



扫码查成绩

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{1, 4\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{1, 2\}$

2. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 " $a < b$ " 是 " $ab < \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ " 的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 2021 年 8 月 27 日教育部在其网站发布了 2020 年全国教育事业统计公报, 其中“十三五”时期全国高等教育在学总规模和毛入学率如下图所示, 则下列四个回归方程类型中最适合作为毛入学率 y 和年份数 x 的回归方程类型是



(第 3 题图)

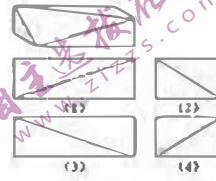
A. $y = a + bx$ B. $y = a + bx^2$ C. $y = a + bc^x$ D. $y = a + b \ln x$

4. 若 $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$
 A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

5. 已知长方体切去一个角的几何体直观图如图所示, 在给出的 4 个平面图中, 则该几何体的主视图

图，侧视图、俯视图的序号依次是

- A. (1)(4)(3)
B. (1)(2)(3)
C. (3)(2)(1)
D. (3)(4)(1)



(第5题图)

6. 曲线 $y = 2\sin x + \cos x$ 在 $(0, 1)$ 处的切线方程为
- A. $y = -2x + 1$ B. $y = 2x + 1$
C. $y = -2x - 1$ D. $y = 2x - 1$
7. 已知定义域为 \mathbf{R} 的奇函数 $f(x)$ 满足: $f(x) = f(2-x)$. 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = ax + b$. 若 $f(-1) = 2$, 则 $f(-1.5) =$
- A. -1 B. -1.5 C. 1 D. 1.5
8. 已知 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 4y - 3$, 则 $\frac{\sqrt{3}x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ 的最大值为
- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

二、多选题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每个小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得5分, 部分选对的得3分, 有选错的得0分.

9. 2021年7月24日, 国务院办公厅印发《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》, “双减”政策指出, 要全面压减作业总量和时长. 某校在“双减”前学生完成作业时长为随机变量 ξ , ξ 的期望为4, 标准差为3. 在“双减”后, 该校学生完成作业的时长 $\eta = 0.5\xi - 0.5$, η 的期望为 μ , 标准差为 s , 则
- A. $\mu = 1.5$ B. $\mu = 2$ C. $s = 1.5$ D. $s = 2$
10. 对于非零实数 a, b , 以下四个式子均恒成立. 对于非零复数 a, b , 下列式子仍然恒成立的是
- A. $a^2 = |a|^2$ B. $a + \frac{1}{a} = 0$
C. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ D. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
11. 已知经过圆柱 O_1O_2 旋转轴的给定平面 α , A, B 是圆柱 O_1O_2 侧面上且不在平面 α 上的两点.

则下列判断正确的是

- A. 一定存在直线 l , $l \subset \alpha$ 且 l 与 AB 异面
 B. 一定存在直线 l , $l \subset \alpha$ 且 $l \perp AB$
 C. 一定存在平面 β , $AB \subset \beta$ 且 $\beta \perp \alpha$
 D. 一定存在平面 β , $AB \subset \beta$ 且 $\beta \parallel \alpha$

12. 已知 A, B 为双曲线 $x^2 - y^2 = 4$ 上两个不同的点, 线段 AB 的中点为 $M(x_0, y_0)$, O 为坐标原点, 则下列判断正确的是

- A. 若 $x_0 = 1$, 则 $|y_0| > 1$
 B. 若 $y_0 = 0$, 则 $x_0 = 0$
 C. 若 $\angle AOB > \frac{\pi}{2}$, 则 $|x_0| < 2$
 D. 若 $\angle AOB < \frac{\pi}{2}$, 则 $|x_0| > 2$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y-2 \leq 0, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$ 则 $z = x - y$ 的取值范围是 _____.

14. 音量的单位是分贝, 强度为 I 的声波, 其分贝 η 的定义是: $\eta = 10 \lg \frac{I}{I_0}$, 其中 I_0 是人能听到声音的最低声波强度. 设 50 分贝的声波强度 I_1 是 40 分贝声波强度 I_2 的 2 倍, 则 λ 的值为 _____.

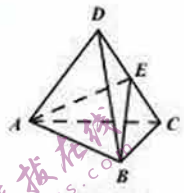
15. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (3, m)$, 若向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 则实数 $m =$ _____.

16. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$, 若对于任意的 $x \in \mathbb{R}$ 都有 $f'(x) > 4x$, 则当 $\alpha \in [0, 2\pi]$ 时, 不等式 $f(\sin \alpha) + \cos 2\alpha > 0$ 的解集为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 近年来, 人们的支付方式发生了巨大转变, 使用移动支付购买商品已成为部分人的消费习惯. 某企业为了解该企业员工 A、B 两种支付方式的使用情况, 随机抽取了 600 名男员工、400 名女员工, 统计了他们的消费习惯, 获得数据如下表:

	男员工			女员工		
	经常使用	偶尔使用	从不使用	经常使用	偶尔使用	从不使用
方式 A	200 人	300 人	100 人	300 人	100 人	0
方式 B	350 人	150 人	100 人	150 人	150 人	100 人

- (1) 分别估算该企业男、女员工从不使用方式 B 的概率;
- (2) 从该企业全体男员工中随机抽取 2 人, 全体女员工中随机抽取 1 人, 估算这 3 人中恰有 2 人经常使用方式 A 的概率.
18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列.
- (1) 若 a_1, a_2, a_3 成等比数列, 求 a_1 的值;
- (2) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若对于任意的 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $S_n \geq -20$, 求 a_1 的取值范围.
19. (12 分) 已知锐角 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 所对应的边分别为 $a, b, c, a = 4, b \sin A = 2\sqrt{3}$.
- (1) 求证: $B = 60^\circ$;
- (2) 设 $\triangle ABC$ 外接圆半径为 R , 若 $R = \frac{2\sqrt{21}}{3}$, D 为边 AB 的中点, 求 CD 的长.
20. (12 分) 在三棱锥 $D-ABC$ 中, $\triangle ACD$ 为正三角形, 平面 $ACD \perp$ 平面 $ABC, AD \perp BC, AC = BC = 2$.
- (1) 求证: $BC \perp AC$;
- (2) 若 E 是 CD 的中点, 求直线 CD 与平面 ABE 所成角的正弦值.
- 
- (第 20 题图)
21. (12 分) 有同学在研究指数函数 $y = 2^x$ 和幂函数 $y = x^2$ 的图像时, 发现它们在第一象限有两个交点 $(2, 4)$ 和 $(4, 16)$. 通过进一步研究, 该同学提出了如下两个猜想:
- (1) 函数 $y = e^x$ 与函数 $y = x^e$ 的图像在第一象限有且只有一个公共点;
- (2) 设 $a > 1, b > 1$, 且 $a \neq b$. 若 $a^b = b^a$, 则 $ab > e^2$.
- 其中 e 为自然对数的底, 请你证明或反驳该同学的猜想.
22. (12 分) 已知抛物线 $\Gamma: x^2 = 2py (p > 0)$ 和点 $N(0, -1)$, 且点 $M(2, y_M)$ 和线段 MN 的中点均在抛物线 Γ 上.
- (1) 求 p 的值;
- (2) 设点 P, Q 在抛物线 Γ 上, 点 R 在曲线 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 (y < 0)$ 上, 若线段 PR, QR 的中点均在抛物线 Γ 上, 求 $\triangle PQR$ 面积 S 的最大值.