2022～2023 下联合体高一第二次考试
数学试题参考答案

1. A $\frac{2-i}{1+7i}=\frac{(2-i)(1-7i)}{(1+7i)(1-7i)}=\frac{(2-i)(1-7i)}{1-49i^2}=\frac{-5-15i}{50}=-\frac{1}{10}-\frac{3}{10}i$.

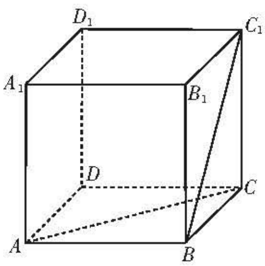
2. B 设扇形的弧长为 l，半径为 r，圆心角为 α，则 $l+2r=3\alpha+6=9$，解得 $\alpha=1$.

3. C 由斜二测画法，四边形 $A'B'C'D'$ 是平行四边形，$A'B'=2$，$A'D'=\frac{3}{2}$，所以四边形 $A'B'C'D'$ 的周长为 $2\times(2+\frac{3}{2})=7$.

4. B 由正弦定理得 $b^2+\sqrt{3}ac=a^2+c^2$，即 $a^2+c^2-b^2=\sqrt{3}ac$，得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. 因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\frac{\pi}{6}$.

5. D 由题意可得，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4-1=3$，向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影的数量为$\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{3}{3}=1$.

6. B 如图，因为 $AA_1/\!/BB_1/\!/CC_1$，所以 A,A_1,C,C_1 四点共面，A 正确. 直线 BC_1 与直线 AC 是异面直线，B 错误. 因为 $AB/\!/DC$，所以 $AB/\!/$平面 CDD_1C_1，则 A,B 两点到平面 CDD_1C_1 的距离相等，C 正确. 由图可知，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD\perp$平面 ABB_1A_1，D 正确.



7. D 因为 $f(x)$为偶函数，所以$\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得 $\varphi=\frac{\pi}{3}+k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，所以 $|f(x)|=|6\cos 4\pi x|$，$|f(\frac{\varphi}{\pi})|=|f(\frac{1}{3}+k)|=|6\cos(\frac{4\pi}{3}+4k\pi)|=|6\cos\frac{4\pi}{3}|=3$.

8. A 由题意得$\angle ACB=45^\circ$，$\angle CBD=180^\circ-23^\circ-30^\circ=127^\circ$，在$\triangle BCD$ 中，由$\frac{BC}{\sin\angle CDB}=\frac{CD}{\sin\angle CBD}$，得 $BC=\frac{CD\sin\angle CDB}{\sin\angle CBD}=\frac{111.2\sin 30^\circ}{\sin 127^\circ}=\frac{55.6}{\sin 53^\circ}=69.5$ m，所以 $AB=BC=69.5$ m.

9. ACD 因为复数 $z=2m+3+mi(m\in\mathbf{R})$的实部为 1，所以 $2m+3=1$，解得 $m=-1$，则 $z=1-i$. z 的虚部为-1，$zi^3=(1-i)(-i)=-1-i$，$z=1+i$，$z+i=1$ 为实数.

10. BC 把函数 $f(x)=8\sin(3x-\frac{\pi}{3})$图象上所有的点向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度得到函数 $y=8\sin(3x+\frac{\pi}{6})$的图象，再把平移后所得的函数图象上所有点的横坐标变为原来的 3 倍，纵坐标不变，得到 $g(x)=8\sin(x+\frac{\pi}{6})$的图象，A 错误. $g(x)$的最小正周期 $T=2\pi$，B 正确. 令 $x+\frac{\pi}{6}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得 $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，当 $k=1$ 时，$x=\frac{5\pi}{6}$，得点$(\frac{5\pi}{6},0)$是 $g(x)$图象的一

个对称中心，C 正确. 令 $x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得 $x=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，故直线 $x=-\frac{\pi}{3}$不是 $g(x)$图象的一条对称轴，D 错误.

11\. BCD　根据球的特征，A 正确；如图 1，该几何体不是棱柱，B 错误；正四棱锥的侧面都是等腰三角形，不一定是正三角形，C 错误；如图 2，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，取 AD,BC，A_1B_1,C_1D_1 的三等分点，依次连接得到多面体 $KLD'C'-MNC_1{}'B_1{}'$，显然不是棱台，所以 D 错误.

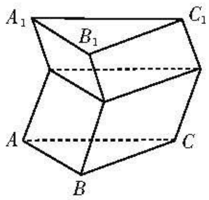


图 1

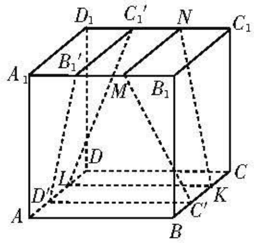


图 2

12\. AC　因为动点 P 满足 $|PC|=1$，所以点 P 的轨迹是以 C 为圆心，1 为半径的圆，设 D 为 AB 的中点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{DA})\cdot(\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{DB})=\overrightarrow{PD}^2-\overrightarrow{DB}^2=\overrightarrow{PD}^2-1$. 因为 $(\sqrt{3}-1)^2\leqslant\overrightarrow{PD}^2\leqslant(\sqrt{3}+1)^2$，即 $4-2\sqrt{3}\leqslant\overrightarrow{PD}^2\leqslant4+2\sqrt{3}$，所以 $3-2\sqrt{3}\leqslant\overrightarrow{PD}^2-1\leqslant3+2\sqrt{3}$.

13\. $\frac{\sqrt{3}}{3}$；$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　因为角 α 的终边经过点 $(3,3\sqrt{2})$，所以 $\cos\alpha=\frac{3}{\sqrt{9+18}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\sin\alpha=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{9+18}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，$\cos(2\alpha-\frac{\pi}{2})=\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

14\. 450π　依题意可得，该“星舰”的表面积是 $(\frac{9}{2})^2\times\pi+2\times\frac{9}{2}\times\pi\times44+\frac{9}{2}\times\pi\times\sqrt{36+\frac{81}{4}}=450\pi$ 平方米.

15\. $\frac{2\pi}{3}$(或 $120°$)　由 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{7}$，得 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=7$，即 $|\boldsymbol{a}|^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=7$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=-\frac{1}{2}$，则 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{2\pi}{3}$.

16\. $(\frac{13\pi}{6},\frac{7\pi}{2}]$　$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x-\frac{1}{2}=\cos(x+\frac{\pi}{6})-\frac{1}{2}$. 由 $f(x)=0$，得 $\cos(x+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$. 由 $x\in[-\frac{\pi}{6},m)$，得 $x+\frac{\pi}{6}\in[0,m+\frac{\pi}{6})$，则 $\frac{7\pi}{3}<m+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{11\pi}{3}$，解得 $\frac{13\pi}{6}<m\leqslant\frac{7\pi}{2}$.

17\. 解：(1) 因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，所以 $-(\lambda-1)=15\lambda$，………………………… 2 分

解得 $\lambda=\frac{1}{16}$. ………………………………………… 4 分

(2) 由题意得 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,7\lambda-1)$，………………………… 5 分

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-6,2\lambda+1)$，………………………………… 6 分

由 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，得 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$，则 $3\times(-6)+(7\lambda-1)(2\lambda+1)=0$，…… 7 分

即 $14\lambda^2+5\lambda-19=0$,解得 $\lambda=1$ 或 $-\frac{19}{14}$(舍去). ………… 8 分

因为 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-6,3)$, ………… 9 分

所以 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=-6\times5+3\times0=-30$. ………… 10 分

18. 解:(1)由题意得 $z_1=2+3i$, ………… 1 分

因为 $m=1$,所以 $z_2=1-4i$, ………… 2 分

则 $z_1-z_2=1+7i$, ………… 4 分

所以 $|z_1-z_2|=\sqrt{1+49}=5\sqrt{2}$. ………… 6 分

(2)(方法一)由题设得 $(m-4i)^2+2(m-4i)+17=0$, ………… 7 分

即 $m^2+2m+1-8(m+1)i=0$, ………… 8 分

则 $\begin{cases}m^2+2m+1=0,\\-8(m+1)=0,\end{cases}$ ………… 10 分

解得 $m=-1$. ………… 11 分

故 $z_2=-1-4i$. ………… 12 分

(方法二)由题设得方程 $x^2+2x+17=0$ 的两根为 $m-4i,m+4i$, ………… 8 分

则 $m-4i+m+4i=-2$,得 $m=-1$, ………… 11 分

故 $z_2=-1-4i$. ………… 12 分

(方法三)由 $x^2+2x+17=(x+1)^2+16=0$, ………… 8 分

得 $x+1=\pm4i$,即 $x=-1\pm4i$, ………… 10 分

所以 $m=-1$, ………… 11 分

故 $z_2=-1-4i$. ………… 12 分

19. 解:(1)由图可知 $A=2$, ………… 1 分

$f(0)=2\sin\varphi=\sqrt{2}$,则 $\sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}$,因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}$. ………… 2 分

由 $f(\frac{\pi}{8})=2\sin(\frac{\pi}{8}\omega+\frac{\pi}{4})=2$,得 $\frac{\pi}{8}\omega+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,即 $\omega=2+16k(k\in\mathbf{Z})$, ………… 3 分

因为 $0<\omega<3$,所以 $\omega=2$,所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{4})$. ………… 4 分

(2)由 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant2x+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,得 $\frac{\pi}{8}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{8}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$, ………… 6 分

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $[\frac{\pi}{8}+k\pi,\frac{5\pi}{8}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$. ………… 8 分

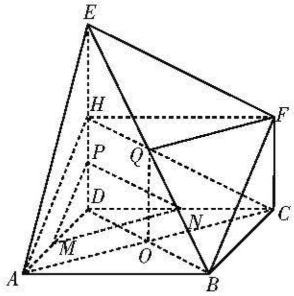
(3)因为不等式 $f(x)\geqslant m$ 在 $[-\frac{\pi}{24},\frac{5\pi}{24}]$ 上恒成立,所以 $f(x)_{\min}\geqslant m$, ………… 9 分

因为 $x\in[-\frac{\pi}{24},\frac{5\pi}{24}]$,所以 $2x+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}]$, ………… 10 分

当 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{6}$ 时,$f(x)_{\min}=2\sin\frac{\pi}{6}=1$, ………… 11 分

则 $m\leqslant 1$,即 m 的取值范围为 $(-\infty,1]$. …………………………………………………… 12 分

20. 证明:(1)如图,连接 AC,BD,设 AC 与 BD 相交于点 O,连接 OQ.
……………………………………………………………………… 1 分



因为四边形 $ABCD$ 是正方形,所以 O 为 BD 的中点. 又因为 Q 为 EB 的中点,所以 $OQ/\!/ED/\!/FC$, $OQ=\frac{1}{2}ED=FC$, ………… 2 分

所以四边形 $OQFC$ 为平行四边形,则 $QF/\!/OC$, …………… 3 分

因为 $QF\not\subset$ 平面 $ABCD$, $OC\subset$ 平面 $ABCD$, ………………… 4 分

所以 $FQ/\!/$平面 $ABCD$. …………………………………………………………… 5 分

(2)取 ED 的中点 H,连接 AH,CH,HF,因为 $EH=HD=FC$ 且 $ED/\!/FC$,

所以四边形 $HDCF$, $EHCF$ 都为平行四边形, ………………………………………… 6 分

所以 $EF/\!/HC$, $HF/\!/CD/\!/AB$, $HF=CD=AB$, ……………………………………… 7 分

所以四边形 $AHFB$ 为平行四边形,所以 $AH/\!/BF$. ……………………………………… 8 分

因为 P 为 ED 上靠近点 D 的四等分点,所以 P 为 HD 的中点,

又因为 N 为 CD 的中点,所以 $PN/\!/HC$, ……………………………………………… 9 分

所以 $EF/\!/PN$,又 $EF\subset$ 平面 EBF, $PN\not\subset$ 平面 EBF,则 $PN/\!/$平面 EBF, …………… 10 分

同理可得 $MP/\!/$平面 EBF, ………………………………………………………… 11 分

因为 $MP\cap NP=P$,所以平面 $PMN/\!/$平面 EBF. ……………………………………… 12 分

21. 解:(1)因为 $\cos[\theta+(\theta+\frac{\pi}{4})]-\cos[\theta-(\theta+\frac{\pi}{4})]=\cos(2\theta+\frac{\pi}{4})-\cos(-\frac{\pi}{4})$, ………… 2 分

所以 $-2\sin\theta\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\cos(2\theta+\frac{\pi}{4})-\cos(-\frac{\pi}{4})=-\frac{6\sqrt{2}}{5}$, ……………………… 4 分

所以 $\cos(2\theta+\frac{\pi}{4})=-\frac{6\sqrt{2}}{5}+\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{7\sqrt{2}}{10}$. ……………………………………… 6 分

(2)因为 $\sin\theta\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta(\sin\theta+\cos\theta)=\frac{3\sqrt{2}}{5}$,所以 $\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta=\frac{6}{5}$, ……
……………………………………………………………………………… 8 分

则 $\frac{\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{\tan^2\theta+\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\frac{6}{5}$, ……………………………………… 10 分

解得 $\tan\theta=2$ 或 3. …………………………………………………………… 12 分

22. 解:(1)由 $\cos(A-B)=\sqrt{3}\sin B-\cos C$,可得 $\cos(A-B)=\sqrt{3}\sin B+\cos(A+B)$, … 1 分

所以 $\cos A\cos B+\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B+\cos A\cos B-\sin A\sin B$, ………………… 2 分

即 $2\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B$, ……………………………………………………… 3 分

则 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$, ……………………………………………………………… 4 分

所以 $A=\frac{\pi}{3}$ 或 $A=\frac{2\pi}{3}$. ……………………………………………………… 5 分

(2)因为△ABC为锐角三角形,所以$A=\frac{\pi}{3}$, …………………………………………… 6分

由正弦定理$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}$,得 $a+c=\frac{2(\sin A+\sin C)}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}+2\sin(\frac{2\pi}{3}-B)}{\sin B}=$

$\frac{\sqrt{3}(1+\cos B)}{\sin B}+1=\frac{\sqrt{3}\cdot 2\cos^2\frac{B}{2}}{2\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}}+1=\frac{\sqrt{3}}{\tan\frac{B}{2}}+1$. …………………………………… 8分

因为△ABC为锐角三角形,所以$\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2},\\0<\frac{2\pi}{3}-B<\frac{\pi}{2},\end{cases}$所以$\frac{\pi}{6}<B<\frac{\pi}{2}$,所以$\frac{\pi}{12}<\frac{B}{2}<\frac{\pi}{4}$,所以$2-\sqrt{3}<\tan\frac{B}{2}<1$, …………………………………………………………………… 10分

所以$\sqrt{3}+1<a+c<4+2\sqrt{3}$,则△$ABC$周长的取值范围为$(3+\sqrt{3},6+2\sqrt{3})$. ……… 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。