



扫码查成绩

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $\{1, 4\}$       B.  $\{2, 3\}$       C.  $\{3, 4\}$       D.  $\{1, 2\}$

2. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a < b$ ”是“ $ab < \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ ”的  
 A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
 C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

3. 2021 年 8 月 27 日教育部在其网站发布了 2020 年全国教育事业统计公报, 其中“十三五”时期全国高等教育在学总规模和毛入学率如下图所示, 则下列四个回归方程类型中最适合作为毛入学率  $y$  和年份数  $x$  的回归方程类型是



(第 3 题图)

A.  $y = a + bx$       B.  $y = a + bx^2$       C.  $y = a + bc^x$       D.  $y = a + b \ln x$

4. 若  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$ , 则  $\sin 2\alpha =$

A.  $-\frac{7}{9}$       B.  $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$       C.  $\frac{7}{9}$       D.  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

5. 已知长方体切去一个角的几何体直观图如图所示, 在给出的 4 个平面图中, 则该几何体的主视图

图，侧视图、俯视图的序号依次是

- A. (1)(4)(3)  
B. (1)(2)(3)  
C. (3)(2)(1)  
D. (3)(4)(1)



(第5题图)

6. 曲线  $y = 2\sin x + \cos x$  在  $(0, 1)$  处的切线方程为
- A.  $y = -2x + 1$                       B.  $y = 2x + 1$   
C.  $y = -2x - 1$                       D.  $y = 2x - 1$
7. 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的奇函数  $f(x)$  满足:  $f(x) = f(2-x)$ . 且当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = ax + b$ . 若  $f(-1) = 2$ , 则  $f(-1.5) =$
- A. -1                      B. -1.5                      C. 1                      D. 1.5
8. 已知  $x, y$  满足  $x^2 + y^2 = 4y - 3$ , 则  $\frac{\sqrt{3}x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  的最大值为
- A. 1                      B. 2                      C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{5}$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每个小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分.

9. 2021 年 7 月 24 日, 国务院办公厅印发《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》, “双减”政策指出, 要全面压减作业总量和时长. 某校在“双减”前学生完成作业时长为随机变量  $\xi$ ,  $\xi$  的期望为 4, 标准差为 3. 在“双减”后, 该校学生完成作业的时长  $\eta = 0.5\xi - 0.5$ ,  $\eta$  的期望为  $\mu$ , 标准差为  $s$ , 则
- A.  $\mu = 1.5$                       B.  $\mu = 2$                       C.  $s = 1.5$                       D.  $s = 2$
10. 对于非零实数  $a, b$ , 以下四个式子均恒成立. 对于非零复数  $a, b$ , 下列式子仍然恒成立的是
- A.  $a^2 = |a|^2$                       B.  $a + \frac{1}{a} = 0$   
C.  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$                       D.  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
11. 已知经过圆柱  $O_1O_2$  旋转轴的给定平面  $\alpha$ ,  $A, B$  是圆柱  $O_1O_2$  侧面上且不在平面  $\alpha$  上的两点.

则下列判断正确的是

- A. 一定存在直线  $l$ ,  $l \subset \alpha$  且  $l$  与  $AB$  异面  
 B. 一定存在直线  $l$ ,  $l \subset \alpha$  且  $l \perp AB$   
 C. 一定存在平面  $\beta$ ,  $AB \subset \beta$  且  $\beta \perp \alpha$   
 D. 一定存在平面  $\beta$ ,  $AB \subset \beta$  且  $\beta \parallel \alpha$

12. 已知  $A, B$  为双曲线  $x^2 - y^2 = 4$  上两个不同的点, 线段  $AB$  的中点为  $M(x_0, y_0)$ ,  $O$  为坐标原点, 则下列判断正确的是

- A. 若  $x_0 = 1$ , 则  $|y_0| > 1$   
 B. 若  $y_0 = 0$ , 则  $x_0 = 0$   
 C. 若  $\angle AOB > \frac{\pi}{2}$ , 则  $|x_0| < 2$   
 D. 若  $\angle AOB < \frac{\pi}{2}$ , 则  $|x_0| > 2$

**三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.**

13. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$  则  $z = x - y$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

14. 音强大小的单位是分贝, 程度为  $I$  的声波, 其分贝  $\eta$  的定义是:  $\eta = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ , 其中  $I_0$  是人能听到声音的最低声强强度. 设 50 分贝的声强强度  $I_1$  是 40 分贝声强强度  $I_2$  的 2 倍, 则  $\lambda$  的值为 \_\_\_\_\_.

15. 已知向量  $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ ,  $\vec{b} = (3, m)$ , 若向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ , 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.

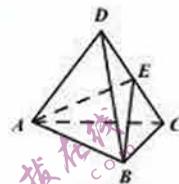
16. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$ ,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ , 若对于任意的  $x \in \mathbb{R}$  都有  $f'(x) > 4x$ , 则当  $\alpha \in [0, 2\pi]$  时, 不等式  $f(\sin \alpha) + \cos 2\alpha > 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.

**四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (10 分) 近年来, 人们的支付方式发生了巨大转变, 使用移动支付购买商品已成为部分人的消费习惯. 某企业为了解该企业员工 A、B 两种支付方式的使用情况, 随机抽取了 600 名男员工、400 名女员工, 统计了他们的消费习惯, 获得数据如下表:

	男员工			女员工		
	经常使用	偶尔使用	从不使用	经常使用	偶尔使用	从不使用
方式 A	200 人	300 人	100 人	300 人	100 人	0
方式 B	350 人	150 人	100 人	150 人	150 人	100 人

- (1) 分別估算该企业男、女员工从不使用方式 B 的概率;
- (2) 从该企业全体男员工中随机抽取 2 人, 全体女员工中随机抽取 1 人, 估算这 3 人中恰有 2 人经常使用方式 A 的概率.
18. (12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  是公差为 2 的等差数列.
- (1) 若  $a_1, a_2, a_3$  成等比数列, 求  $a_1$  的值;
- (2) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若对于任意的  $n \in \mathbb{N}^*$ , 都有  $S_n \geq -20$ , 求  $a_1$  的取值范围.
19. (12 分) 已知锐角  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  所对应的边分别为  $a, b, c, a = 4, b \sin A = 2\sqrt{3}$ .
- (1) 求证:  $B = 60^\circ$ ;
- (2) 设  $\triangle ABC$  外接圆半径为  $R$ , 若  $R = \frac{2\sqrt{21}}{3}$ ,  $D$  为边  $AB$  的中点, 求  $CD$  的长.
20. (12 分) 在三棱锥  $D-ABC$  中,  $\triangle ACD$  为正三角形, 平面  $ACD \perp$  平面  $ABC, AD \perp BC, AC = BC = 2$ .
- (1) 求证:  $BC \perp AC$ ;
- (2) 若  $E$  是  $CD$  的中点, 求直线  $CD$  与平面  $ABE$  所成角的正弦值.



(第 20 题图)