20230607 项目第三次模拟测试卷

文科数学

本试卷共 4 页，23 小题，满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上，并在相应位置贴好条形码.
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案.
3. 非选择题必须用黑色水笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来答案，然后再写上新答案，不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.
4. 考生必须保证答题卡整洁. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

一. 选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{2,3,4,5,6\}$，$B=\{x\,|\,x^2-8x+12\geq 0\}$，则 $A\bigcap(C_{\rm R}B)=$

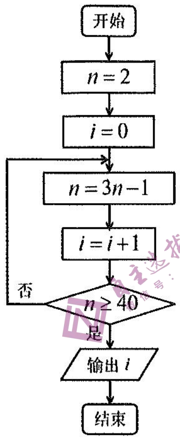
A. $\{2,3,4,5\}$　　B. $\{2,3,4,5,6\}$

C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{3,4,5,6\}$

2. 若虚数 z 使得 z^2+z 是实数，则 z 满足

A. 实部是 $-\frac{1}{2}$　　B. 实部是 $\frac{1}{2}$　　C. 虚部是 $-\frac{1}{2}$　　D. 虚部是 $\frac{1}{2}$

3. 执行如图所示的程序框图，则输出的 $i=$



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

4. 平面向量 $\vec{a}=(-2,k)$，$\vec{b}=(2,4)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$

A. $2\sqrt{6}$　　B. 6　　C. $2\sqrt{5}$　　D. 5

5. 下列说法中正确的选项是

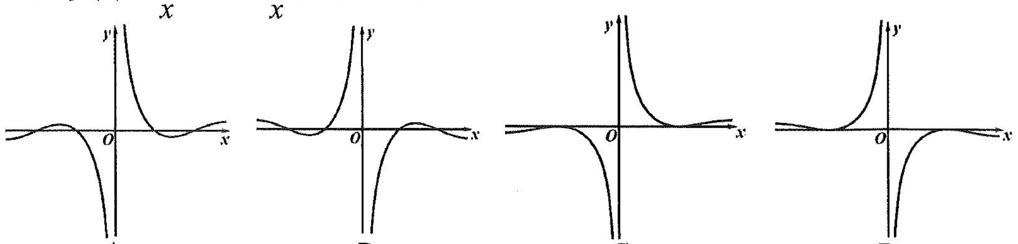
A. 若样本数据 $x_1,x_2,\ldots,x_{10}$ 的样本方差为 3，则 $2x_1+1,2x_2+1,\ldots,2x_{10}+1$ 的方差为 7

B. 若回归方程为 $\hat{y}=0.3-0.7x$，则变量 x 与 y 负相关

C. 对于随机事件 A,B，若 $P(A|B)=P(A)$，$P(A)>0$，$P(B)>0$，则 A 与 B 相互独立

D. 根据变量 X 与 Y 的样本数据计算得到 $K^2=3.218$，根据 $\alpha=0.05$ 的独立性检验（$x_{0.05}=3.841$），可判断 X 与 Y 有关，且犯错误的概率不超过 0.05

6. 函数 $f(x)=\frac{2}{x}\cos x+\frac{1}{x}$ 的图象大致为

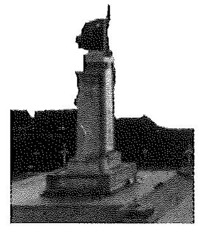


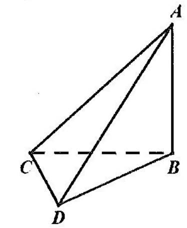
A　　B　　C　　D

7. 已知 $n\in\mathbf{N}^*$，将数列 $\{2n-1\}$ 与数列 $\{n^2-1\}$ 的公共项从小到大排列得到新数列 $\{a_n\}$，则 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{10}}=$

A. $\frac{9}{19}$　　B. $\frac{10}{21}$　　C. $\frac{11}{23}$　　D. $\frac{12}{25}$

8. 八一广场是南昌市的心脏地带，八一南昌起义纪念塔是八一广场的标志性建筑，塔座正面镌刻“八一南昌起义简介”碑文，东、西、南三门各有一副反映武装起义的人物浮雕，塔身正面为“八一起义纪念塔”铜胎鎏金大字. 塔顶由一支直立的巨型“汉阳造”步枪和一面八一军旗组成. 现某兴趣小组准备在八一广场上对八一南昌起义纪念塔的高度进行测量，并绘制出测量方案示意图，A 为纪念塔最顶端，B 为纪念塔的基座（B 在 A 的正下方），在广场内（与 B 在同一水平面内）选取 C、D 两点，测得 CD 的长为 m .已知兴趣小组利用测角仪可测得的角有 $\angle ACB$、$\angle ACD$、$\angle BCD$、$\angle ADC$、$\angle BDC$，则根据下列各组中的测量数据，不能计算出纪念塔高度 AB 的是





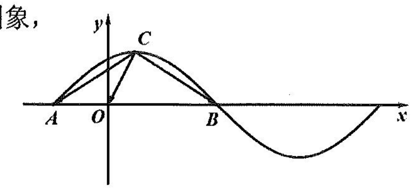
A. $m,\angle ACB,\angle BCD,\angle BDC$

B. $m,\angle ACB,\angle BCD,\angle ACD$

C. $m,\angle ACB,\angle ACD,\angle ADC$

D. $m,\angle ACB,\angle BCD,\angle ADC$

9. 如图是函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象，且 $\overrightarrow{CO}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$，则 $f(0)=$



A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上，$PB=PC=2\sqrt{5},AB=AC=4$，$PA=BC=2$，则球 O 的表面积为

A. $\frac{316}{15}\pi$　　B. $\frac{79}{15}\pi$　　C. $\frac{158}{5}\pi$　　D. $\frac{79}{5}\pi$

11. 不与 x 轴重合的直线 l 经过点 $N(x_N,0)(x_N\neq 0)$，双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 上存在两点 A，B 关于 l 对称，AB 中点 M 的横坐标为 x_M，若 $x_N=4x_M$，则 C 的离心率为

A. $\frac{5}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

12. 函数 $f(x)=\begin{cases}{\rm e}^x-ax^2,x>0\\-x^2+(a-2)x+2a,x\leq 0,\end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $f(x)\geq 0$ 的解集为 $[-2,+\infty)$，则实数 a 的取值范围是

A. $(-2,\frac{\rm e}{2}]$　　B. $[0,\frac{\rm e}{2}]$　　C. $[0,\frac{{\rm e}^2}{4}]$　　D. $\{0\}\bigcup[\frac{{\rm e}^2}{4},+\infty)$

二. 填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $x>0$，$y>0$，$\frac{1}{x}+y=2$，则 $\frac{x}{y}$ 的最小值是_________.

14. 若直线 $y=mx+n$ 是函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 的一条切线，则 $mn=$__________.

15. 两千多年前，古希腊数学家阿波罗尼斯发现用平面切割圆锥可以得到不同的曲线. 用垂直于圆锥轴的平面去截圆锥，得到的是圆；把平面渐渐倾斜，得到椭圆；当平面倾斜到“和且仅和”圆

锥的一条母线平行时，得到抛物线；用平行于圆锥的轴的平面截取，可得到双曲线的一支.已知圆锥的轴截面是一个边长为2的等边ΔOAB（O为圆锥的顶点），过OA的中点M作截面α与圆锥相交得到抛物线C，将C放置在合适的平面直角坐标系中可得到方程$y^2=2px$，则$p=$________.

16. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, n=2k-1,\\ a_n+1, n=2k,\end{cases}$ $k\in N^*$，则$a_2+a_4+a_6+\ldots+a_{20}=$______.

三．解答题：共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答；第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共60分.

17.（12分）在ΔABC中，$AC=2$，$\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，$P$为$\Delta ABC$内的一点，满足$AP\perp CP$，$\angle APB=\dfrac{2\pi}{3}$.

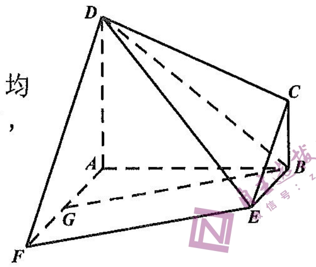
（1）若$AP=PC$，求ΔABC的面积；

（2）若$BC=\sqrt{7}$，求AP.

18.（12分）如图，在多面体$ABCDEF$中，四边形$ABCD$与$ABEF$均为直角梯形，$AD\,//\,BC$，$AF\,//\,BE$，$DA\perp$平面$ABEF$，$AB\perp AF$，$AD=AB=2BC=2BE=2$，G在AF上，且$AG=1$.

（1）求证：$BG\,//$平面DCE；

（2）若BF与CE所成的角为60°，求多面体$ABCDEF$的体积.



19.（12分）某公司进行工资改革，将工作效率作为工资定档的一个重要标准，大大提高了员工的工作积极性，但也引起了一些老员工的不满.为了调查员工的工资与工龄的情况，人力资源部随机从公司的技术研发部门中抽取了16名员工了解情况，结果如下：

工龄（年）	1	2	3	4	5	6	7	8
年薪（万	9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
工龄（年）	9	10	11	12	13	14	15	16
年薪（万	10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得$\overline{x}=\dfrac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i=9.97$，$s=\sqrt{\dfrac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\overline{x})^2}=\sqrt{\dfrac{1}{16}(\sum_{i=1}^{16}x_i^2-16\overline{x}^2)}\approx 0.212$，

$\sqrt{\sum_{i=1}^{16}(i-8.5)^2}\approx 18.439$，$\sum_{i=1}^{16}(x_i-\overline{x})(i-8.5)=-2.78$，

其中x_i表示工龄为i年的年薪，$i=1,2,\cdots,16$.

（1）求年薪x_i与工龄i（$i=1,2,\cdots,16$）的相关系数r，并回答是否可以认为年薪与工龄具有线性相关关系（若$|r|<0.25$，则可以认为年薪与工龄不具有线性相关关系）.

（2）在抽取的16名员工中，如果年薪都在$(\overline{x}-3s,\overline{x}+3s)$之内，则继续推进工资改革，同时给每位老员工相应的补贴，如果有员工年薪在$(\overline{x}-3s,\overline{x}+3s)$之外，该员工会被人力资源部门约谈并进行岗位调整，且需要重新计算原抽取的16名员工中留下的员工年薪的均值和标准差. 请问是否要继续推进工资改革？如果不继续推进工资改革，请你计算原抽取的16名员工中留下的员工年薪的均值和标准差.（精确到0.01）.

附：样本(x_i,y_i)（$i=1,2,\cdots,16$）的相关系数$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，$\sqrt{0.008}\approx 0.09$，

$0.212^2+9.97^2\approx 99.446$，$15\times 10.02^2=1506.006$，$9.22^2\approx 85.008$.

20.（12分）已知函数$f(x)=ae^x-\ln(x+2)+\ln a-2$.

（1）若函数$f(x)$在$x=2023$处取得极值，求a的值及函数的单调区间；

（2）若函数$f(x)$有两个零点，求a的取值范围.

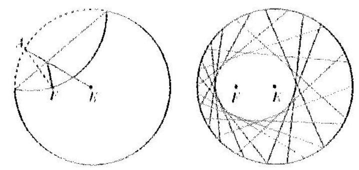
21.（12分）“工艺折纸”是一种把纸张折成各种不同形状物品的艺术活动，在我国源远流长.某些折纸活动蕴含丰富的数学内容，例如：用一张圆形纸片，按如下步骤折纸（如图）

步骤一：设圆心是E，在圆内异于圆心处取一点，记为F；

步骤二：把纸片折叠，使圆周正好通过点F；

步骤三：把纸片展开，并留下一道折痕；

步骤四：不停重复步骤二和三，就能得到越来越多的折痕.



已知这些折痕所围成的图形是一个椭圆.若取半径为4的圆形纸片，设定点F到圆心E的距离为$2\sqrt{3}$，按上述方法折纸.

（1）以点E、F所在的直线为x轴，建立适当的坐标系，求折痕围成的椭圆C的标准方程；

（2）设椭圆C的下顶点为D，过点D作两条互相垂直的直线l_1,l_2，这两条直线与椭圆C的另一个交点分别为M、N，设l_1的斜率为k（$k\neq 0$），ΔDMN的面积为S，当$9S>16|k|$时，求k的取值范围.

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（10分）选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=4-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho=8\sin\theta$，$A$为曲线$C$上一点.

（1）求点A到直线l距离的最大值；

（2）若点B为直线l与曲线C在第一象限的交点，且$\angle AOB=\dfrac{7\pi}{12}$，求$\Delta AOB$的面积.

23.（10分）选修4-5：不等式选讲

已知$f(x)=|x-a|+|x+3a-2|$，$g(x)=-x^2+2ax+1$（$a\in R$）.

（1）若$a=2$时，求不等式$f(x)\geq 7$的解集；

（2）若对$\forall x_1,x_2\in R$，都有$f(x_1)>g(x_2)$成立，求a的取值范围.