

## 汉中市 2023 届高三年级教学质量第二次检测考试

### 文科数学参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	C	B	A	A	D	C	D	C	B	D

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 6      14. 2      15.  $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$       16. -8

三、解答题：共 70 分. 第 17~21 题是必考题，第 22、23 题是选考题，考生根据情况作答.

(一) 必考题：每小题 12 分，共 60 分.

17. 解：(1) 由小矩形面积和等于 1 可得： $(0.01+0.015+a+0.03+0.01)\times 10=1$ ,

$$\therefore a=0.035 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{平均年龄为 } (20\times 0.01+30\times 0.015+40\times 0.035+50\times 0.030+60\times 0.010)\times 10=41.5 \text{ (岁)}. \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 第 1 组总人数为  $200\times 0.01\times 10=20$ ，第 2 组总人数为  $200\times 0.015\times 10=30$        $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

故用分层抽样后，第 1 组抽取  $5\times \frac{20}{50}=2$  人，第 2 组抽取  $5\times \frac{30}{50}=3$  人       $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$\therefore$  再由树状图可得从这 5 人中抽取 2 人共有 10 种等可能的结果，2 人的年龄都在第 2 组的有 3 种等可能的结果，       $\dots\dots 10 \text{ 分}$

设至少 1 人的年龄在第 1 组中的事件为  $A$ ，其概率为

$$P(A)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

18 (1) 证明： $\because FA \perp$  平面  $ABCD$ ， $BD \subset$  平面  $ABCD$

$\therefore FA \perp BD$ ,

$\because$  四边形  $ABCD$  为菱形，

$\therefore AC \perp BD$ ,       $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

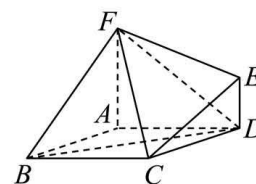
又  $\because FA \cap AC = A$ ， $FA \subset$  平面  $FAC$ ， $AC \subset$  平面  $FAC$ ，

$\therefore BD \perp$  平面  $FAC$  又  $FC \subset$  平面  $FAC$

$\therefore BD \perp FC$        $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

$$(2) V_{\text{三棱锥}F-ABD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABD} \cdot FA = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 120^\circ \right) \times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$\because FA \perp$  平面  $ABCD$ ， $\therefore FA \perp AB$ ， $FA \perp AD$   $\therefore FB = FD = 2\sqrt{2}$ ，



由四边形  $ABCD$  为菱形,  $\angle ABC = 60^\circ$ , 可得  $BD = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore S_{\triangle FBD} = \sqrt{15}$ ,

设点  $A$  到平面  $FBD$  的距离为  $h$ ,

则  $V_{\text{三棱锥}A-FBD} = \frac{1}{3} S_{\triangle FBD} h = \frac{1}{3} \sqrt{15} h$ , 由  $V_{\text{三棱锥}A-FBD} = V_{\text{三棱锥}F-ABD}$

可得  $\frac{1}{3} \sqrt{15} h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ,

解得  $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .  $\therefore$  点  $A$  到平面  $FBD$  的距离为  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . ..... 12 分

19. (1) 解: 设等差数列的公差为  $d$ ,

因为  $a_2, a_5, a_4$  成等比数列, 所以  $(a_1 + 4d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 13d)$ , ..... 2 分

解得  $d = 2$  或  $d = 0$  (舍去). ..... 4 分

所以,  $a_n = 1 + 2(n-1) = 2n-1$ . ..... 6 分

(2) 解: 选①, 由  $S_n = 2^n - 1, n \in \mathbf{N}^+$ ,

当  $n \geq 2$  时,  $b_n = S_n - S_{n-1} = 2^{n-1}$ , 当  $n=1$  时等式也成立,

所以  $b_n = 2^{n-1}$ , ..... 9 分

选②, 由  $S_n = 2b_n - 1, n \in \mathbf{N}^+$ , ①

当  $n \geq 2$  时,  $S_{n-1} = 2b_{n-1} - 1$ , ②

②-①得  $2b_{n-1} = b_n$  即  $\frac{b_n}{b_{n-1}} = 2$

所以数列  $\{b_n\}$  是首相为1公比为2的等比数列.

当  $n=1$  时等式也成立,

所以  $b_n = 2^{n-1}$ , ..... 9 分

选③, 由  $S_{n+1} = 2S_n + 1, n \in \mathbf{N}^+$ , ①

当  $n=1$  时  $a_2 = 2$

当  $n \geq 2$  时,  $S_n = 2S_{n-1} + 1$ , ②

②-①得  $2b_{n+1} = b_n$  即  $\frac{b_{n+1}}{b_n} = 2$  又  $\frac{b_2}{b_1} = 2$

所以数列  $\{b_n\}$  是首相为1公比为2的等比数列.

所以  $b_n = 2^{n-1}$ , ..... 9 分

则  $a_n + b_n = (2n-1) + 2^{n-1}$ ,

$$\begin{aligned} T_n &= (a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + \dots + b_n) \\ &= n^2 + 2^n - 1. \end{aligned} \quad \text{..... 12 分}$$

20. 解: (1) 由题知 
$$\begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \\ 2c = 2\sqrt{2} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 1 \\ c = \sqrt{2} \end{cases} \quad \text{..... 4 分}$$

$\therefore$  椭圆的方程为  $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ . ..... 5 分

(2) 将  $y = kx + 2$  代入椭圆方程, 得  $(1+3k^2)x^2 + 12kx + 9 = 0$ ,

又直线与椭圆有两个交点,

$$\therefore \Delta = (12k)^2 - 36(1+3k^2) > 0, \text{ 解得 } k^2 > 1.$$

设  $C(x_1, y_1), D(x_2, y_2)$ ,

$$\text{则 } x_1 + x_2 = \frac{-12k}{1+3k^2}, x_1 x_2 = \frac{9}{1+3k^2}. \quad \text{..... 8 分}$$

若以  $CD$  为直径的圆过  $E$  点, 则  $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED} = 0$ .

又  $\overrightarrow{EC} = (x_1 + 1, y_1), \overrightarrow{ED} = (x_2 + 1, y_2)$ ,

$$\therefore (x_1 + 1)(x_2 + 1) + y_1 y_2 = 0.$$

而  $y_1 y_2 = (kx_1 + 2)(kx_2 + 2) = k^2 x_1 x_2 + 2k(x_1 + x_2) + 4$ ,

$$\therefore (x_1 + 1)(x_2 + 1) + y_1 y_2$$

$$= (k^2 + 1)x_1 x_2 + (2k + 1)(x_1 + x_2) + 5$$

$$= \frac{9(k^2 + 1)}{1 + 3k^2} - \frac{12k(2k + 1)}{1 + 3k^2} + 5 = 0, \quad \text{..... 11 分}$$

解得  $k = \frac{7}{6}$ , 满足  $k^2 > 1$ , 故  $k = \frac{7}{6}$ . ..... 12 分

21. (1) 由  $f'(x) = (x+1)e^x - a$ , ..... 2 分

$\because a = \frac{1}{2} \therefore k = f'(0) = 1 - a = \frac{1}{2}$ , ..... 3 分

又  $f(0) = 2$ ,  $\therefore$  切线方程为  $y = \frac{1}{2}x + 2$ . ..... 5 分

(2) 对于任意实数  $x \in (0, +\infty)$  都有  $f(x) \geq \ln x - (a-1)x + 3 + a$  恒成立

即对于任意实数  $x \in (0, +\infty)$  都有  $a \leq xe^x - x - \ln x - 1$  恒成立 ..... 6 分

令  $g(x) = xe^x - x - \ln x - 1 (x > 0)$ , 只需  $g(x)_{\min} \geq a$  即可,

$$g'(x) = (x+1)\left(e^x - \frac{1}{x}\right),$$

设  $g'(x)$  的零点为  $x_0$ , 则  $e^{x_0} - \frac{1}{x_0} = 0$ , 即  $x_0 e^{x_0} = 1$  且  $\ln x_0 = -x_0$ , ..... 8 分

$\therefore g(x)$  在  $(0, x_0)$  上递减,  $(x_0, +\infty)$  上递增, ..... 10 分

$$\therefore g(x)_{\min} = g(x_0) = -x_0 - \ln x_0 = 0,$$

$\therefore a \geq 0$  ..... 12 分

22. (1) 直线  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$

消去  $t$  得, 直线  $l$  的普通方程为  $x - y + 1 = 0$ ; ..... 2 分

由  $\rho^2 = \frac{2}{1 + \sin^2 \theta}$  得,  $\rho^2 + \rho^2 \sin^2 \theta = 2$ ,

将  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ,  $\rho \sin \theta = y$  代入得,

曲线  $C$  的直角坐标方程为  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ . ..... 5 分

(2) 将直线  $l$  的参数方程 
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$$
 代入曲线  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ ,

整理得  $3t^2 + 10\sqrt{2}t + 14 = 0$ ,

$$\Delta = (10\sqrt{2})^2 - 4 \times 3 \times 14 > 0,$$

记  $A, B$  两点对应的参数分别为  $t_1, t_2$ ,

$$\text{则 } t_1 + t_2 = -\frac{10\sqrt{2}}{3}, t_1 t_2 = \frac{14}{3}, \text{ 故 } t_1 < 0, t_2 < 0, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{故 } \frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|} = \frac{|PA| + |PB|}{|PA||PB|} = \frac{|t_1 + t_2|}{|t_1 t_2|} = \frac{5\sqrt{2}}{7}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

23. 解: (1) 由题知  $|x-1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x-1 \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$ ,

原不等式的解集  $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$  ..... 5 分

$$(2) \text{ 由 } g(x) = f(x+1) + f(x) = |x| + |x+1| \geq |x - (x+1)| = 1,$$

所以  $g(x)$  最小值为 1

$$\text{即 } x + y + z = 1, \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\frac{1}{x+y} + \frac{x+y}{z} = \frac{x+y+z}{x+y} + \frac{x+y}{z} = \frac{z}{x+y} + \frac{x+y}{z} + 1 \geq 2\sqrt{\frac{x+y}{z} \cdot \frac{z}{x+y}} + 1 = 3,$$

$$\text{所以 } \left( \frac{1}{x+y} + \frac{x+y}{z} \right)_{\min} = 3, \text{ 当且仅当 } x+y = z = \frac{1}{2} \text{ 时等号成立.} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

