt{3^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，故此时双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{\frac{9}{4}}-\frac{y^2}{\frac{27}{4}}=1$.

14. 4　由三视图可得该几何体为如图所示的三棱锥 $P-ABC$，其中棱锥的高为 2，$AB=4$，在 $\triangle ABC$ 中，AB 边上的高为 3，则 $PA=AC=BC=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，$PB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$PC=\sqrt{1^2+3^2+2^2}=\sqrt{14}$，所以该几何体的最长棱长为 4.



15. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　直线 $kx-y+2k=0$ 恒过定点 $M(-2,0)$，直线 $x+ky-2=0$ 恒过定点 $N(2,0)$，显然直线 $kx-y+2k=0$ 与直线 $x+ky-2=0$ 垂直，当 $k\neq0$ 时，$PM\perp PN$，点 P 在以 MN 为直径的圆 $x^2+y^2=4$（除点 M,N 外）上，当 $k=0$ 时，点 $P(2,0)$，因此，点 P 的轨迹是以原点 O 为圆心，2 为半径的圆（除点 $M(-2,0)$），如图，观察图形知，点 A 在圆 O：$x^2+y^2=4(x\neq-2)$ 外，当直线 AP 与圆 O 相切时，$\angle OAP$ 为锐角且最大，$\tan\angle OAP$ 最大，所以 $(\tan\angle OAP)_{\max}=\frac{2}{\sqrt{4^2-2^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.



16. $4-\sqrt{3}$　由题意得 $y=a\sin x+b\cos x+c=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)+c$，其中 $\sin\varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$，$\cos\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$，因为 $\left(\frac{11\pi}{6},1\right)$ 是图象的最低点，所以 $\begin{cases}\frac{11\pi}{6}+\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z}),\\-\sqrt{a^2+b^2}+c=1,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}\varphi=2k\pi-\frac{7\pi}{3}(k\in\mathbf{Z}),\\\sqrt{a^2+b^2}=c-1,\end{cases}$ 所以 $y=(c-1)\sin\left(x+2k\pi-\frac{7\pi}{3}\right)+c=(c-1)\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+c$，横坐标缩为原来的 $\frac{3}{\pi}$ 得 $y=(c-1)\sin\left(\frac{\pi}{3}x-\frac{\pi}{3}\right)+c$，向左移动 1 个单位长度得 $f(x)=(c-1)\sin\frac{\pi}{3}x+c$，所以 $T=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$. 由 $f(x)=3$ 的所有根从小到大依次相差 3 个单位可知 $y=f(x)$ 与 $y=3$ 的相邻交点间的距离相等，所以 $y=3$ 过曲线 $y=f(x)$ 的最高点或最低点，或经过 $y=f(x)$ 所有的对称中心. ①当 $y=3$ 过曲线 $y=f(x)$ 的最高点或最低点时，每两个根之间相差一个周期，即相差 6，不合题意；②当 $y=3$ 过曲线 $y=f(x)$ 所有的对称中心时，则 $\sin\frac{\pi}{3}x=0$，所以 $c=3$，所以 $y=(c-1)\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+c=\sin x-\sqrt{3}\cos x+3$，$a=1$，$b=-\sqrt{3}$，所以 $a+b+c=4-\sqrt{3}$.

17. 解：(1)列联表如下：

	将跑步作为主要锻炼方式	不是将跑步作为主要锻炼方式	合计
男性	20	20	40
女性	10	30	40
合计	30	50	80

……… 3 分

$K^2=\frac{80\times(20\times30-20\times10)^2}{40\times40\times30\times50}\approx5.333<6.635$， ………… 5 分

所以没有 99% 的把握认为是否将跑步作为主要锻炼方式与性别有关. ………… 6 分

(2)抽取的 5 人中，男性有 $\frac{20}{50}\times5=2$ 人，记为 1，2；女性有 $\frac{30}{50}\times5=3$ 人，记为 a,b,c. ………… 8 分

从中选取 2 人所有可能情况有：

(1,2)，(1,a)，(1,b)，(1,c)，(2,a)，(2,b)，(2,c)，(a,b)，(a,c)，(b,c)等 10 种；………… 10 分

选取的 2 名代表都为女性的情况有：

(a,b)，(a,c)，(b,c)等 3 种； ………… 11 分

则选取的 2 名代表都为女性的概率 $P=\frac{3}{10}$. ………… 12 分

18. 解：(1)设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，因为 $\begin{cases}a_2+a_3=8,\\S_6=36,\end{cases}$

所以 $\begin{cases}2a_1+3d=8,\\6a_1+\frac{6\times5}{2}d=36,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a_1=1,\\d=2,\end{cases}$ ………… 2 分

无界学习公众号

所以 $a_n=1+2(n-1)=2n-1$. ………… 4 分

(2)由题设 $c_{n+1}-c_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n+1)(2n-1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$， ………… 6 分

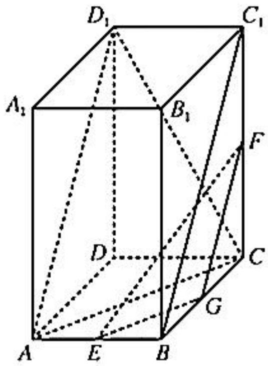
所以当 $n\geqslant2$ 时，$c_n-c_{n-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-3}-\frac{1}{2n-1}\right)$，…，$c_3-c_2=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$，$c_2-c_1=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)$，

………… 8 分

将上式累加可得：$c_n-c_1=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-3}-\frac{1}{2n-1}+\cdots+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n-1}\right)=\frac{n-1}{2n-1}$，…… 10 分

又 $c_1=1$，则 $c_n=\frac{n-1}{2n-1}+1=\frac{3n-2}{2n-1}$. …………………………………………………………………… 12 分

19.(1)证明：如图，取 BC 的中点 G，连接 FG，EG，BC_1.



因为 G 为 BC 的中点，E 为 AB 的中点，所以 $EG// AC$. …………………………… 1 分

因为 $AC\subset$ 平面 ACD_1，$EG\not\subset$ 平面 ACD_1，所以 $EG//$ 平面 ACD_1. ………………… 2 分

因为 G 为 BC 的中点，F 为 CC_1 的中点，所以 $FG// BC_1$. ………………………… 3 分

因为直棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，底面 $ABCD$ 是菱形，所以 $AD_1// BC_1$，

所以 $AD_1// FG$，

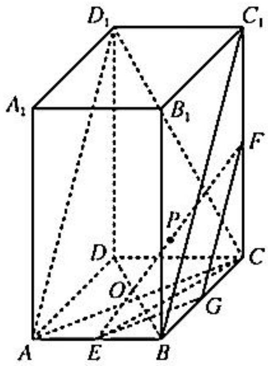
因为 $AD_1\subset$ 平面 ACD_1，$FG\not\subset$ 平面 ACD_1，所以 $FG//$ 平面 ACD_1. ……………… 4 分

因为 $EG\cap FG=G$，EG，$FG\subset$ 平面 EFG，

所以平面 $EFG//$ 平面 ACD_1. ……………………………………………………………… 5 分

又因为 $EF\subset$ 平面 EFG，所以 $EF//$ 平面 ACD_1. ………………………………………………………… 6 分

(2)解：如图，连接 BD 与 AC 相交于点 O，连接 CE，



在 $Rt\triangle ADD_1$ 中，$AD_1=\sqrt{AD^2+DD_1^2}=\sqrt{5+16}=\sqrt{21}$，同理 $CD_1=\sqrt{21}$， … 7 分

由菱形 $ABCD$ 可知 $AC\perp BD$，$OA=OC=2$，

在 $Rt\triangle OAB$ 中，$OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=\sqrt{5-4}=1$. ……………………………… 8 分

设点 P 到平面 ACD_1 的距离为 d.

由 $EF//$ 平面 ACD_1，可知点 E 到平面 ACD_1 的距离也为 d， ……………………… 9 分

由 $OD_1=\sqrt{AD_1^2-OA^2}=\sqrt{21-4}=\sqrt{17}$，可得 $\triangle ACD_1$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{17}=2\sqrt{17}$，$\triangle ACE$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{2}=1$. …………………………………………………………………… 10 分

$V_{D_1-ACE}=\frac{1}{3}\times4\times1=\frac{4}{3}$，$V_{E-ACD_1}=\frac{1}{3}d\times2\sqrt{17}=\frac{2\sqrt{17}}{3}d$，

由 $V_{E-ACD_1}=V_{D_1-ACE}$，得 $\frac{2\sqrt{17}}{3}d=\frac{4}{3}$，可得 $d=\frac{2\sqrt{17}}{17}$，

故点 P 到平面 ACD_1 的距离为 $\frac{2\sqrt{17}}{17}$. ………………………………………………………… 12 分

20.解：(1)因为抛物线 $\Gamma:x^2=2py$ 上一点到焦点 F 的距离比它到直线 $y=-4$ 的距离小于 3，

所以抛物线 $\Gamma:x^2=2py$ 上一点到焦点 F 的距离等于它到直线 $y=-1$ 的距离，…………………………… 2 分

所以 $\frac{p}{2}=1$，解得 $p=2$， ……………………………………………………………………………… 3 分

故抛物线 Γ 的方程是 $x^2=4y$，抛物线的准线方程为 $y=-1$. ……………………………………… 4 分

(2)由题意得 $F(0,1)$，且 l 斜率一定存在，设 $l:y=kx+1$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases}y=kx+1,\\x^2=4y\end{cases}$ 消去 y 可得 $x^2-4kx-4=0$，$\Delta=16k^2+16>0$，

则 $x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4$. ……………………………………………………………………………… 5 分

设 AB 中点为 M，则 $\tan\angle ACB=\tan2\angle ACM=\frac{2\tan\angle ACM}{1-\tan^2\angle ACM}=\frac{2\times\frac{AM}{CM}}{1-\frac{AM^2}{CM^2}}=\frac{4}{3}$. ………………… 6 分

解得 $CM=2AM$，即 $CM=AB$.

当 $k=0$ 时，易知 $CM=2$，$|AB|=|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=4$，不符合题意；…………………… 8 分

当 $k\neq0$ 时，设 $C(x_3,y_3)$，$M(x_4,y_4)$.

因为 CM 垂直平分 AB，所以 CM 的斜率为 $-\frac{1}{k}$，

易知 $|CM|=\sqrt{1+k^2}|y_3-y_4|$，因此有 $\sqrt{1+k^2}|y_3-y_4|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|$. …………………… 9 分

因为 M 为 AB 的中点，所以 $y_4=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{k(x_1+x_2)+2}{2}=2k^2+1$，…………………… 10 分

由题意，$y_3=-1$，即 $|x_1-x_2|=2k^2+2$，$\sqrt{16k^2+16}=2k^2+2$， 无界学习公众号

两边平方整理可得 $k^4-2k^2-3=0$，解得 $k=\pm\sqrt{3}$，…………………… 11 分

故存在直线 l 使得 $\tan\angle ACB=\frac{4}{3}$，且直线 l 的方程为 $y=\sqrt{3}x+1$ 或 $y=-\sqrt{3}x+1$. …………………… 12 分

21. 解：(1)由 $f(x)=\sin x-x+\frac{1}{6}x^3$ 可得 $f'(x)=\cos x-1+\frac{1}{2}x^2$，

令 $g(x)=\cos x-1+\frac{1}{2}x^2$，所以 $g'(x)=-\sin x+x$，…………………… 1 分

令 $h(x)=-\sin x+x$，所以 $h'(x)=-\cos x+1$，

因为 $h'(x)\geqslant0$，所以 $h(x)$ 即 $g'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，…………………… 2 分

又因为 $g'(0)=0$，所以 $g'(x)\geqslant0$，

所以 $g(x)$ 即 $f'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $f'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的最小值为 $f'(0)=0$. …………………… 4 分

(2)由 $f(x)=\sin x-x+\frac{m}{3}x^3$ 可得 $f'(x)=\cos x-1+mx^2$，

①$m\leqslant0$ 时，$f'(x)\leqslant0$，即 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，

又因为 $f(0)=0$，所以 $f(x)\leqslant0$，与已知矛盾，不符合题意；…………………… 5 分

令 $m(x)=\cos x-1+mx^2$，所以 $m'(x)=-\sin x+2mx$，

令 $n(x)=-\sin x+2mx$，所以 $n'(x)=-\cos x+2m$. …………………… 6 分

②$m\geqslant\frac{1}{2}$ 时，$n'(x)=-\cos x+2m\geqslant1-\cos x\geqslant0$，所以 $n(x)$ 即 $m'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，

又因为 $m'(0)=0$，所以 $m'(x)\geqslant0$，所以 $m(x)$ 即 $f'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，

又因为 $f'(0)=0$，所以 $f'(x)\geqslant0$，所以 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，

又因为 $f(0)=0$，所以 $f(x)\geqslant0$，满足题意；…………………… 8 分

③$0<m<\frac{1}{2}$ 时，$n'(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，

又因为 $n'(0)=2m-1<0$，$n'\left(\frac{\pi}{2}\right)=2m>0$，所以存在 $t\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，令 $n'(t)=0$，

当 $0\leqslant x\leqslant t$ 时，$n'(x)\leqslant0$，所以 $n(x)$ 即 $m'(x)$ 在 $[0,t]$ 上单调递减，…………………… 10 分

又因为 $m'(0)=0$，所以 $m'(x)\leqslant0$，所以 $m(x)$ 即 $f'(x)$ 在 $[0,t]$ 上单调递减，

又因为 $f'(0)=0$，所以 $f'(x)\leqslant0$，所以 $f(x)$ 在 $[0,t]$ 上单调递减，

又因为 $f(0)=0$，所以 $f(t)<0$，与已知矛盾，不符合题意.

综上所述，m 的取值范围为 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$. …………………… 12 分

22. 解：(1)由$\begin{cases}x=t,\\y=t\end{cases}$得$x=y$，

故直线l的普通方程是$x-y=0$； ………………………… 2分

由$\rho=2\cos\theta$，得$\rho^2=2\rho\cos\theta$，

代入公式$\begin{cases}\rho\cos\theta=x,\\\rho\sin\theta=y,\end{cases}$得$x^2+y^2=2x$，

故曲线C的直角坐标方程是$x^2+y^2-2x=0$. ………………………… 4分

(2)设$N(\rho,\theta)$，$0\leqslant\theta<2\pi$，

则$\triangle MON$的面积为$S_{\triangle MON}=\frac{1}{2}|OM||ON|\sin\angle MON=\frac{1}{2}\times\left|6\rho\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)\right|$

$=\left|6\cos\theta\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)\right|=\left|6\cos\theta\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos\theta-\cos\frac{\pi}{3}\sin\theta\right)\right|=|3\sqrt{3}\cos^2\theta-3\cos\theta\sin\theta|$

$=\left|\frac{3\sqrt{3}}{2}(\cos 2\theta+1)-\frac{3}{2}\sin 2\theta\right|=\left|3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\theta-\frac{1}{2}\sin 2\theta\right)+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right|=\left|3\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right|$， ……… 7分

因为$0\leqslant\theta<2\pi$，故$\frac{\pi}{6}\leqslant2\theta+\frac{\pi}{6}<\frac{25\pi}{6}$，所以$-1\leqslant\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant1$，

则$-3+\frac{3\sqrt{3}}{2}\leqslant3\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{3\sqrt{3}}{2}\leqslant3+\frac{3\sqrt{3}}{2}$， ………………………… 9分

故$0\leqslant\left|3\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right|\leqslant3+\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

所以$(S_{\triangle MON})_{\max}=3+\frac{3\sqrt{3}}{2}$，即$\triangle MON$面积的最大值为$3+\frac{3\sqrt{3}}{2}$. ………………………… 10分

23. 解：(1)$f(x)=2|x|+|2x-m|=|2x|+|2x-m|$，

令$|2x|=0$，解得$x=0$；令$|2x-m|=0$，解得$x=\frac{m}{2}$， ………………………… 1分

因为函数$f(x)$的图象关于直线$x=1$对称，所以$0+\frac{m}{2}=2\times1$，解得$m=4$. ………………………… 2分

不等式$f(x)\geqslant6$即为$|x|+|x-2|\geqslant3$， ………………………… 3分

当$x<0$时，不等式可化为$(-x)+(2-x)\geqslant3$，解得$x\leqslant-\frac{1}{2}$；

当$0\leqslant x\leqslant2$时，不等式可化为$x+(2-x)=2\geqslant3$，无解；

当$x>2$时，不等式可化为$x+(x-2)\geqslant3$，解得$x\geqslant\frac{5}{2}$. ………………………… 5分

综上，不等式$f(x)\geqslant6$的解集是$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{5}{2},+\infty\right)$. ………………………… 6分

(2)由(1)可得$a+b=4$，

所以$\frac{b}{a}+\frac{4}{b}=\frac{b}{a}+\frac{a+b}{b}=\frac{b}{a}+\frac{a}{b}+1\geqslant2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}+1=3$， ………………………… 8分

当且仅当$\frac{b}{a}=\frac{a}{b}$，即$a=2$，$b=2$时取等号，

故$\frac{b}{a}+\frac{4}{b}$的最小值为3. ………………………… 10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。