巴蜀中学2024届高考适应性月考卷（一）
数学参考答案

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	D	A	B	C	B	D

【解析】

1．$A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid x\geqslant 2\}$，所以$A\cap B=[2,\ 3]$，故选C.

2．由$\log_3(x+1)<0$，得$-1<x<0$，因而“$x<0$”是“$\log_3(x+1)<0$”的必要而不充分条件，故选A.

3．由题意可知$-3\leqslant x\leqslant 1$，所以$-4\leqslant x-1\leqslant 0$，所以$f(x)$的定义域为$[-4,\ 0]$，从而$y=(x-1)f(x)$的定义域为$[-4,\ 0]$，故选D.

4．$f'(x)=-(x+1)e^x$，当$x<-1$时，$f'(x)>0$；当$x>-1$时，$f'(x)<0$；所以$f(x)$在$(-\infty,\ -1)$上单调递增，在$(-1,\ +\infty)$上单调递减，所以$f(x)_{极大值}=f(-1)=\dfrac{1}{e}$，故选A.

5．由题意得，$F(1,\ 0)$，则$|AF|=|BF|=2$，即点A到准线$x=-1$的距离为2，所以点A的横坐标为$-1+2=1$，由对称性不妨设$A(1,\ 2)$，所以$S_{\triangle ABF}=\dfrac{1}{2}|BF|\cdot|y_A|=2$，故选B.

6．由双曲线的定义可得：$|AF_1|-|AF_2|=2|AF_2|-|AF_2|=|AF_2|=2a$，则$|AF_1|=2|AF_2|=4a$，在$\triangle AF_1F_2$中由余弦定理得$|F_1F_2|^2=|AF_1|^2+|AF_2|^2-2|AF_1|\cdot|AF_2|\cos\angle F_1AF_2$，即：$4c^2=16a^2+4a^2-2\cdot 4a\cdot 2a\cdot\dfrac{3}{5}$，即$c^2=\dfrac{13}{5}a^2\Rightarrow a^2+b^2=\dfrac{13}{5}a^2\Rightarrow\dfrac{b}{a}=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$，$E$的渐近线方程为$y=\pm\dfrac{2\sqrt{10}}{5}x$，故选C.

7．由题意得，当$x\in[1,\ 2)$时，故$f(x)=\dfrac{1}{2}f(x-1)=\dfrac{1}{2}(1-|2x-3|)$，当$x\in[2,\ 3)$时，故$f(x)=\dfrac{1}{2}f(x-1)=\dfrac{1}{4}(1-|2x-5|)\ldots$，可得在区间$[n,\ n+1)(n\in\mathbf{Z})$上，

$f(x)=\frac{1}{2^n}[1-|2x-(2n+1)|]$，作函数 $y=f(x)$ 的图象，如图 1 所示，所以当 $x\in\left[\frac{1}{4},\ \frac{13}{4}\right]$ 时，

$f(x)\in[0,\ 1]$，故选 B.

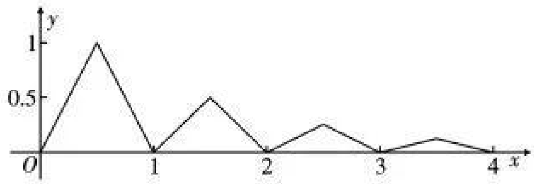

图 1

8. 所以构造函数 $g(x)=\ln x\cdot f(x)$，则 $g'(x)=\frac{1}{x}\cdot f(x)+\ln x\cdot f'(x)<0$，即当 $x>0$ 时，函数 $g(x)$ 单调递减，因为 $g(1)=0$，所以当 $0<x<1$ 时，$g(x)>0$，当 $x>1$ 时，$g(x)<0$．因为当 $0<x<1$ 时，$\ln x<0$，当 $x>1$ 时，$\ln x>0$，所以当 $x\in(0,\ 1)$ 时，$f(x)<0$．又 $f'(1)\cdot\ln 1+f(1)<0$，$f(1)<0$，所以当 $x>0$ 时，$f(x)<0$；又 $f(x)$ 为奇函数，所以当 $x<0$ 时，$f(x)>0$，所以不等式 $(x-985)f(x)>0$ 可化为 $\begin{cases}x<0,\\x-985>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>0,\\x-985<0,\end{cases}$ 解得 $0<x<985$，所以不等式的解集为 $(0,\ 985)$，故选 D.

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

题号	9	10	11	12
答案	BC	AC	ACD	ABC

【解析】

9. A，B 可以同时发生，A 选项错误；$P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$，$P(AB)=\frac{1}{4}=P(A)\cdot P(B)$，从而 A，B 互为独立事件，B 正确；$P(C)=1-P(\overline{C})=1-\frac{3\times3}{6\times6}=\frac{3}{4}$，C 正确；$P(A|C)=\frac{n(AC)}{n(C)}=\frac{3\times6}{36-3\times3}=\frac{2}{3}$，D 选项错误，故选 BC.

10. 由 $f(x)+f(4-x)=0$，可知函数 $f(x)$ 的对称中心为 $(2,\ 0)$，由 $f(x+1)=f(1-x)$，可知函数 $f(x)$ 的对称轴为 $x=1$，故函数 $f(x)$ 的周期 $T=4$，$(0,\ 0)$ 也是 $f(x)$ 的对称中心，∴ $f(x)$ 是奇函数．将 $x=2$ 代入 $f(x)+f(4-x)=0$，得 $f(2)=0$，将 $x=1$ 代入 $f(x+1)=f(1-x)$，得 $f(0)=0$，将 $x=0$ 代入 $f(x)+f(4-x)=0$，得 $f(4)=0$，而 $f(2023)=f(506T-1)=f(-1)=-2023$，将 $x=2$ 代入 $f(x+1)=f(1-x)$，得 $f(3)=f(-1)=-2023$，将 $x=3$ 代入 $f(x)+f(4-x)=0$，得 $f(1)=-f(3)=2023$，所以

$\sum_{k=1}^{2023} f(k)=505\left(f(1)+f(2)+f(3)+f(4)\right)+f(1)+f(2)+f(3)=f(1)+f(2)+f(3)=0$，故选AC.

11．$\because a_2=2-\frac{1}{a_1}=\frac{3}{2}$，$a_3=2-\frac{1}{a_2}=\frac{4}{3}$，A 正确；$\because a_n=2-\frac{1}{a_{n-1}}$，$\therefore a_n-1=1-\frac{1}{a_{n-1}}=\frac{a_{n-1}-1}{a_{n-1}}$，

即 $\frac{1}{a_n-1}=\frac{a_{n-1}}{a_{n-1}-1}=\frac{1}{a_{n-1}-1}+1$，$\therefore\left\{\frac{1}{a_n-1}\right\}$为等差数列且非常数列 ∴B 不正确；

$\frac{1}{a_n-1}=1+(n-1)=n$，$\therefore a_n=\frac{n+1}{n}$，$\therefore$ C 正确；$\ln a_n=\ln\frac{n+1}{n}=\ln(n+1)-\ln n$，

$\therefore\sum_{k=1}^{n}\ln a_k=\sum_{k=1}^{n}\ln\frac{k+1}{k}=\sum_{k=1}^{n}[\ln(k+1)-\ln k]=\ln(n+1)$，故选 ACD.

12．令 $t=f(x)$，则 $t^2-2at+a^2-1=0\Rightarrow t_1=a-1$，$t_2=a+1$，A．当 $a=0$ 时，$t_1=-1$，$t_2=1$，

由 $f(x)=-1$ 有 1 解，$f(x)=1$ 有 4 解，故 $k=5$，A 正确；B．当 $k=2$ 时，$\begin{cases}a-1<0,\\a+1<0\end{cases}\Rightarrow a<-1$

B 正确；C．当 $k=8$ 时，如图 2，结合图象易知：$x_1+x_4=-4$，$x_6x_7=1$，故

$x_1+x_4+x_6x_7=-3$，C 正确；D．当 $k=7$ 时，有两种情况：$\begin{cases}0<a-1<1,\\1\leqslant a+1<5\end{cases}\Rightarrow 1<a<2$ 或

$\begin{cases}1\leqslant a-1<5,\\a+1=5\end{cases}\Rightarrow a=4$，从而 a 的范围为 $(1,2)\cup\{4\}$，故选 ABC.

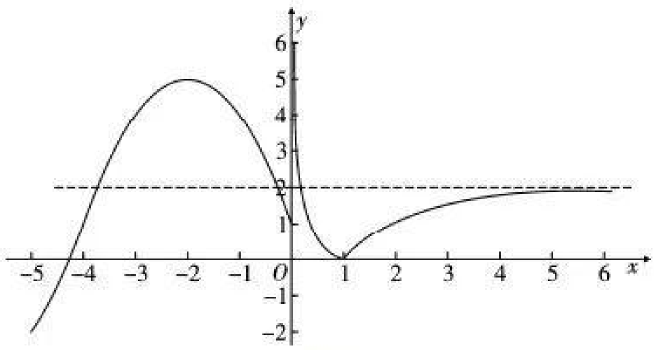

图 2

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	12	8	30	$(-\infty,2\sqrt{3}-1)$

【解析】

13. 二项式$\left(\frac{1}{x}-2x^2\right)^3$的展开式的通项为$T_{r+1}=C_3^r\left(\frac{1}{x}\right)^{3-r}(-2x^2)^r=C_3^r x^{-3+3r}(-2)^r$ $(r=0,1,2,3)$，

令$-3+3r=3$，解得$r=2$，所以展开式中x^3项的系数为$C_3^2(-2)^2=12$．

14. 由条件得 $m+2n=1$，$m,n\in\mathbf{R}^*$，$\therefore \frac{2}{m}+\frac{1}{n}=\left(\frac{2}{m}+\frac{1}{n}\right)(m+2n)=2+\frac{4n}{m}+\frac{m}{n}+2\geqslant$

$2\sqrt{\frac{4n}{m}\times\frac{m}{n}}+4=8$（当且仅当$\begin{cases}\frac{4n}{m}=\frac{m}{n},\\ m+2n=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=\frac{1}{2},\\ n=\frac{1}{4}\end{cases}$ 时取等号）．

15. $a_2=S_2-S_1=b-3=8$，解得$b=11$，故$S_n=-n^2+11n$，为n的二次函数，对称轴为$\frac{11}{2}=5.5$，

故当$n=5$或6时取得最大值，$S_5=-5^2+11\times5=30$．故S_n的最大值为30.

16. 因为$f(x)=x^3+\ln(\sqrt{x^2+1}+x)$的定义域为$\mathbf{R}$，且$f(-x)+f(x)=0$，所以函数$f(x)$是奇函数，由$f'(x)=3x^2+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}>0$，所以函数$f(x)$为$\mathbf{R}$上单调递增的奇函数，所以不等式$f(2^x-4^x)+f(m\cdot2^x-3)<0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 均成立等价于 $f(2^x-4^x)<-f(m\cdot2^x-3)=f(3-m\cdot2^x)$，即$2^x-4^x<3-m\cdot2^x$，即$m<2^x+\frac{3}{2^x}-1$对任意$x\in\mathbf{R}$均成立，又$2^x+\frac{3}{2^x}-1\geqslant2\sqrt{2^x\cdot\frac{3}{2^x}}-1=2\sqrt{3}-1$，当且仅当$2^x=\frac{3}{2^x}$时取等号，所以$m$的取值范围为$(-\infty,2\sqrt{3}-1)$．

四、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

（1）证明：$b_1=a_2+1=(a_1+1)+1=4\neq0$，……（1 分）

$b_{n+1}=a_{2n+2}+1=(a_{2n+1}+1)+1=a_{2n+1}+2=2a_{2n}+2=2(a_{2n}+1)=2b_n$，……（3 分）

$\therefore\frac{b_{n+1}}{b_n}=2$，$\therefore\{b_n\}$为以 4 为首项，2 为公比的等比数列．……（5 分）

（2）解：由（1）知：$b_n=a_{2n}+1=4\cdot2^{n-1}=2^{n+1}$，$\therefore a_{2n}=2^{n+1}-1$，……（6 分）

又$a_{2n}=a_{2n-1}+1=2^{n+1}-1$，$\therefore a_{2n-1}=2^{n+1}-2$，……（7 分）

所以$S_{2n}=(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2n-1})+(a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2n})$

$=\left[\frac{4(1-2^n)}{1-2}-2n\right]+\left[\frac{4(1-2^n)}{1-2}-n\right]=2^{n+3}-3n-8$．……（10 分）

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）设甲答对题目的数目为ξ，则$\xi \sim B(4, 0.8)$，$X=10\xi-10(4-\xi)=20\xi-40$，

所以$E(X)=20E(\xi)-40=20\times 4\times 0.8-40=24$；

$D(X)=400D(\xi)=400\times 4\times 0.8\times 0.2=256$. ……………………………………（5 分）

（2）设乙答对题目的数目为η，则η服从参数为$N=10$，$M=6$，$n=4$的超几何分布，且

$Y=10\eta-10(4-\eta)=20\eta-40$，

$P(Y=-40)=P(\eta=0)=\dfrac{C_4^4C_6^0}{C_{10}^4}=\dfrac{1}{210}$，　$P(Y=-20)=P(\eta=1)=\dfrac{C_4^3C_6^1}{C_{10}^4}=\dfrac{4}{35}$，

$P(Y=0)=P(\eta=2)=\dfrac{C_4^2C_6^2}{C_{10}^4}=\dfrac{3}{7}$，　$P(Y=20)=P(\eta=3)=\dfrac{C_4^1C_6^3}{C_{10}^4}=\dfrac{8}{21}$，

$P(Y=40)=P(\eta=4)=\dfrac{C_4^0C_6^4}{C_{10}^4}=\dfrac{1}{14}$，……………………………………（10 分）

所以ξ的概率分布为

ξ	-40	-20	0	20	40
P	$\frac{1}{210}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{1}{14}$

……………………………………………………………………………（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：$\because AC^2+A_1C^2=AA_1^2$，$\therefore A_1C\perp AC$，

又平面$ACC_1A_1\perp$平面ABC，平面$ACC_1A_1\cap$平面$ABC=AC$，$A_1C\subset$平面ACC_1A_1，

$\therefore A_1C\perp$平面ABC.

又$AB\subset$平面ABC，$\therefore A_1C\perp AB$. ……………………………………（4 分）

（2）解：由$V_{B-ACC_1A_1}=2V_{B-ACA_1}=2V_{A_1-ABC}=2\cdot\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot A_1C=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}AC\times BC\times A_1C$

$=\frac{1}{3}\times\sqrt{2}\times BC\times\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore BC=\sqrt{3}$，……………………………………………………（5 分）

以C为坐标原点，$\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CA_1}$分别为x，y，z的正向建立空间直角坐标系，则各点坐标如下：

$C(0,0,0)$，$A(\sqrt{2},0,0)$，$B(0,\sqrt{3},0)$，$A_1(0,0,\sqrt{2})$，……………………（7 分）

取平面 CA_1B 的法向量为 $\vec{m}=(1,0,0)$，设平面 A_1BB_1 的法向量为 $\vec{n}=(x_0,y_0,z_0)$，

取 $\overrightarrow{BB_1}=\overrightarrow{AA_1}=(-\sqrt{2},0,\sqrt{2})$，$\overrightarrow{A_1B}=(0,\sqrt{3},-\sqrt{2})$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BB_1}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1B}=0\end{cases}\xRightarrow[x_0=\sqrt{3}]{}\vec{n}=(\sqrt{3},\sqrt{2},\sqrt{3})$. ……………………（10 分）

设二面角 $C-A_1B-B_1$ 的大小为 θ，则 $|\cos\theta|=|\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle|=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+2+3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$，

所以二面角 $C-A_1B-B_1$ 的正弦值为 $\sin\theta=\sqrt{1-\dfrac{3}{8}}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$. ……………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

解：（1）患病者被误诊即被判定为阴性的概率为：

$P_1=\dfrac{97.5-95}{100-95}\times0.002\times(100-95)=0.5\%$. ……………………（3 分）

（2）当 $c\in[95,100)$ 时，

$f(c)=5\%\times\dfrac{c-95}{100-95}\times0.002\times(100-95)+(1-5\%)\times$

$\left[\dfrac{100-c}{100-95}\times0.010\times(100-95)+0.002\times(105-100)\right]=(-94c+9500)\times10^{-4}$，…………（6 分）

当 $c\in[100,105]$ 时，

$f(c)=5\%\times\left[0.002\times(100-95)+\dfrac{c-100}{105-100}\times0.012\times(105-100)\right]+(1-5\%)\times\dfrac{105-c}{105-100}$

$\times0.002\times(105-100)=(-13c+1400)\times10^{-4}$，……………………（9 分）

$\therefore f(c)=\begin{cases}(-94c+9500)\times10^{-4},\ c\in[95,100),\\(-13c+1400)\times10^{-4},\ c\in[100,105],\end{cases}$ ……………………（10 分）

$\because f(c)$ 在 $c\in[95,105]$ 单调递减，所以 $c=105$ 时，$f(c)$ 最小. ……………………（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

（1）解：由题知 $\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ a^2=b^2+c^2,\\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2b^2}=1,\end{cases}$ 解得 $a^2=2$，$b^2=1$，

故椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. ……………………（4 分）

（2）证明：$A(0,1)$，$F(1,0)$，

设点 $B(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，直线 AB，AD 的斜率分别为 k_1，k_2，

则 $\begin{cases} y=kx-3, \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases} \Rightarrow (2k^2+1)x^2-12kx+16=0$，$\therefore \begin{cases} \Delta=144k^2-64(2k^2+1)>0, \\ x_1+x_2=\dfrac{12k}{2k^2+1}, \\ x_1x_2=\dfrac{16}{2k^2+1}, \end{cases}$ ………（7 分）

$\therefore k_1\cdot k_2=\dfrac{y_1-1}{x_1}\cdot\dfrac{y_2-1}{x_2}=\dfrac{(kx_1-4)\cdot(kx_2-4)}{x_1x_2}=k^2-\dfrac{4k(x_1+x_2)-16}{x_1x_2}$

$=k^2-\dfrac{4k\cdot 12k-16(2k^2+1)}{16}=1$，……………………………………………………………（9 分）

直线 AB，AD 的方程分别为 $y=k_1x+1$，$y=k_2x+1$，

所以 $d_1^2=\left(\dfrac{k_1+1}{\sqrt{1+k_1^2}}\right)^2=\dfrac{k_1^2+1+2k_1}{1+k_1^2}=1+\dfrac{2}{k_1+\dfrac{1}{k_1}}=1+\dfrac{2}{\dfrac{1}{k_2}+k_2}=\left(\dfrac{k_2+1}{\sqrt{1+k_2^2}}\right)^2=d_2^2$，

即 $d_1=d_2$. ……………………………………………………………………………（12 分）

22．（本小题满分 12 分）

（1）证明：令 $h(x)=e^x-\dfrac{1}{2}x^2-x-1(x>0)$，则 $h'(x)=e^x-x-1$，　$h''(x)=e^x-1$，

因为 $x\in(0,+\infty)$，所以 $h''(x)>0$，即 $h'(x)=e^x-x-1$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上为增函数，

所以 $h'(x)>h'(0)=0$，故 $h(x)=e^x-\dfrac{1}{2}x^2-x-1$ 为增函数，

所以 $h(x)>h(0)=0$，即 $e^x>\dfrac{1}{2}x^2+x+1$ 成立. ……………………………………（4 分）

（2）解：设 $y=x-\sin x$，由于 $x\in(0,\pi)$，则 $y'=1-\cos x>0$，

所以 $y=x-\sin x$ 在 $(0,\pi)$ 上为增函数，所以 $y>0$，即 $x>\sin x$.

方程 $\dfrac{e^x-1}{x}=a\sin x+1$ 等价于 $e^x-ax\sin x-x-1=0(x\in(0,\pi))$.

令 $g(x)=e^x-ax\sin x-x-1$，原问题等价于 $g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内有零点，………………（5 分）

由 $x\in(0,\pi)$，得 $x\sin x<x^2$.

由（1）知当 $a\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，$g(x)=e^x-ax\sin x-x-1>e^x-\dfrac{1}{2}x^2-x-1>0$，

此时，当 $x\in(0,\pi)$ 时，函数 $y=g(x)$ 没有零点，不合题意，故舍去. ………………（7 分）

当$a>\frac{1}{2}$时，因为$g(x)=e^x-ax\sin x-x-1$，所以$g'(x)=e^x-a(x\cos x+\sin x)-1$，

$g''(x)=e^x+a(x\sin x-2\cos x)$.

当$x\in\left[\frac{\pi}{2},\ \pi\right)$时，$g''(x)>0$恒成立，所以$g'(x)$单调递增.

当$x\in\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$时，$g'''(x)=e^x+a(3\sin x+x\cos x)$.

因为$e^x>0$，$a(3\sin x+x\cos x)\geqslant 0$，所以$g'''(x)>0$，所以$g''(x)$单调递增.

又$g''(0)=1-2a<0$，$g''\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}+\frac{\pi}{2}a>0$，

因此$g''(x)$在$\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$上存在唯一的零点$x_0$，且$x_0\in\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$.

当$x\in(0,\ x_0)$时，$g''(x)<0$，所以$g'(x)$单调递减；

当$x\in(x_0,\ \pi)$时，$g''(x)>0$，所以$g'(x)$单调递增. ……………………………………（10分）

又$g'(0)=0$，$g'(x_0)<g'(0)=0$，$g'(\pi)=e^{\pi}+a\pi-1>0$，

因此$g'(x)$在$(0,\ \pi)$上存在唯一的零点x_1，且$x_1\in(x_0,\ \pi)$.

当$x\in(0,\ x_1)$时，$g'(x)<0$，所以$g(x)$单调递减；

当$x\in(x_1,\ \pi)$时，$g'(x)>0$，所以$g(x)$单调递增.

又$g(0)=0$，$g(x_1)<g(0)=0$，

由（1）知$e^x>\frac{1}{2}x^2+x+1>x+1$，所以$g(\pi)=e^{\pi}-\pi-1>0$,

所以$g(x)$在$(0,\ x_1)$上没有零点，在$(x_1,\ \pi)$上存在唯一零点，因此$g(x)$在$(0,\ \pi)$上有唯一零点.

综上，a的取值范围是$\left(\frac{1}{2},\ +\infty\right)$. ……………………………………………………（12分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。