

新高考自主复习全真模拟第一套

一、单选题

1. 已知 $z - (2 - 3i) = \frac{1}{i}$ (i 是虚数单位), 那么复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点所在的象限为 ()

- A. 四 B. 三 C. 二 D. 一

2. 设全集为实数集 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | x \geq 2\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = ()$

- A. $\{2, 3\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1\}$
C. $\{-3, -2, -1, 0\}$ D. $\{-3, -2, -1, 0, 1\}$

3. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的准线 l 与圆 $M: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ 相切, 则 $p = ()$

- A. 6 B. 8 C. 3 D. 4

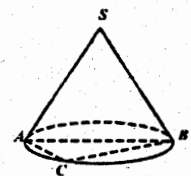
4. 棱台的上、下底面面积分别为 4 和 9, 则这个棱台的高和截得棱台的原棱锥的高的比是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

5. 若随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2) (\sigma > 0)$, 则有如下结论: $P(|X - \mu| < \sigma) = 0.6826$, $P(|X - \mu| < 2\sigma) = 0.9544$, $P(|X - \mu| < 3\sigma) = 0.9974$ 高三 (1) 班有 40 名同学, 一次数学考试的成绩服从正态分布, 平均分为 120, 方差为 100, 理论上说在 130 分以上人数约为 ()

- A. 19 B. 12 C. 6 D. 5

6. 如图, 已知圆锥底面圆的直径 AB 与侧棱 SA , SB 构成边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形, 点 C 是底面圆上异于 A, B 的动点, 则 S, A, B, C 四点所在球面的面积是 ()



- A. 4π B. $\frac{32}{3}\pi$ C. 16π D. 与点 C 的位置有关

7. 设 $a = \log_2 3$, $b = \log_{\frac{1}{5}} 2$, $c = 0.4^2$, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $c > a > b$

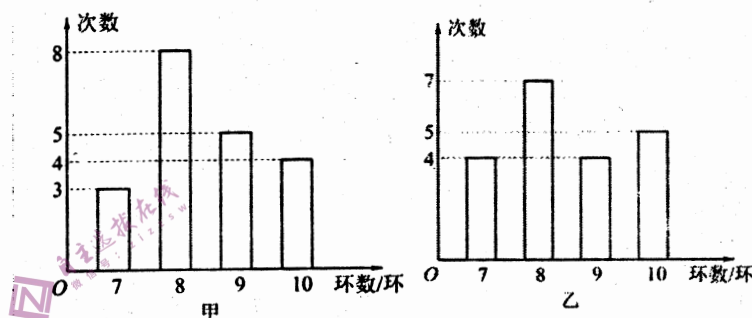
8. 已知 $y = f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $y = f(x+1)$ 为偶函数, 若当 $x \in [0, 1]$, $f(x) = \log_2(x+a)$, 则

$f(2021) = ()$

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

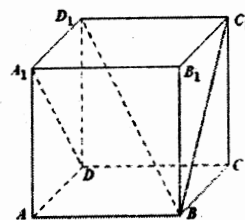
二、多选题

9. 甲、乙两名射击运动员在某次测试中各射击 20 次, 两人测试成绩的条形图如图所示, 则 ()



- A. 甲运动员测试成绩的中位数等于乙运动员测试成绩的中位数
B. 甲运动员测试成绩的众数大于乙运动员测试成绩的众数
C. 甲运动员测试成绩的平均数大于乙运动员测试成绩的平均数
D. 甲运动员测试成绩的方差小于乙运动员测试成绩的方差

10. 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 以下结论正确的是 ()



- A. 异面直线 A_1D 与 AB_1 所成的角为 60° B. 直线 A_1D 与 BC_1 垂直
C. 直线 A_1D 与 BD_1 平行 D. 三棱锥 $A - A_1CD$ 的体积为 $\frac{1}{6}$

11. 若过点 $(2, 0)$ 有两条直线与圆 $x^2 + y^2 - 2x + 2y + m + 1 = 0$ 相切, 则实数 m 的可能取值是 ()

- A. -3 B. 3 C. 0 D. $\frac{1}{2}$

12. 如果有穷数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$ (m 为正整数) 满足 $a_1 = a_m, a_2 = a_{m-1}, \dots$, 即

$a_i = a_{m-i+1} (i=1, 2, \dots, m)$, 我们称其为“对称数列”. 例如, 数列 1, 2, 5, 2, 1 与数列 8, 4, 2, 2, 4, 8 都是“对称数列”. 设 $\{b_n\}$ 是项数为 $2m (m>1, m \in \mathbb{N}^*)$ 的“对称数列”, 且 $1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{m-1}$

依次为该数列中连续的前 m 项, 则数列 $\{b\}$ 的前 100 项和 S_{100} 可能的取值为 ()

- A. $2^{100} - 2$ B. $2^{51} - 2$
C. $2^{m+1} - 2^{2m-100} - 1$ D. $2^m - 2^{2m-100} - 1$

三、填空题

13. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的一条渐近线被圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 所截得的弦长为 $2\sqrt{3}$, 则

C 的离心率为 _____

14. 定义在实数集 $\mathbb{R}$ 上的可导函数 $f(x)$ 满足: $f(1)=1, f'(x)+2x>0$, 其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数, 写出满足上述条件的一个函数 _____.

15. 设向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, \vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 60° , 则 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.

16. 设曲线 $y=(ax-1)e^x$ 在点 $A(x_0, y_1)$ 处的切线为 l_1 , 曲线 $y=(1-x)e^{-x}$ 在点 $B(x_0, y_2)$ 处的切线为 l_2 , 若存在 $x_0 \in [0, \frac{3}{2}]$, 使得 $l_1 \perp l_2$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题

17. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = -10$, 且 a_2+10, a_3+8, a_4+6 成等比数列,

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求使得 $S_n \geq a_n$ 成立的 n 的取值范围.

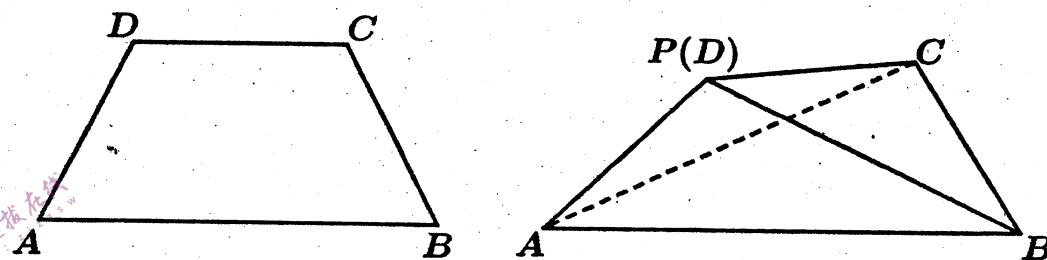
18. 锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sqrt{3}(b\sin C + c\sin B) = 4a\sin B\sin C$,

$$b^2 + c^2 - a^2 = 8,$$

(1) 求 $\cos A$ 的值及 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) $\angle A$ 的平分线与 BC 交于 D , $DC=2BD$, 求 a 的值.

19. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB=2CD=2AD=2$, 将 $\triangle ADC$ 沿着 AC 翻折, 使得点 D 到点 P 处, 且 $AP \perp BC$.



(1) 求证: 平面 $APC \perp$ 平面 ABC ;

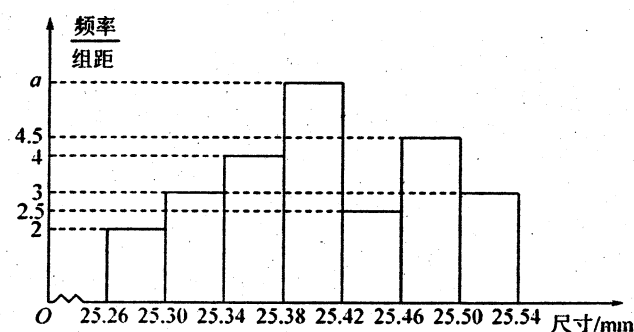
(2) 求二面角 $C-PA-B$ 的平面角的正弦值.

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 其离心率 $e = \frac{1}{2}$, 点 P 是椭圆 C 上一动点, $\triangle PF_1F_2$ 内切圆面积的最大值为 $\frac{\pi}{3}$.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 直线 PF_1, PF_2 与椭圆 C 分别相交于点 A, B , 求证: $\frac{|PF_1|}{|F_1A|} + \frac{|PF_2|}{|F_2B|}$ 为定值.

21. 某公司准备投产一种新产品, 经测算, 已知每年生产 x ($5 \leq x \leq 15$) 万件的该种产品所需要的总成本 $C(x) = \frac{x^3}{9} - \frac{23}{10}x^2 + 16x + 30$ (万元), 依据产品尺寸, 产品的品质可能出现优、中、差三种情况, 随机抽取了 1000 件产品测量尺寸, 尺寸分别在 $[25.26, 25.30)$, $[25.30, 25.34)$, $[25.34, 25.38)$, $[25.38, 25.42)$, $[25.42, 25.46)$, $[25.46, 25.50)$, $[25.50, 25.54]$ (单位: mm) 中, 经统计得到的频率分布直方图如图所示.



产品的品质情况和相应的价格 m (元/件) 与年产量 x 之间的函数关系如下表所示.

产品品质	立品尺寸的范围	价格 m 与产量 x 的函数关系式
优	$[25.34, 25.46)$	$m = -x + 34$
中	$[25.26, 25.34)$	$m = -\frac{3}{5}x + 25$
差	$[25.46, 25.54]$	$m = -\frac{3}{5}x + 20$

以频率作为概率解决如下问题:

- (1) 求实数 a 的值;
- (2) 当产量 x 确定时, 设不同品质的产品价格随机变量 ξ , 求随机变量 ξ 的分布列;
- (3) 估计当年产量 x 为何值时, 该公司年利润最大, 并求出最大值.

22. 已知函数 $f(x) = a \ln(x+1) - \sin x$.

- (1) 若 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减, 求 a 的取值范围;
- (2) 证明: 当 $a=1$ 时, $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{2}, +\infty\right)$ 上有且仅有一个零点.