

陕西师大附中 2022-2023 学年度高三年级第十一次模考

数学（文科）试题

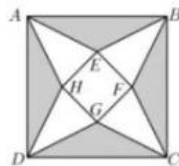
注意事项：

1. 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分。答案均写在答题纸上，满分150分，时间120分钟。公众号永利数学分享
2. 答卷前将答题卡上的姓名、班级、考场填写清楚，并检查条形码是否完整、信息是否准确。
3. 答卷必须使用0.5mm的黑色签字笔书写，字迹工整、笔迹清晰。并且必须在题号所指示的答题区内作答，超出答题区域的书写无效。

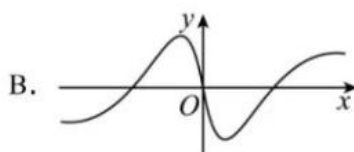
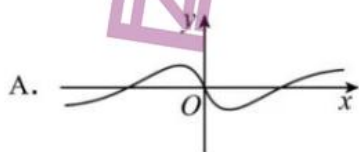
第 I 卷（选择题 共 60 分）

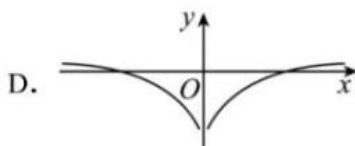
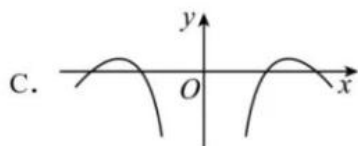
一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 已知集合 $A = \{x | \ln(x-1) < 0\}$, $B = \{y | y = 2^x - 1, x \in A\}$, 则 $A \cup B = ()$
A. $(1,3)$ B. $(1,2)$ C. $(-1,3)$ D. $(-1,+\infty)$
2. 如果一个复数的实部和虚部相等，则称这个复数为“等部复数”，若复数 $z = \frac{i}{1-ai}$ (i 为虚数单位) 为“等部复数”，则实数 a 的值为 $()$
A. -3 B. -1 C. 0 D. 1
3. 若圆锥的母线长为 $2\sqrt{3}$ ，侧面展开图的面积为 6π ，则该圆锥的体积是 $()$
A. $\sqrt{3}\pi$ B. 9π C. $3\sqrt{3}\pi$ D. 3π
4. 如图，正方形 $ABCD$ 中灰色阴影部分为四个全等的等腰三角形，已知 $AB = 2\sqrt{2}$, $EF = 1$ ，若在正方形 $ABCD$ 内随机取一点，则该点落在白色区域的概率为 $()$
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{9}{16}$ D. $\frac{2}{3}$
5. 已知 $a = \log_2 3$, $b = \log_3 4$, $c = \frac{3}{2}$, 则 $()$
A. $c < b < a$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $a < c < b$
6. 函数 $f(x) = \frac{x \ln|x|}{e^x - e^{-x}}$ 的图象大致是 $()$



6. 函数 $f(x) = \frac{x \ln|x|}{e^x - e^{-x}}$ 的图象大致是 $()$





7. 在如今这个 5G 时代, 6G 研究已方兴未艾. 2021 年 8 月 30 日第九届未来信息通信技术国际研讨会在北京举办. 会上传出消息, 未来 6G 速率有望达到 1Tbps, 并启用毫米波、太赫兹、可见光等尖端科技, 有望打造出空天地融合的立体网络, 预计 6G 数据传输速率有望比 5G 快 100 倍, 时延达到

亚毫秒级水平. 香农公式 $C = W \log_2(1 + \frac{S}{N})$ 是被广泛公认的通信理论基础和研究依据, 它表示: 在受噪声干扰的信道中, 最大信息传递率 C 取决于信道带宽 W 、信道内信号的平均功率 S , 信道内部的高斯噪声功率 N 的大小, 其中 $\frac{S}{N}$ 叫做信噪比. 若不改变带宽 W , 而将信噪比 $\frac{S}{N}$ 从 11 提升至 499, 则最大信息传递率 C 会提升到原来的 () 参考数据: $\log_2 3 = 1.58, \log_2 5 = 2.32$.

- A. 2.7 倍 B. 2.6 倍 C. 2.5 倍 D. 2.4 倍

8. 已知函数 $f(x) = \cos(\frac{5}{2}x - \frac{\pi}{4}) + 1$, 若将 $y = f(x)$ 的图像向右平移 $m(m > 0)$ 个单位长度后图像关于 y 轴对称, 则实数 m 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{10}$ B. $\frac{3\pi}{10}$ C. $\frac{7\pi}{10}$ D. $\frac{11\pi}{10}$

9. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px(p > 0)$, 倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线交 C 于 A, B 两点, 若线段 AB 中点的纵坐标为 $2\sqrt{3}$, 则 p 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4

10. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2+x) + f(2-x) = 0$, 函数 $f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 且 $f(1)=1$, 则 $f(2023) =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

11. 已知圆柱的上底面圆周经过正三棱锥 $P-ABC$ 的三条侧棱的中点, 下底面圆心为此三棱锥底面中心 O . 若三棱锥 $P-ABC$ 的高为该圆柱外接球半径的 2 倍, 则该三棱锥的外接球与圆柱外接球的半径之比为 ()

- A. 7:4 B. 2:1 C. 3:1 D. 5:3

12. 已知 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调递增函数, $\forall x \in (0, +\infty)$, 不等式 $f(-m) + f\left(\frac{\ln x}{x}\right) \leq f(1+m) + f\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$

恒成立, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $\left(-\infty, e^{-\frac{1}{2}}\right]$ B. $\left[\frac{2}{e}, +\infty\right)$ C. $\left(-\infty, 1 + \frac{1}{e}\right]$ D. $\left[\frac{1}{e} - 1, +\infty\right)$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在答题纸中相应的横线上.)

13. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 若 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 2$, 则 $\sin \alpha =$ _____.

14. 已知点 M 在直线 BC 上, 点 A 在直线 BC 外, 若 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$, 且 $|\overrightarrow{AB}| = 4$, $|\overrightarrow{AC}| = 2$, 则 $|\overrightarrow{AM}|$ 的最小值为_____.

15. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = \log_{n+1}(n+2) (n \in \mathbb{N}^*)$, 定义: 使数列 $\{a_n\}$ 的前 k 项的积为整数的数 $k (k \in \mathbb{N}^*)$ 叫做期盼数, 则区间 $[1, 2023]$ 内的所有期盼数的和等于_____.

16. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过点 F_1 且垂直于 x 轴的直线与该双曲线的左支交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABF_2$ 的周长为 16, 则当 b^2 取得最大值时, 该双曲线的离心率为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的积记为 T_n , 且满足 $\frac{1}{T_n} = \frac{a_n - 1}{2a_n}$.

(1) 证明: 数列 $\{T_n\}$ 为等差数列;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{T_n T_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本小题满分 12 分) 某班级的数学学习兴趣组发现学生的数学成绩与物理成绩有一定的关系, 为进一步研究考生物理成绩与数学成绩之间的关系, 在一次考试中从该班级 51 名考生中随机抽取 11 名考生的成绩, 得到 11 组数据统计如下表:

数学成绩 x (分)	46	65	79	89	99	109	116	123	134	140	0
物理成绩 y (分)	50	54	60	63	66	68	70	73	76	80	75

其中有一位考生因数学缺考导致数据出现异常，剔除该组数据后发现，考生物理成绩 y 与数学成绩 x 之间具有线性相关关系。

(1) 请根据剔除后的 10 组有效数据建立 y 关于 x 的回归直线方程；

(2) 已知本次考试只有一位考生缺考（仅缺考数学科目），且全班数学成绩之和为 4500 分，根据(1) 所得结果，估计全班 51 名考生本次考试的物理平均成绩。（结果精确到 0.1）

参考公式：
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

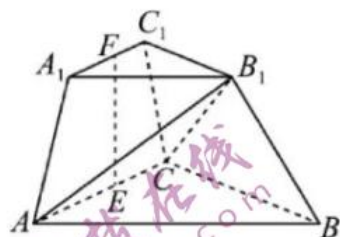
参考数据（剔除异常数据前）： $\sum_{i=1}^{11} x_i = 1000$, $\sum_{i=1}^{11} y_i = 735$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 108326$, $\frac{2586}{8326} \approx 0.31$,

$\sum_{i=1}^{11} x_i y_i = 68586.$

19. (本小题满分 12 分) 如图所示，已知三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，
 $AB_1 \perp BB_1$, $CB_1 \perp BB_1$, $\angle ABB_1 = \angle CBB_1 = 60^\circ$, $AB \perp BC$, $BB_1 = 1$.

(1) 求二面角 $A-B_1B_1-C$ 的余弦值；

(2) 设 E, F 分别是棱 AC, A_1C_1 的中点，若 $EF \perp$ 平面 ABC ，
求棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积。



参考公式：台体的体积公式为 $V_{\text{台体}} = \frac{1}{3} (S_{\text{上}} + \sqrt{S_{\text{上}} S_{\text{下}}} + S_{\text{下}}) h$.

20. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = 4 \ln x - ax + \frac{a+3}{x}$ ($a \geq 0$).

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时，求 $f(x)$ 的极值。

(2) 当 $a \geq 1$ 时，设 $g(x) = 2e^x - 4x + 2a$ ，若存在 $x_1, x_2 \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$, $f(x_1) > g(x_2)$ ，求实数 a 的取值范围。（ e 为自然对数的底数， $e = 2.71828 \dots$ ）

21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为点 A, B ，且 $|AB| = 4$,

椭圆 C 离心率为 $\frac{1}{2}$.

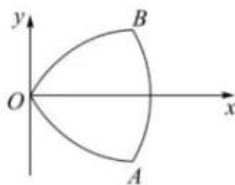
- (1) 求椭圆 C 的方程；
(2) 过椭圆 C 的右焦点，且斜率不为 0 的直线 l 交椭圆 C 于 M, N 两点，直线 AM, BN 的交于点 Q ，求证：点 Q 在直线 $x=4$ 上。

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。并请考生务必将答题卡中对所选试题的题号进行涂写。

22. (本小题满分 10 分)选修 4-4：坐标系与参数方程。

如图是以等边 $\triangle OAB$ 的每个顶点为圆心，以边长为半径，在另两个顶点间作一段弧，三段弧围成的曲边三角形，记为勒洛 $\triangle OAB$ (勒洛三角形是德国机械工程专家，机械运动学家勒洛首先发现的，故命名为勒洛三角形)。在平面直角坐标系 XOY 中，以坐标原点 O 为极点，以 X 轴非负半轴为极轴，取相同的单位长度建立极坐标系 (规定：极径 $\rho \geq 0$ ，极角 $\theta \in [-\pi, \pi]$)，

已知 A, B 两点的极坐标分别为 $A\left(2, -\frac{\pi}{6}\right)$ ， $B\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ 。



- (1) 求 $\widehat{AB}$ 和 $\widehat{OB}$ 的极坐标方程；
(2) 已知 M 点的极坐标 $M\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{12}\right)$ ， Q 是 $\widehat{AB}$ 上的动点，求 $|MQ|^2$ 的取值范围。

22. (本小题满分 10 分)选修 4-5：不等式选讲。

已知 $f(x) = |x-a| + |x+3a-2|$ ， $g(x) = -x^2 + 2ax + 1$ ($a \in \mathbb{R}$)。

- (1) 当 $a=2$ 时，解关于 x 的不等式 $f(x) \geq 7$ ；
(2) 若对 $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ，都有 $f(x_1) > g(x_2)$ 成立，求 a 的取值范围。

陕西师大附中 2022-2023 学年度高三年级第十一次模考
数学（文科） 试题参考详版答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	D	A	B	D	C	B	C	C	A	D

二、填空题

13. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

14. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

15. 2026

16. $\sqrt{2}$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. 【详解】(1) 当 $n \geq 2$ 时， $\frac{1}{T_n} = \frac{a_n - 1}{2a_n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2a_n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2T_{n-1}}$ ， $\therefore 1 = \frac{T_n}{2} - \frac{T_{n-1}}{2}$ ，
即 $T_n - T_{n-1} = 2$ ，

又当 $n=1$ 时， $\frac{1}{T_1} = \frac{1}{a_1} = \frac{a_1 - 1}{2a_1}$ ，得 $T_1 = a_1 = 3$ ， $\therefore$ 数列 $\{T_n\}$ 是以 3 为首项，2 为公差的等差数列；

(2) 由 (1) 得 $T_n = 2n + 1$ ，则 $b_n = \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right)$ ，
 $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n+3} \right) = \frac{n}{3(2n+3)}$ 。

18. 【详解】(1) 设 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，则

剔除异常数据后的数学平均为 $\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} \left(\sum_{i=1}^{11} x_i - 0 \right) = \frac{1}{10} \times 1000 = 100$ ，

剔除异常数据后的物理平均为 $\bar{y} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_i = \frac{1}{10} \left(\sum_{i=1}^{11} y_i - 75 \right) = \frac{1}{10} \times 660 = 66$ ，

$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = \sum_{i=1}^{11} x_i^2 - 0 = 108326$ ， $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = \sum_{i=1}^{11} x_i y_i - 0 \times 75 = 68586$ ，

所以 $\hat{b} = \frac{68586 - 10 \times 66 \times 100}{108326 - 10 \times 100^2} = \frac{2586}{8326} \approx 0.31$ ， $\hat{a} = 66 - 0.31 \times 100 = 35$ ，

所以 y 关于 x 的回归直线方程 $\hat{y} = 0.31x + 35$ 。

(2) 由题意得剔除异常数据后全班数学的平均分为 $\frac{4500}{50} = 90$ ，

当 $x=90$ 时， $y = 0.31 \times 90 + 35 = 62.9$ ，所以全班的物理成绩的总分约为 $62.9 \times 50 + 75 = 3220$ ，

所以全班 51 名考生本次考试的物理平均成绩为 $\frac{3220}{51} \approx 63.1$ 。



19.【详解】(1) 因为 $AB_1 \perp BB_1$, $CB_1 \perp BB_1$, 所以二面角 $A-BB_1-C$ 的平面角为 $\angle AB_1C$.

因为 $\angle ABB_1 = \angle CBB_1 = 60^\circ$, $BB_1 = 1$, 所以 $AB_1 = CB_1 = \sqrt{3}$, $AB = CB = 2$.

因为 $AB \perp BC$, 所以 $AC = 2\sqrt{2}$.

因为 $AC^2 = AB_1^2 + CB_1^2 - 2AB_1 \cdot CB_1 \cdot \cos \angle AB_1C$,

所以 $\cos \angle AB_1C = -\frac{1}{3}$, 故二面角 $A-BB_1-C$ 余弦值为 $-\frac{1}{3}$.

(2) 因为 $ABC-A_1B_1C_1$ 是三棱台, 所以直线 AA_1 , BB_1 , CC_1 共点, 设其交点为 O ,

因为 E , F 分别是棱 AC , A_1C_1 的中点, 所以直线 EF 经过点 O .

因为 $AB_1 \perp BB_1$, $CB_1 \perp BB_1$, $AB_1 \cap CB_1 = B_1$ 且 $AB_1, CB_1 \subset$ 面 AB_1C , 所以 $BB_1 \perp$ 面 AB_1C ,

又 $EB_1 \subset$ 面 AB_1C , 所以 $BB_1 \perp EB_1$.

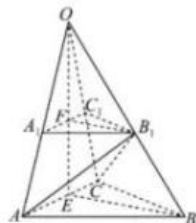
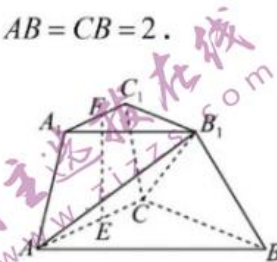
因为 $EB = \sqrt{2}$, $BB_1 = 1$, 所以 $\angle B_1BE = 45^\circ$.

因为 $EE \perp$ 平面 ABC , $EB \subset$ 平面 ABC , 所以 $EF \perp EB$,

所以 $EF = BB_1 \cdot \sin \angle EBB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $OE = EB = \sqrt{2}$, 故 F 为 OE 的中点.

三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积

$$V = V_{O-ABC} - V_{O-A_1B_1C_1} = \frac{7}{8}V_{O-ABC} = \frac{7}{8} \times \frac{1}{3} \times OE \times S_{\triangle ABC} = \frac{7\sqrt{2}}{12}.$$



20.【详解】(1) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = 4 \ln x - \frac{x}{2} - \frac{7}{2x}$,

$\therefore f'(x) = \frac{4}{x} - \frac{1}{2} - \frac{7}{2x^2} = -\frac{(x-1)(x-7)}{2x^2}$, 令 $f'(x) > 0$, 可得 $1 < x < 7$, 令 f'

$(x) < 0$, 可得 $0 < x < 1$ 或 $x > 7$, $\therefore$ 函数的单调减区间为 $(0, 1)$, $(7, +\infty)$, 单调增区间为 $(1, 7)$

$\therefore x=1$ 时, 函数取得极小值为 3; $x=7$ 时, 函数确定极大值为 $4 \ln 7 - 3$;

(2) $f'(x) = \frac{-ax^2 + 4x - (a+3)}{x^2} (x > 0)$, 令 $h(x) = -ax^2 + 4x - (a+3)$,

若 $a \geq 1$, 则 $\Delta = 16 - 4a^2 - 12a = -(a-1)(a+4) \leq 0$, $\therefore f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减, $\therefore$ 当 $a \geq 1$ 时, $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上单调递减, $\therefore f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$

上的最大值为 $f(\frac{1}{2}) = -4 \ln 2 + \frac{3}{2}a + 6$,

$g'(x) = 2e^x - 4$, 令 $g'(x) = 0$, 得 $x = \ln 2$, 当 $x \in [\frac{1}{2}, \ln 2]$ 时, $g'(x) < 0$,

$\therefore g(x)$ 单调递减,

当 $x \in (\ln 2, 2]$ 时, $g'(x) > 0$, $\therefore g(x)$ 单调递增, $\therefore g(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的最小

值为 $g(\ln 2) = 4 - 4\ln 2 + 2a$, 由题意可知 $-4\ln 2 + \frac{3}{2}a + 6 > 4 - 4\ln 2 + 2a$, 解得

$a < 4$,

又 $\because a \geq 1$, $\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $[1, 4)$.

21. 【详解】(1) 因为 $|AB| = 4$, 椭圆 C 离心率为 $\frac{1}{2}$, 所以 $\begin{cases} 2a = 4 \\ \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$, 解

得 $a^2 = 4$, $b^2 = 3$.

所以椭圆 C 的方程是 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

(2) ①若直线 l 的斜率不存在时, 如图, 因为椭圆 C 的右焦点为 $(1, 0)$, 所以直线 l 的方程是 $x = 1$.

所以点 M 的坐标是 $(1, \frac{3}{2})$, 点 N 的坐标是 $(1, -\frac{3}{2})$.

所以直线 AM 的方程是 $y = \frac{1}{2}(x+2)$, 直线 BN 的方程是 $y = \frac{3}{2}(x-2)$.

所以直线 AM , BN 的交点 Q 的坐标是 $(4, 3)$. 所以点 Q 在直线 $x = 4$ 上.

②若直线 l 的斜率存在时, 如图. 设斜率为 k ,

所以直线 l 的方程为 $y = k(x-1)$, 联立方程组 $\begin{cases} y = k(x-1) \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$

消去 y , 整理得 $(3+4k^2)x - 8k^2x + 4k^2 - 12 = 0$. 显然 $\Delta > 0$. 不妨设

$M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$,

所以 $x_1 + x_2 = \frac{8k^2}{3+4k^2}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{4k^2 - 12}{3+4k^2}$.

所以直线 AM 的方程是 $y = \frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$, 令 $x = 4$, 得 $y = \frac{6y_1}{x_1+2}$.

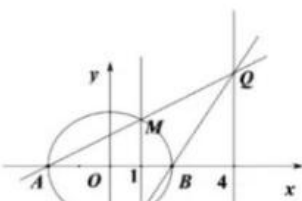
直线 BN 的方程是 $y = \frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$, 令 $x = 4$, 得 $y = \frac{2y_2}{x_2-2}$.

所以

$$\frac{6y_1}{x_1+2} - \frac{2y_2}{x_2-2} = \frac{6k(x_1-1)}{x_1+2} - \frac{2k(x_2-1)}{x_2-2} = \frac{6k(x_1-1)(x_2-2) - 2k(x_1+2)(x_2-1)}{(x_1+2)(x_2-2)}$$

分子

$$= 6k(x_1-1)(x_2-2) - 2k(x_1+2)(x_2-1)$$





$$= 2k[3(x_1x_2 - x_2 - 2x_1 + 2) - (x_1x_2 - x_1 + 2x_2 - 2)] = 2k[2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8]$$

$$= 2k\left[\frac{2(4k^2 - 12)}{3 + 4k^2} - \frac{5 \times 8k^2}{3 + 4k^2} + 8\right] = 2k\left(\frac{8k^2 - 24 - 40k^2 + 24 + 32k^2}{3 + 4k^2}\right) = 0.$$

所以点 Q 在直线 $x=4$ 上.

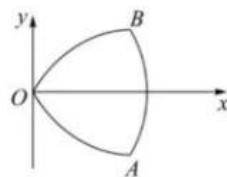
22. 【详解】(1) 因为 $\widehat{AB}$ 所在圆的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 = 4$,

所以 $\widehat{AB}$ 的极坐标方程为 $\rho = 2$, $\theta \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$;

因为 $A\left(2, -\frac{\pi}{6}\right)$ 的直角坐标是 $(\sqrt{3}, -1)$,

所以 $\widehat{OB}$ 的所在的圆的直角坐标方程为 $(x - \sqrt{3})^2 + (y + 1)^2 = 4$,

所以 $\widehat{OB}$ 的极坐标方程为 $\rho = 4 \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$, $\theta \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$.



(2) 因为 Q 是 $\widehat{AB}$ 上的动点, 所以设 $Q(\rho, \theta) = (2, \theta)$, $\theta \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$,

在 $\triangle OMQ$ 中, 由余弦定理得 $MQ^2 = OQ^2 + OM^2 - 2OQ \cdot OM \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} - \theta\right)$

$$= 4 + 2 - 4\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{12} - \theta\right) = 6 - 4\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{12} - \theta\right), \text{ 由 } \theta \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right], \text{ 得}$$

$$\frac{\pi}{12} - \theta \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}\right],$$

所以 $\cos\left(\frac{\pi}{12} - \theta\right) \in \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$, 故 $|MQ|^2 \in [6 - 4\sqrt{2}, 2]$.

23. 【详解】(1) 当 $a = 2$ 时, $f(x) = |x - 2| + |x + 4|$.

当 $x \geq 2$ 时, $f(x) = x - 2 + x + 4 = 2x + 2 \geq 7$, $\therefore x \geq \frac{5}{2}$;

当 $-4 \leq x < 2$ 时, $f(x) = 6 \geq 7$, 无解;

当 $x < -4$ 时, $f(x) = 2 - x - x - 4 = -2x - 2 \geq 7$, $\therefore x \leq -\frac{9}{2}$.

综上不等式的解集为 $\left\{x \mid x \geq \frac{5}{2} \text{ 或 } x \leq -\frac{9}{2}\right\}$.

(2) 由已知 $f(x)_{\min} > g(x)_{\max}$,

$$\therefore f(x) = |x - a| + |x + 3a - 2| \geq |(x - a) - (x + 3a - 2)| = |4a - 2|,$$

$$\therefore f(x)_{\min} = |4a - 2|, g(x)_{\max} = g(a) = a^2 + 1,$$

$$\therefore |4a - 2| > a^2 + 1 \text{ 等价于 } 4a - 2 > a^2 + 1 \text{ 或 } 4a - 2 < -a^2 - 1,$$

解得 $1 < a < 3$ 或 $-2 - \sqrt{5} < a < -2 + \sqrt{5}$.

陕西师大附中高三年级第十一次模考

数学(文科)简易答案

第

4页(共4页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线