2021年秋季高三数学（理）开学摸底考试卷02

班级____________ 姓名____________ 分数____________

（考试时间：120分钟 试卷满分：150分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．复数z满足$z(2-i)=|3+4i|$，则$\overline{z}=$

A．$2+i$　　B．$2-i$　　C．$10+5i$　　D．$10-5i$

2．已知集合$A=\{x\in Z\mid x>-1\}$，集合$B=\{x\mid \log_2 x<2\}$，则$A\bigcap B=$

A．$\{x\mid -1<x<4\}$　　B．$\{x\mid 0<x<4\}$　　C．$\{0，1，2，3\}$　　D．$\{1，2，3\}$

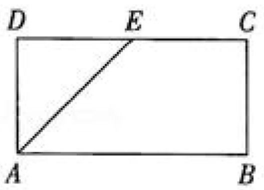
3．已知命题$p:\exists x\in R$，$\sin x<1$；命题$q:\forall x\in R$，$e^{|x|}\ \ 1$，则下列命题中为真命题的是

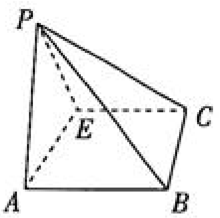
A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge q$　　C．$p\wedge\neg q$　　D．$\neg(p\vee q)$

4．设函数$f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，则下列函数中为奇函数的是

A．$f(x-1)-1$　　B．$f(x-1)+1$　　C．$f(x+1)-1$　　D．$f(x+1)+1$

5．矩形ABCD中，$AB=4$，$AD=2$，点E为CD中点，沿AE把ΔADE折起，点D到达点P，使得平面$PAE\perp$平面ABCE，则异面直线AB与PC所成角的余弦值为





A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

6．公元2020年年初，$COVID-19$肆虐着中国武汉，为了抗击$COVID-19$，中国上下众志成城，纷纷驰援武汉．达州市决定派出6个医疗小组驰援武汉市甲、乙、丙三个地区，每个地区分配2个医疗小组，其中A医疗小组必须去甲地，则不同的安排方法种数为

A．30　　B．60　　C．90　　D．180

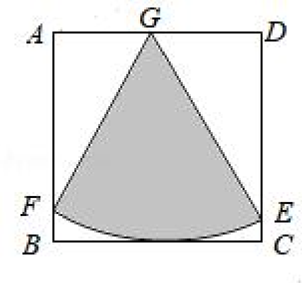
7．把函数$y=f(x)$图像上所有点的横坐标缩短到原来的$\dfrac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数$y=\sin(x-\dfrac{\pi}{4})$的图像，则$f(x)=$

A．$\sin(\dfrac{x}{2}-\dfrac{7\pi}{12})$　　B．$\sin(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{12})$　　C．$\sin(2x-\dfrac{7\pi}{12})$　　D．$\sin(2x+\dfrac{\pi}{12})$

8．若$a=\dfrac{ln2}{2}$，$b=\dfrac{ln3}{3}$，$c=\dfrac{ln5}{5}$，则a，b，c的大小关系正确的是

A．$a<b<c$　　B．$c<a<b$　　C．$c<b<a$　　D．$b<a<c$

9．如图，已知四边形 ABCD 为正方形，扇形 GEF 的弧 EF 与 BC 相切，点G为 AD 的中点，在正方形 ABCD 中随机取一点，则该点落在扇形 GEF 内部的概率为



A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{8}$　　D．$\dfrac{\pi}{12}$

10．在ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，$A=2B$，角C的平分线交对边 AB 于D，且 CD 将三角形的面积分成 3:4 两部分，则$\cos B=$

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

11．设$P(x,y)$是椭圆$x^2+4y^2=4$上的一个动点，定点$M(1,0)$，则$|PM|^2$的最大值是

A．$\dfrac{2}{3}$　　B．1　　C．3　　D．9

12．已知函数$f(x)=ax^4+bx^2+c(abc\neq 0)$．记$f(x)$零点个数为$p$，极大值点个数为$q$，若$p=q$，则

A．$b<0$　　B．$b>0$　　C．$ac<0$　　D．$ac>0$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．$(x+\dfrac{1}{x})(2x-\dfrac{a}{x})^5$的展开式中各项系数之和为 2，则该展开式中$x^4$的系数为____．

14．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{m}-y^2=1(m>0)$的一条渐近线为$\sqrt{3}x+my=0$，则$C$的焦距为____．

15．已知向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为$60°$，且$|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{AC}|=1$，若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，且$\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{AC}$，则实数$\lambda$的值是____．

16．在平行四边形$ABCD$中，$AB\perp BD$，$2AB^2+BD^2=1$，将此平行四边形沿对角线BD折叠，使平面$ABD\perp$平面CBD，则三棱锥$A-BCD$外接球的体积是 ____．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．（一）必考题：共 60 分．

17．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$2a_{n+1}=(1+\frac{1}{n})a_n(n\in N^*)$．

（1）求证：数列$\{\frac{a_n}{n}\}$是等比数列，并求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n．

18．《中华人民共和国民法典》被称为“社会生活的百科全书”，是新中国第一部以法典命名的法律，在法律体系中居于基础性地位，也是市场经济的基本法，为了增强学生的法律意识，了解法律知识．某大学为此举行了《中华人民共和国民法典》知识竞赛，该校某专业的100名大一学生参加了学校举行的测试，若把分数不低于90分的成绩称为优秀，整理得到如下2×2列联表：

性别	竞赛成绩		合计
	优秀	不优秀	
男	5	60	65
女	7	28	35
合计	12	88	100

参考数据：

$p(K^2\quad k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$．

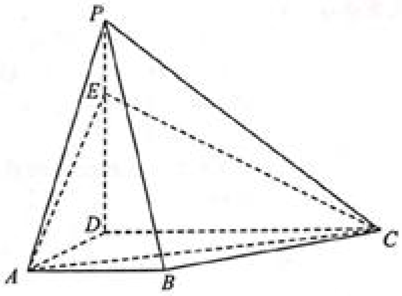
（Ⅰ）依据$\alpha=0.05$的独立性检验，能否认为该校此专业大一学生的性别与测试成绩有关联；

（Ⅱ）若从获优秀的学生中随机抽取3人进行座谈，记X为抽到男生的人数，求随机变量X的分布列和数学期望．

19．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$平面$ABCD$，$AB//CD$，$\angle BAD=60^\circ$，$AB=AD=\frac{1}{2}CD=2$，E为棱PD上的一点，且$DE=2EP=2$．

（1）证明：$PB//$平面AEC；

（2）求二面角$A-EC-D$的余弦值．



20．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，点$M(1,\frac{3}{2})$为椭圆$C$上一点．

（1）求椭圆C的方程；

（2）过点$F_1(-1,0)$作动直线l与椭圆交于A，B两点，过点A作直线$x=-4$的垂线垂足为N，求证：直线BN过定点．

21．已知$x=0$为函数$f(x)=e^x-kx$的极值点．

（Ⅰ）求k的值；

（Ⅱ）若$\forall x\in(0,+\infty)$，$f(x)>-x^2+(a-1)x+1$，求实数a的取值范围．

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

22．在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\alpha\\y=2+2\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$为参数)，以原点$O$为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为$\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}$．

（1）求曲线C的极坐标方程和直线l的直角坐标方程；

（2）设射线$\theta=-\frac{\pi}{6}(\rho>0)$与直线$l$交于点$A$，点$B$在曲线$C$上，且$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$，求$|AB|$．

23．已知函数$f(x)=|x-\frac{1}{2}|-\frac{x}{2}$，$g(x)=-|x+\frac{a}{2}|+\frac{3}{2}$．

（1）当$a=-2$时，求不等式$f(x)<g(x)$的解集；

（2）设$a>-1$，且当$x\in[-\frac{a}{2},\frac{1}{2})$时，$f(x)\quad g(x)$，求$a$的取值范围．