河西区2018—2019学年度第二学期高三年级总复习质量调查（二）

数 学 试 卷（理工类）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至3页，第Ⅱ卷4至7页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3. 本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

- 如果事件 A，B 互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
- 如果事件 A，B 相互独立，那么 $P(AB)=P(A)\cdot P(B)$
- 柱体的体积公式 $V=Sh$
- 锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示柱（锥）体的底面面积，h 表示柱（锥）体的高

一．选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

（1）设全集 $U=\{n\in N|1\le n\le 10\}$，$A=\{1,2,3,5,8\}$，$B=\{1,3,5,7,9\}$，则 $(C_U A)\cap B=$

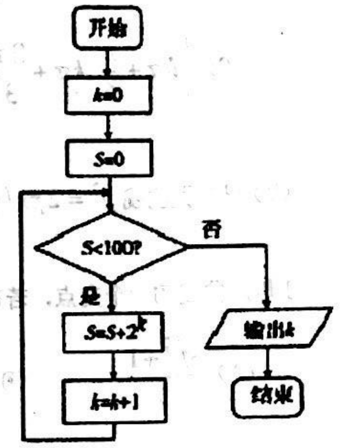
（A）$\{6,9\}$　　（B）$\{6,7,9\}$

（C）$\{7,9\}$　　（D）$\{7,9,10\}$

（2）若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y\ge 0,\\ x-y\le 0,\\ x-2y+2\ge 0,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最小值等于

（A）$-\frac{5}{2}$　　（B）-2　　（C）$-\frac{3}{2}$　　（D）2

（3）如图所示，程序框图的输出结果是



（A）5

（B）6

（C）7

（D）8

（4）设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，则“$q>1$”是“$\{a_n\}$ 为递增数列”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（5）设 $a=\left(\frac{3}{4}\right)^{0.5}$，$b=\left(\frac{4}{3}\right)^{0.4}$，$c=\log_{\frac{3}{4}}(\log_3 4)$，则

（A）$b<a<c$　　（B）$c<a<b$

（C）$c<b<a$　　（D）$a<c<b$

(6) 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$，其中 φ 为实数，若 $f(x)\le\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|$ 对 $x\in R$ 恒成立，且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)>f(\pi)$，则 $f(x)$ 的单调递增区间是

(A) $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right](k\in Z)$　　(B) $\left[k\pi,k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in Z)$

(C) $\left[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right](k\in Z)$　　(D) $\left[k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi\right](k\in Z)$

(7) 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 有相同的焦点 F，点 A 是两曲线的一个交点，若直线 AF 的斜率为 $\sqrt{3}$，则双曲线的离心率为

(A) $\frac{\sqrt{7}+1}{3}$　　(B) $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$　　(C) $\frac{\sqrt{7}+3}{3}$　　(D) $\frac{\sqrt{7}+4}{3}$

(8) 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\left|\overrightarrow{AD}\right|=2$，$\left|\overrightarrow{CD}\right|=4$，$\angle ABC=60^\circ$，$E,F$ 分别是 BC,CD 的中点，DE 与 AF 交于 H，则 $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{DE}$ 的值

(A) 12　　(B) 16　　(C) $\frac{12}{5}$　　(D) $\frac{16}{5}$

河西区2018—2019学年度第二学期高三年级总复习质量调查（二）

数学试卷（理工类）

第Ⅱ卷

注意事项：

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2. 本卷共 12 小题，共 110 分。

二. 填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

(9) 设 $z=1-i$（i 是虚数单位），则 $\frac{2}{z}+\overline{z}=$____________.

(10) 在三棱锥 $P-ABC$ 中，D,E 分别为 PB,PC 的中点，记三棱锥 $D-ABE$ 的体积为 V_1，三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 V_2，则 $\frac{V_1}{V_2}=$____________.

(11) $\left(3x^2-\frac{1}{x\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为____________.（用数字作答）

(12) 已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos t\\ y=\sqrt{2}\sin t\end{cases}$（$t$ 为参数），C 在点 $(1,1)$ 处的切线为 l，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，则 l 的极坐标方程为____________.

(13) 若 $\log_4(3a+4b)=\log_2\sqrt{ab}$，则 $a+b$ 的最小值为____________.

(14) 已知函数 $f(x)$ 满足，$f(x)=\begin{cases}kx+k, & x\le 0\\ \ln x, & x>0\end{cases}$，其中 $k\ge 0$，若函数 $y=f(f(x))+1$ 有 4 个零点，则实数 k 的取值范围是____________.

密　封　线

姓名________ 线 班级________ 封 学校________ 密

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(15)（本小题满分 13 分）

在ΔABC中，A，B，C对应的边为a，b，c.

（Ⅰ）若$c=2$，$C=\frac{\pi}{3}$，且$\triangle ABC$的面积等于$\sqrt{3}$，求$\cos(A+B)$和a，b的值；

（Ⅱ）若B是钝角，且$\cos A=\frac{3}{5}$，$\sin B=\frac{12}{13}$，求$\sin C$的值.

(16)（本小题满分 13 分）

甲，乙，丙三位学生独立地解同一道题，甲做对的概率为$\frac{1}{2}$，乙，丙做对的概率分别为m，n（$m>n$），且三位学生是否做对相互独立. 记ξ为这三位学生中做对该题的人数，其分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{4}$	a	b	$\frac{1}{24}$

（Ⅰ）求至少有一位学生做对该题的概率；

（Ⅱ）求m，n的值；

（Ⅲ）求ξ的数学期望.

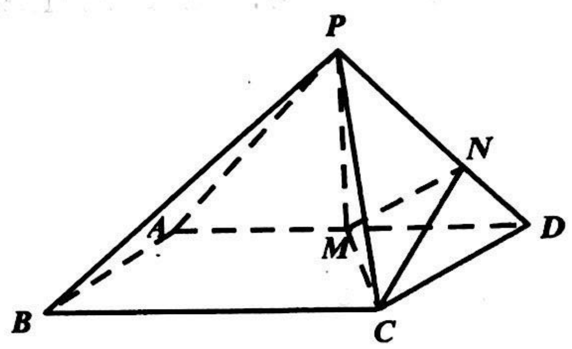
(17)（本小题满分 13 分）

如图，平面$PAD\perp$平面$ABCD$，$PA=PD$，四边形$ABCD$为平行四边形，$\angle ABC=45^\circ$，$AB=AC=2$，M为线段AD的中点，点N满足$\overrightarrow{PN}=2\overrightarrow{ND}$.

（Ⅰ）求证：直线PB//平面MNC；

（Ⅱ）求证：平面$MNC\perp$平面PAD；

（Ⅲ）若平面$PAB\perp$平面PCD，求直线BP与平面PCD所成角的正弦值.



(18)（本小题满分 13 分）

数列$\{a_n\}$是等比数列，公比大于0，前n项和S_n $(n\in N^*)$，$\{b_n\}$是等差数列，已知$a_1=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{a_3}=\frac{1}{a_2}+4$，$a_3=\frac{1}{b_4+b_6}$，$a_4=\frac{1}{b_5+2b_7}$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式a_n，b_n；

（Ⅱ）设$\{S_n\}$的前n项和为T_n $(n\in N^*)$，

(i) 求T_n；

(ii) 证明：$\sum_{i=1}^{n}\frac{(T_{i+1}-b_{i+1})b_{i+3}}{b_{i+1}\cdot b_{i+2}}<\frac{1}{2}$.

(19)（本小题满分 14 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{3}=1\left(a>\sqrt{3}\right)$ 的右焦点为 F，右顶点为 A，已知 $|OA|-|OF|=1$，其中 O 为原点，e 为椭圆的离心率.

（Ⅰ）求椭圆的标准方程及离心率 e；

（Ⅱ）设过点 A 的直线 l 与椭圆交于点 B（B 不在 x 轴上），垂直于 l 的直线与 l 交于点 M，与 y 轴交于点 H，若 $BF\perp HF$，且 $\angle MOA\le\angle MAO$，求直线 l 的斜率的取值范围.

(20)（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+ax$，在点 $(t,f(t))$ 处的切线方程为 $y=3x-1$.

（Ⅰ）求 a 的值；

（Ⅱ）已知 $k\le 2$，当 $x>1$ 时，$f(x)>k\left(1-\dfrac{3}{x}\right)+2x-1$ 恒成立，求实数 k 的取值范围；

（Ⅲ）对于在 $(0,1)$ 中的任意一个常数 b，是否存在正数 x_0，使得 $e^{f(x_0+1)-3x_0-2}+\dfrac{b}{2}x_0^2<1$，请说明理由.

密 封 线

河西区2018—2019学年度第二学期高三年级总复习质量调查(二)

数学试题（理工类）参考答案及评分标准

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算. 每小题5分，满分40分.

(1) C	(2) A	(3) C	(4) D
(5) B	(6) C	(7) B	(8) C

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算. 每小题5分，满分30分.

(9) $2+2i$ (10) $\frac{1}{4}$ (11) 270

(12) $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$ (13) $7+4\sqrt{3}$ (14) $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$

三、解答题：本大题共6小题，共80分.

(15) 本小题满分13分.

(Ⅰ) 解：因为 $A+B+C=\pi$，$C=\frac{\pi}{3}$，所以 $A+B=\pi-C$.

所以 $\cos(A+B)=\cos(\pi-C)=-\cos C=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$.

由余弦定理及已知条件得，$a^2+b^2-ab=4$，

又因为 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\sqrt{3}$，所以 $\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{3}$，得 $ab=4$.

联立方程组 $\begin{cases}a^2+b^2-ab=4,\\ ab=4,\end{cases}$ 解得 $a=2$，$b=2$. ························7分

(Ⅱ) 解：因为 B 是钝角，且 $\cos A=\frac{3}{5}$，$\sin B=\frac{12}{13}$.

所以 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$

$\cos B=-\sqrt{1-\sin^2 B}=-\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}=-\frac{5}{13}$

所以 $\sin C=\sin\left[\pi-(A+B)\right]=\sin(A+B)$

$=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{5}{13}\right)+\frac{3}{5}\times\frac{12}{13}=\frac{16}{65}$ ······13分

(16) 本小题满分13分.

(Ⅰ) 解：设"甲做对"为事件 A，"乙做对"为事件 B，"丙做对"为事件 C，由题意知，$P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=m$，$P(C)=n$.

由于事件"至少有一位学生做对该题"与事件"$\xi=0$"是对立的，所以至少有一位学生做对该题的概率是 $1-P(\xi=0)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$. ···············4分

(Ⅱ) 解：由题意知 $P(\xi=0)=P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})=\frac{1}{2}(1-m)(1-n)=\frac{1}{4}$，

$P(\xi=3)=P(ABC)=\frac{1}{2}mn=\frac{1}{24}$，

整理得 $mn=\frac{1}{12}$，$m+n=\frac{7}{12}$.

由 $m>n$，解得 $m=\frac{1}{3}$，$n=\frac{1}{4}$. ···············8分

(Ⅲ) 解：由题意知 $a=P(\xi=1)=P(A\overline{B}\overline{C})+P(\overline{A}B\overline{C})+P(\overline{A}\overline{B}C)$

$=\frac{1}{2}(1-m)(1-n)+\frac{1}{2}m(1-n)+\frac{1}{2}(1-m)n=\frac{11}{24}$，

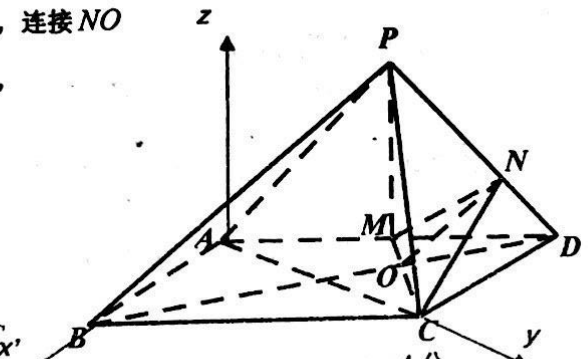
$b=P(\xi=2)=1-P(\xi=0)-P(\xi=1)-P(\xi=3)=\dfrac{1}{4}$，

所以ξ的数学期望为$E\xi=0\times P(\xi=0)+1\times P(\xi=1)+2P(\xi=2)+3P(\xi=3)=\dfrac{13}{12}$.

…………13分

（17）本小题满分 13 分.

（Ⅰ）证明：连接BD，交MC于点O，连接NO



在平行四边形$ABCD$中，因为$MD=\dfrac{1}{2}BC$，

所以$OD=\dfrac{1}{2}OB$，

又因为$\overline{PN}=2\overline{ND}$，即$ND=\dfrac{1}{2}PN$，

所以$ON//PB$，

又因为$ON\subset$平面MNC，$PB\not\subset$平面MNC，

所以直线$PB//$平面MNC.　　　　…………4分

（Ⅱ）证明：因为$PA=PD$，M为线段AD的中点，

所以$PM\perp AD$，又因为平面$PAD\perp$平面$ABCD$于AD，$PM\subset$平面PAD

所以$PM\perp$平面$ABCD$

在平行四边形$ABCD$中，因为$\angle ABC=45^\circ$，$AB=AC=2$，所以$AB\perp AC$

如图，以A为原点，分别以AB,AC所在直线为x轴，y轴，建立空间直角坐标系，

则$B(2,0,0),C(0,2,0)$，$D(-2,2,0),M(-1,1,0)$　因为$PM\perp$平面$ABCD$

设$P(-1,1,t)$ $(t>0)$，则$\overline{AP}=(-1,1,t)$，$\overline{CM}=(-1,-1,0)$，$\overline{AD}=(-2,2,0)$

所以$\overline{CM}\cdot\overline{AD}=2-2+0=0$，$\overline{CM}\cdot\overline{AP}=1-1+0=0$

所以$CM\perp AD,CM\perp AP$，又因为$AP\cap AD=A$

所以$CM\perp$平面PAD，又因为$CM\subset$平面MNC

所以平面$MNC\perp$平面PAD.　　　　…………8分

（Ⅲ）解：因为$\overline{AB}=(2,0,0)$，$\overline{AP}=(-1,1,t)$

设$\boldsymbol{m}=(x,y,z)$为平面ABP的一个法向量

则$\begin{cases}x=0\\-x+y+tz=0\end{cases}$ 不妨设$\boldsymbol{m}=(0,t,-1)$

因为$\overline{DC}=(2,0,0)$，$\overline{DP}=(1,-1,t)$

设$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$为平面DCP的一个法向量

则$\begin{cases}x=0\\x-y+tz=0\end{cases}$ 不妨设$\boldsymbol{n}=(0,t,1)$

因为平面$PAB\perp$平面PCD，所以$\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$，所以$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=t^2-1=0$以为$t>0$

所以$t=1$

所以$\overline{BP}=(-3,1,1)$，$\boldsymbol{n}=(0,1,1)$，

所以$\sin\theta=\left|\cos<\overline{BP},\boldsymbol{n}>\right|=\dfrac{2}{\sqrt{11}\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{22}}{11}$

所以直线BP与平面PCD所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{22}}{11}$.　　　　…………13分

（18）本小题满分 13 分.

（Ⅰ）解：设数列$\{a_n\}$的公比为q（$q>0$）

$\begin{cases}a_1=\dfrac{1}{2}\\\dfrac{1}{a_1q^2}=\dfrac{1}{a_1q}+4\end{cases}$，$\dfrac{1}{q^2}-\dfrac{1}{q}-2=0$，$q$=-1（舍）或$q$=2，$a_n=\dfrac{1}{2^n}$

设数列$\{b_n\}$的公差为d

$$\begin{cases}\frac{1}{8}=\frac{1}{2(b_1+4d)}\\ \frac{1}{16}=\frac{1}{3b_1+16d}\end{cases}\quad \begin{cases}b_1+4d=4\\ 3b_1+16d=16\end{cases}\quad \begin{cases}b_1=0\\ d=1\end{cases},\ b_n=n-1.$$ ……………6 分

（Ⅱ）解：$S_n=\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}$

$$T_n=(1+1+\cdots+1)-(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n})=n-(1-\frac{1}{2^n})=n-1+\frac{1}{2^n}$$

$$\frac{(T_{i+1}-b_{i+1})\cdot b_{i+3}}{b_{i+1}\cdot b_{i+2}}=\frac{(i+\frac{1}{2^{i+1}}-i)\cdot(i+2)}{i\cdot(i+1)}=\frac{(i+2)}{i\cdot(i+1)\cdot 2^{i+1}}=\frac{1}{i\cdot 2^i}-\frac{1}{(i+1)\cdot 2^{i+1}}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{(T_{i+1}-b_{i+1})\cdot b_{i+3}}{b_{i+1}\cdot b_{i+2}}=(\frac{1}{1\cdot 2}-\frac{1}{2\cdot 2^2})+(\frac{1}{2\cdot 2^2}-\frac{1}{3\cdot 2^3})+\cdots+(\frac{1}{n\cdot 2^n}-\frac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+1}})$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}<\frac{1}{2}.$$ ……………13 分

（19）本小题满分 14 分.

（Ⅰ）解：由已知得$a-c=1$，即$a-\sqrt{a^2-3}=1$，解得$a=2$，所以$c=1$，

得$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$． ……………………5 分

（Ⅱ）解：设直线l的斜率为$k(k\neq 0)$，则直线l的方程为$y=k(x-2)$，

设$B(x_B,y_B)$由方程组$\begin{cases}y=k(x-2)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，消去$y$，

整理得$(4k^2+3)x^2-16k^2x+16k^2-12=0$

解得$x=2$或$x=\frac{8k^2-6}{4k^2+3}$，

所以B点坐标为$\left(\frac{8k^2-6}{4k^2+3},\frac{-12k}{4k^2+3}\right)$.

由（Ⅰ）知，$F(1,0)$，设$H(0,y_H)$，有$\overrightarrow{FH}=(-1,y_H)$，

$\overrightarrow{BF}=\left(\frac{9-4k^2}{4k^2+3},\frac{12k}{4k^2+3}\right)$，由$BF\perp HF$，则$\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{FH}=0$，

所以$\frac{4k^2-9}{4k^2+3}+\frac{12ky_H}{4k^2+3}=0$，解得$y_H=\frac{9-4k^2}{12k}$，

因此直线MH的方程为$y=-\frac{1}{k}x+\frac{9-4k^2}{12k}$，设$M(x_M,y_M)$，

由方程组$\begin{cases}y=k(x-2)\\ y=-\frac{1}{k}x+\frac{9-4k^2}{12}\end{cases}$消去$y$，解得$x_M=\frac{20k^2+9}{12(k^2+1)}$，

在ΔMAO中，$\angle MOA\le\angle MAO\Leftrightarrow|MA|\le|MO|$，

即$(x_M-2)^2+y_M^2\le x_M^2+y_M^2$，化简得$x_M\ge 1$，即$\frac{20k^2+9}{12(k^2+1)}\ge 1$，

解得$k\le-\frac{\sqrt{6}}{4}$，或$k\ge\frac{\sqrt{6}}{4}$.

所以，直线l的斜率的取值范围为$\left(-\infty,-\frac{\sqrt{6}}{4}\right]\cup\left[\frac{\sqrt{6}}{4},+\infty\right)$. ………14 分

（20）本小题满分 13 分.

（Ⅰ）解：函数$f(x)=\ln x+ax$的导数为$f'(x)=\frac{1}{x}+a$，在点$(t,f(t))$处的切线方程为$y=3x-1$，可得$f'(t)=\frac{1}{t}+a$，

所以函数的切线方程为$y-(\ln t+at)=\left(\frac{1}{t}+a\right)(x-t)$，即$y=\left(\frac{1}{t}+a\right)x+\ln t-1$，

所以$\begin{cases}\frac{1}{t}+a=3\\ \ln t-1=-1\end{cases}$，解得$a=2$. ……………………3分

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ）可得$f(x)=\ln x+2x$，因为$f(x)>k\left(1-\frac{3}{x}\right)+2x-1$，

所以$\ln x>k\left(1-\frac{3}{x}\right)-1$，即为，$x\ln x+x-k(x-3)>0$

可令$g(x)=x\ln x+x-k(x-3)$，$g'(x)=2+\ln x-k$，由$x>1$，

可得$\ln x>0$，$2-k\geq 0$，即有$g'(x)>0$，$g(x)$在$(1,+\infty)$递增，

可得$g(x)>g(1)=1+2k\geq 0$，所以$-\frac{1}{2}\leq k\leq 2$，故k的取值范围为$\left[-\frac{1}{2},2\right]$；

……………………7分

（Ⅲ）解：对于在$(0,1)$中的任意一个常数b，

假设存在正数x_0，使得：$e^{f(x_0+1)-3x_0-2}+\frac{b}{2}x_0^2<1$.

由$e^{f(x_0+1)-3x_0-2}+\frac{b}{2}x_0^2=e^{\ln(x_0+1)-x_0}+\frac{b}{2}x_0^2=(x_0+1)\cdot e^{-x_0}+\frac{b}{2}x_0^2<1$成立，

从而存在正数x_0，使得上式成立，只需上式的最小值小于0即可.

令$H(x)=(x+1)\cdot e^{-x}+\frac{b}{2}x^2-1$，

$H'(x)=e^{-x}-(x+1)e^{-x}+bx=x(b-e^{-x})$

令$H'(x)>0$，解得$x>-\ln b$，令$H'(x)<0$，解得$0<x<-\ln b$，

则$x=-\ln b$为函数$H(x)$的极小值点，即为最小值点.

故$H(x)$的最小值为

$H(-\ln b)=(-\ln b+1)\cdot e^{\ln b}+\frac{b}{2}\ln^2 b-1=\frac{b}{2}\ln^2 b-b\ln b+b-1$，

再令$G(x)=\frac{x}{2}\ln^2 x-x\ln x+x-1\ (0<x<1)$

$G'(x)=\frac{1}{2}(\ln^2 x+2\ln x)-(1+\ln x)+1=\ln^2 x>0$

则$G(x)$在$(0,1)$递增，可得$G(x)<G(1)=0$，则$H(-\ln b)<0$.

故存在正数$x_0=-\ln b$，使得$e^{f(x_0+1)-3x_0-2}+\frac{b}{2}x_0^2<1$. ……………………14分