

成都市 2020 级高中毕业班第一次诊断性检测

数 学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

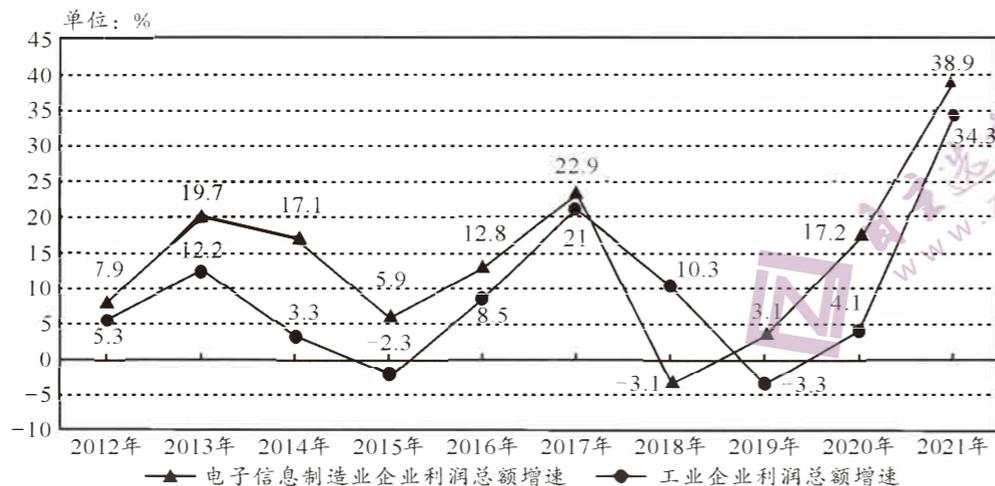
注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷 (选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{x | -1 < x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ , 则  $A \cap B =$   
(A)  $\{x | -1 < x \leq 3\}$  (B)  $\{x | -1 < x \leq 1\}$  (C)  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$  (D)  $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$
2. 满足  $(1+i)z = 3+i$  ( $i$  为虚数单位)的复数  $z =$   
(A)  $2-i$  (B)  $2+i$  (C)  $1+2i$  (D)  $1-2i$
3. 抛物线  $x^2 = 2y$  的焦点坐标为  
(A)  $(0, 1)$  (B)  $(0, \frac{1}{2})$  (C)  $(\frac{1}{4}, 0)$  (D)  $(\frac{1}{8}, 0)$
4. 下图为 2012 年—2021 年我国电子信息制造业企业和工业企业利润总额增速情况折线图。



根据该图,下列结论正确的是

- (A) 2012 年—2021 年电子信息制造业企业利润总额逐年递增
- (B) 2012 年—2021 年工业企业利润总额逐年递增
- (C) 2012 年—2017 年电子信息制造业企业利润总额均较上一年实现增长,且其增速均快于当年工业企业利润总额增速
- (D) 2012 年—2021 年工业企业利润总额增速的均值大于电子信息制造业企业利润总额增速的均值

5. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y-4 \leq 0, \\ y \geq 0, \\ x-y \geq 0. \end{cases}$  则  $z = x+2y$  的最大值是  
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
6. 若圆锥的侧面展开图为一个半圆面,则它的底面面积与侧面面积之比是  
(A)  $\sqrt{2} : 1$  (B)  $2 : 1$  (C)  $1 : \sqrt{2}$  (D)  $1 : 2$
7. 下列命题中错误的是  
(A) 在回归分析中,相关系数  $r$  的绝对值越大,两个变量的线性相关性越强  
(B) 对分类变量  $X$  与  $Y$ ,它们的随机变量  $K^2$  的观测值  $k$  越小,说明“ $X$  与  $Y$  有关系”的把握越大  
(C) 线性回归直线  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  恒过样本中心  $(\bar{x}, \bar{y})$   
(D) 在回归分析中,残差平方和越小,模型的拟合效果越好
8. 若函数  $f(x) = x^3 + 2ax^2 + a^2x$  在  $x=1$  处有极大值,则实数  $a$  的值为  
(A) 1 (B) -1 或 -3 (C) -1 (D) -3
9. 已知直线  $l, m$  和平面  $\alpha, \beta$ . 若  $\alpha \perp \beta, l \perp \alpha$ , 则“ $l \perp m$ ”是“ $m \perp \beta$ ”的  
(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
10. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 若  $a_1 = 2, a_{n+1} = S_n$ , 则  $S_8 =$   
(A) 512 (B) 510 (C) 256 (D) 254
11. 日光射入海水后,一部分被海水吸收(变为热能),同时,另一部分被海水中的有机物和无机物有选择性地吸收与散射. 因而海水中的光照强度随着深度增加而减弱,可用  $I_D = I_0 e^{-KD}$  表示其总衰减规律,其中  $K$  是平均消光系数(也称衰减系数),  $D$  (单位:米)是海水深度,  $I_D$  (单位:坎德拉)和  $I_0$  (单位:坎德拉)分别表示在深度  $D$  处和海面的光强. 已知某海区 10 米深处的光强是海面光强的 30%, 则该海区消光系数  $K$  的值约为(参考数据:  $\ln 2 \approx 0.7, \ln 3 \approx 1.1, \ln 5 \approx 1.6$ )  
(A) 0.12 (B) 0.11 (C) 0.07 (D) 0.01
12. 已知侧棱长为  $2\sqrt{3}$  的正四棱锥各顶点都在同一球面上. 若该球的表面积为  $36\pi$ , 则该正四棱锥的体积为  
(A)  $\frac{16}{3}$  (B)  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$  (C)  $\frac{8}{3}$  (D)  $\frac{32}{3}$

## 第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 在公差为  $d$  的等差数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_1 + a_2 + a_3 = 3, a_4 + a_6 = 4$ , 则  $d =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的渐近线与圆  $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$  相切, 则双曲线的离心率为 \_\_\_\_\_.

15. 已知平面向量  $a, b, c$  满足  $|a| = |b| = |a - b| = 1, c \cdot a = c \cdot b = 1$ , 则  $|c| =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \sin^2 x - \sin x + k, x \in [0, \pi]$ . 有下列结论:

①若函数  $f(x)$  有零点, 则  $k$  的取值范围是  $(-\infty, \frac{1}{4}]$ ;

②若  $k = \frac{1}{4}$ , 则函数  $f(x)$  的零点为  $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ ;

③函数  $f(x)$  的零点个数可能为 0, 2, 3, 4;

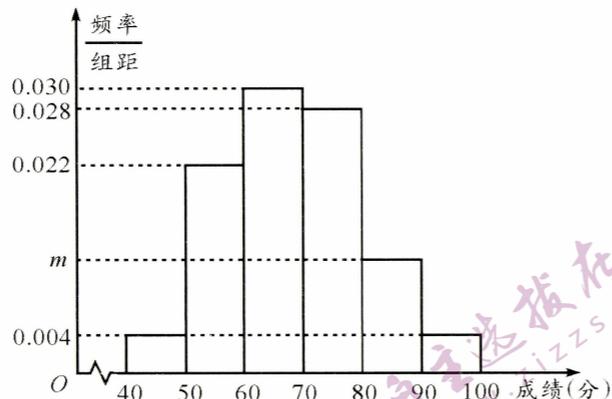
④若函数  $f(x)$  有四个零点  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , 则  $k \in (0, \frac{1}{4})$ , 且  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2\pi$ .

其中所有正确结论的编号为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

成都作为常住人口超 2000 万的超大城市, 注册青年志愿者人数超 114 万, 志愿服务时长超 268 万小时. 2022 年 6 月, 成都 22 个市级部门联合启动了 2022 年成都市青年志愿服务项目大赛, 项目大赛申报期间, 共收到 331 个主体的 416 个志愿服务项目, 覆盖文明实践、社区治理与邻里守望、环境保护等 13 大领域. 已知某领域共有 50 支志愿队伍申报, 主管部门组织专家对志愿者申报队伍进行评审打分, 并将专家评分(单位: 分)分成 6 组:  $[40, 50), [50, 60), \dots, [90, 100]$ , 得到如图所示的频率分布直方图.



(I) 求图中  $m$  的值;

(II) 已知评分在  $[85, 100]$  的队伍有 4 支, 若从评分在  $[80, 90)$  的队伍中任选两支队伍, 求这两支队伍至少有一支队伍评分不低于 85 分的概率.

18. (本小题满分 12 分)

记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $\frac{b}{a} = \sin C + \cos C$ .

(I) 求  $A$  的大小;

(II) 若  $2\sqrt{2}\sin B = 3\sin C$ , 再从下列条件①, 条件②中任选一个作为已知, 求  $\triangle ABC$  的面积.

条件①:  $a \sin C = 2$ ; 条件②:  $ac = 2\sqrt{10}$ .

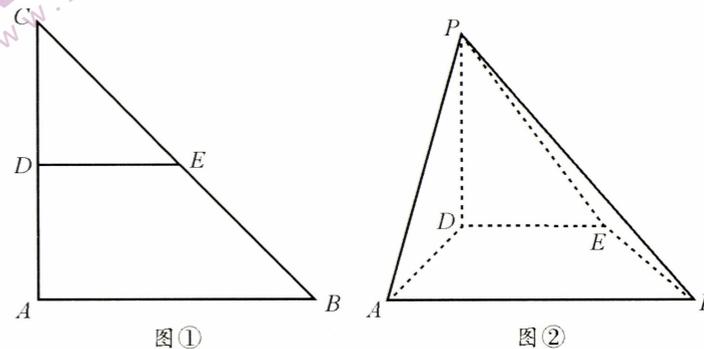
注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

19. (本小题满分 12 分)

如图①, 在等腰直角三角形  $ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ, AB = 2, D, E$  分别是  $AC, BC$  上的点, 且满足  $DE \parallel AB$ . 将  $\triangle CDE$  沿  $DE$  折起, 得到如图②所示的四棱锥  $P-ABED$ .

(I) 若  $D$  为  $AC$  的中点, 平面  $PDE \perp$  平面  $ABED$ , 求四棱锥  $P-ABED$  的体积;

(II) 设平面  $ABP \cap$  平面  $DEP = l$ , 证明:  $l \perp$  平面  $ADP$ .



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左, 右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 上顶点为  $D$ , 且  $\triangle DF_1F_2$  为等边三角形. 经过焦点  $F_2$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $A, B$  两点,  $\triangle F_1AB$  的周长为 8.

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 求  $\triangle F_1AB$  的面积的最大值及此时直线  $l$  的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x + a - 1, a \in \mathbf{R}$ .

(I) 若  $f(x) \leq x$ , 求  $a$  的取值范围;

(II) 当  $a \in (0, 1]$  时, 证明:  $f(x) \leq \frac{(x-1)e^x}{e^a}$ .

请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 圆心为  $A$  的圆  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数). 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 2 - 2\cos\theta$ .

(I) 求圆  $C_1$  的极坐标方程;

(II) 设点  $B$  在曲线  $C_2$  上, 且满足  $|AB| = \sqrt{3}$ , 求点  $B$  的极径.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知  $a, b$  为非负实数, 函数  $f(x) = |x - 3a| + |x + 4b|$ .

(I) 当  $a = 1, b = \frac{1}{2}$  时, 解不等式  $f(x) \geq 7$ ;

(II) 若函数  $f(x)$  的最小值为 6, 求  $\sqrt{3a} + \sqrt{b}$  的最大值.



请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

20.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

21.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

**第II卷【选考题】** 以下为选考题, 每个答题区只允许选答一题, 答题前, 请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

请考生从22、23二题中任选一题作答, 并用2B铅笔将所选题号涂黑, 多涂、错涂、漏涂均不给分, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

[22] [23]

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效