

座位号  
考号  
姓名  
班级  
学校

答 案 要 求 不 在 线 封 密

## 2023 高考全国卷地区高三年级 5 月联考

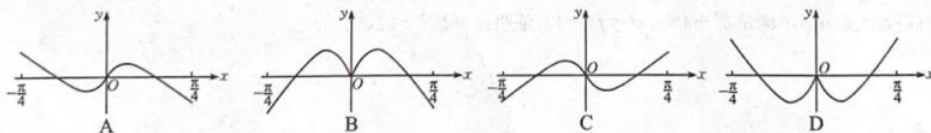
### 数 学 (理科)

#### 考生注意:

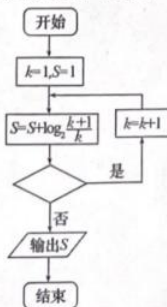
1. 本试卷共 2 页。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡的相应位置。
3. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题卷上无效。
4. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
5. 考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集  $U = \{-2, -1, 0, 1, 3\}$ ,  $A = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\}$ , 则  $\complement_U A =$   
A.  $\{-2, 3\}$  B.  $\{-2, -1, 0\}$   
C.  $\{-1, 0, 1\}$  D.  $\{0, 1, 3\}$
2. 若  $2z - 3\bar{z} = 1 - 5i$ , 则  $|z| =$   
A. 1 B.  $\sqrt{2}$  C.  $\sqrt{3}$  D. 2
3. 已知  $a, b$  为实数, 则 “ $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$ ” 是 “ $\log_2 0.23a > \log_2 0.23b$ ” 的  
A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 3x + y \leq 6, \\ x \geq -1, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则  $z = 6x + y$  的最小值为  
A. -2 B. -4 C. -6 D. -8
5. 函数  $f(x) = \frac{4^x - 1}{4^x + 1} \cdot \cos 4x$  在区间  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  上的图象大致为



6. 执行如图所示的程序框图,若输出的  $S$  为 5, 则判断框内可填入



- A.  $k < 14?$  B.  $k > 15?$  C.  $k < 15?$  D.  $k < 16?$

7. 已知平行四边形  $ABCD$  中,  $BC \perp BD$ , 将  $\triangle ABD$  沿着  $BD$  翻折使点  $A$  到达点  $P$  且  $P$  不在平面  $BCD$  内, 给出下列结论: ①直线  $BC$  可能与直线  $PB$  垂直; ②直线  $CD$  可能与直线  $PB$  垂直; ③直线  $BD$  可能与直线  $PB$  垂直. 其中正确结论的个数为

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

8. 某产品在某网购平台的月营销费用  $x$  (单位: 万元) 与月销售额  $y$  (单位: 万元) 的统计数据如表所示:

月营销费用 $x$ /万元	0.3	0.5	0.8	1.2
月销售额 $y$ /万元	20	$m$	$n$	44

由上表可得回归直线方程  $\hat{y} = bx + 13$ , 且相应于点  $(1.2, 44)$  的残差为 1, 则  $m + n =$

- A. 64                      B. 62                      C. 60                      D. 58

9. 已知双曲线  $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的渐近线与圆  $x^2 + y^2 - 4ax + 2a^2 = 0$  相切, 则  $C$  的离心率为

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C. 2                      D. 3

10. 已知某圆锥的顶点与底面圆周都在表面积为  $36\pi$  的球面上, 则该圆锥的体积的最大值为

- A.  $11\pi$                       B.  $\frac{32\pi}{3}$                       C.  $10\pi$                       D.  $9\pi$

11. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega \in \mathbb{N}^*, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$  在  $(-\frac{\pi}{3}, 0)$  上单调, 且  $f(-\frac{\pi}{2}) + f(\frac{\pi}{6}) = 0$ , 若  $f(\frac{\pi}{4}) = 1$ , 则

$\omega\varphi =$

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\frac{2}{3}\pi$

12. 已知  $a = \frac{3}{8}, b = \ln 1.5, c = \sqrt{e} - 1$ , 则

- A.  $a < c < b$                       B.  $a < b < c$                       C.  $b < c < a$                       D.  $b < a < c$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 甲、乙两名志愿者参加 2023 东北亚跨境电商博览会 3 个展区的服务工作, 每名志愿者只能参加 1 个展区的服务工作, 则甲、乙被安排在不同展区的概率为 \_\_\_\_\_.

14. 已知  $F_1, F_2$  分别为椭圆  $C$  的左、右焦点, 过  $F_1$  的直线与  $C$  交于  $A, B$  两点, 若  $|AB| = 4|BF_1|, |BF_2| = \frac{5}{3}|AF_2|$ , 则  $\tan \angle AF_2B =$  \_\_\_\_\_.

15. 中国是世界上最古老的文明中心之一, 中国古代对世界上最重要的贡献之一就是发明了瓷器. 中国陶瓷是世界上独一无二的, 它的发展过程蕴藏着十分丰富的科学和艺术, 陶瓷形状各式各样, 从不同角度诠释了数学中几何的形式之美. 现有一个正八边形陶瓷盘子(图 1), 其几何图形如图 2 所示, 正八边形的边长为 3, 圆  $O$  的圆心为正八边形的中心, 圆  $O$  的半径为 2,  $AB$  为圆的直径, 若点  $M$  在正八边形的边上运动, 则  $\vec{MA} \cdot \vec{MB}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.



图1

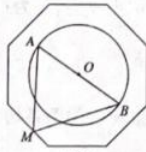


图2

16. 记锐角  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $b + c = 2a \cos B$ , 则  $\frac{3a - c}{b}$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生必须作答, 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

设  $\{a_n\}$  是等比数列,  $3a_2$  是  $a_1, 9a_3$  的等差中项.

(1) 求  $\{a_n\}$  的公比;

(2) 若  $a_2 = \frac{2}{3}, b_n = \frac{na_n}{2}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (本小题满分 12 分)

共享单车是人们低碳绿色出行的必备工具之一,为了解 A、B 两款共享单车的使用寿命情况,下面统计了某地以往这两款单车各 100 辆的使用寿命频数表如下:

使用寿命	4 年以下	4 年及以上
A 款单车(单位:辆)	85	15
B 款单车(单位:辆)	65	35

- (1) 能否有 99.9% 的把握认为共享单车使用寿命与款型有关?  
 (2) 视频率为概率,从样本中随机抽取 3 辆进行调查,设这 3 辆单车中使用寿命在 4 年以下的车辆数为  $X$ ,求  $X$  的分布列与数学期望.

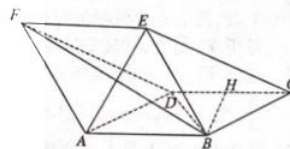
附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n=a+b+c+d$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.01	0.001
$k_0$	2.706	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图,四边形  $ABCD$ ,  $ABEF$  都为菱形,  $\angle ABE = \angle BCD = 60^\circ$ ,  $H$  为  $CD$  的中点,平面  $ABE \perp$  平面  $BCD$ .

- (1) 证明:  $AE \perp BH$ ;  
 (2) 求平面  $FDB$  与平面  $BCE$  所成锐二面角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知  $M$  是抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  上一点,  $F$  为  $C$  的焦点,过  $M$  作  $y$  轴的垂线,垂足为  $D$ ,且  $|MF| = |MD| + \frac{9}{4}$ .

- (1) 求  $C$  的方程;  
 (2) 设过直线  $x = -2$  上一点  $A$  作曲线  $C$  的两条切线,切点分别为  $P, Q$ ,证明直线  $PQ$  过定点,并求出该定点的坐标.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 2\ln x - \frac{a}{x+1} - a$ .

(1) 当  $a = -9$  时, 求  $f(x)$  的极值;

(2) 若  $f(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ , 证明:  $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > -\frac{8}{a+4} - 2$ .

(二) 选考题: 共 10 分。请考生从第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{\frac{s}{2}} \\ y = s + 1 \end{cases}$  ( $s$  为参数), 曲线  $C_2$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{2t+1}{6} \\ y = \sqrt{2t} \end{cases}$  ( $t$  为参数).

(1) 求曲线  $C_2$  的普通方程;

(2) 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_3$  的极坐标方程为  $3\cos\theta - \sin\theta = 0$ , 求  $C_3$  与  $C_1$  交点的直角坐标, 以及  $C_1$  与  $C_2$  交点的直角坐标.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分)

已知函数  $f(x) = 2|1-x| - |1+x|$ .

(1) 求不等式  $f(x) < 3$  的解集;

(2) 若正数  $a, b, c$  满足  $a^2 + 4b^2 + c^2 = f(-1)$ , 证明:  $a + 2b + c \leq 2\sqrt{3}$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

