2022届皖北名校九月联考·高三数学(理科)
参考答案、提示及评分细则

1. A　全称命题的否定为特称命题,所以原命题的否定为 $\neg p$:"$\exists x_0<-1, x_0^2+\frac{x_0}{2}\leqslant 0$". 故选 A.

2. D　易知 $M=\{x|\ln x<0\}=\{x|0<x<1\}$,所以 $M\cap N=\left\{x\,\middle|\,0<x\leqslant\frac{1}{2}\right\}$. 故选 D.

3. C　因为 $f(x)=f'(-1)x^3-2x$,所以 $f'(x)=3f'(-1)x^2-2$,所以 $f'(-1)=3f'(-1)(-1)^2-2$,解得 $f'(-1)=1$,所以 $f(x)=x^3-2x$,所以 $f(2)=4$. 故选 C.

4. D　根据题意若甲为假命题,则乙与丁矛盾;若乙为假命题,则甲与丁矛盾;若丙为假命题,则甲、乙与丁矛盾;当丁为假命题时,显然满足题意. 故选 D.

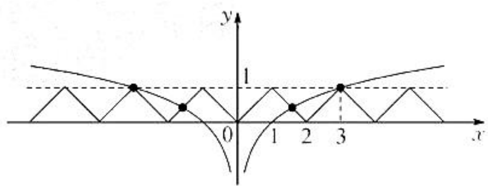
5. D　考虑中间值 $d=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$,根据指数函数的单调性,得 $1>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}}$,即 $1>d>a$;根据幂函数的单调性,得 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}<\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}<1$,即 $d<b<1$;根据对数函数的单调性,得 $c=\log_{\frac{3}{5}}\frac{1}{2}>\log_{\frac{3}{5}}\frac{3}{5}=1$,所以 $c>1>b>d>a$. 故选 D.

6. C　当 $t=0$ 时,$P=P_0$;当 $t=10$ 时,$(1-20\%)P_0=P_0e^{-10k}$,即 $e^{-10k}=0.8$,化为对数式,得 $-10k=\ln 0.8$,即 $k=-\frac{1}{10}\ln 0.8$,代入 $P=P_0e^{-kt}$,化简得 $P=P_0 0.8^{\frac{t}{10}}$;当 $t=20$ 时,$P=P_0\cdot 0.8^{\frac{20}{10}}=0.64P_0$. 故选 C.

7. A　根据题意,可得 $f(t)=\begin{cases}t^2, 0\leqslant t\leqslant 1,\\ 2-t, 1<t\leqslant 2,\\ t-2, 2<t\leqslant 3,\\ (4-t)^2, 3<t\leqslant 4.\end{cases}$ 其图象为选项 A 中的图象. 故选 A.

8. C　令 $f(x)=3^x-5^{-x}$,则 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调递增函数,若 $3^a-3^b<5^{-a}-5^{-b}$,则 $3^a-5^{-a}<3^b-5^{-b}$,即 $f(a)<f(b)$,所以 $a<b$,所以 p 是 q 的必要条件;反之,若 $a<b$,则 $f(a)<f(b)$,所以 $3^a-5^{-a}<3^b-5^{-b}$,即 $3^a-3^b<5^{-a}-5^{-b}$,所以 p 是 q 的充分条件,所以 p 是 q 的充要条件. 故选 C.

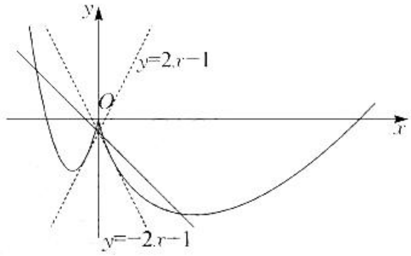
9. B　由 $f(2+x)=f(x)$,得 $f(2-x)=f(-x)$,结合 $f(x)$ 为偶函数,得 $f(2-x)=f(x)$,则①正确;当 $x\in[1,2]$ 时,$f(x)=2-x$,所以当 $x\in[-1,0]$ 时,$x+2\in[1,2]$,所以 $f(x+2)=2-(x+2)=-x$,又 $f(x)=f(x+2)$,所以当 $x\in[-1,0]$ 时,$f(x)=-x$,又 $f(x)$ 为偶函数,所以当 $x\in[0,1]$ 时,$f(x)=x$,再根据 $f(x)$ 是以 2 为周期的函数,得到 $y=f(x)(x\in\mathbf{R})$ 的图象(如图所示),②和③错误;因为 $y=f(x)$ 与 $y=\log_3|x|$ 的图象有 4 个交点,则④正确. 故选 B.



10. B　设 $f(x)=\frac{\ln x+1}{x}$，则 $f'(x)=\frac{-\ln x}{x^2}$，所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上为增函数，在 $(1,+\infty)$ 上为减函数，所以 $f(4)<f(\pi)<f(e)$，即 $\frac{\ln 4+1}{4}<\frac{\ln \pi+1}{\pi}<\frac{\ln e+1}{e}$，所以 $a<c<b$. 故选 B.

11. A　$f(2x_2)=\log_a(a^{2x_2}+1)-x_2=\log_a\left(\frac{a^{2x_2}+1}{a^{x_2}}\right)=\log_a(a^{x_2}+a^{-x_2})$，因为 $a>1$，$a^{x_2}+a^{-x_2}\geqslant 2$（当且仅当 $x_2=0$ 时取等号），所以 $f(2x_2)$ 的最小值是 $\log_a 2$. 由题意，$\forall x_1\in(0,+\infty)$，$\exists x_2\in\mathbf{R}$，使得 $g(2x_1)+mg(x_1)-f(2x_2)>0$ 成立，即 $\forall x_1\in(0,+\infty)$，$a^{2x_1}+ma^{x_1}>\log_a 2$ 成立，所以 $m>\frac{\log_a 2}{a^{x_1}}-a^{x_1}$ 对 $\forall x_1\in(0,+\infty)$ 恒成立. 设 $p=a^{x_1}$，则 $m>\frac{\log_a 2}{p}-p$ 对 $p>1$ 恒成立. 设函数 $k(p)=\frac{\log_a 2}{p}-p(p>1)$，易知函数 $y=\frac{\log_a 2}{p}$ 与函数 $y=-p$ 在 $(1,+\infty)$ 内都是减函数，所以 $k(p)=\frac{\log_a 2}{p}-p(p>1)$ 在 $(1,+\infty)$ 是减函数，则 $k(p)=\frac{\log_a 2}{p}-p<\log_a 2-1$，所以 $m\geqslant\log_a 2-1$. 即 m 的取值范围是 $[\log_a 2-1,+\infty)$. 故选 A.

12. A　当 $x>0$ 时，$f'(x)=\ln x-2$，当 $x\in(0,e^2)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in(e^2,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,e^2)$ 上单调递减，在 $(e^2,+\infty)$ 上单调递增. 当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=(x+2)^2-4$，故 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 上单调递减，在 $(-2,0]$ 上单调递增. 其大致图象如图所示. 由 $f(x)-kx+1=0$，得 $f(x)=kx-1$，令 $g(x)=kx-1$，关于 x 的方程 $f(x)-kx-1=0$ 有四个不同的实根等价于函数 $f(x)$，$g(x)$ 的图象有四个不同的交点.



当 $x>0$ 时，$f(x)=x\ln x-3x$ 的图象在点 $(x_0,f(x_0))$ 处切线斜率为 $\ln x_0-2$，该切线过点 $(0,-1)$ 时，x_0 满足 $\frac{f(x_0)+1}{x_0}=\ln x_0-2$，即 $\frac{x_0\ln x_0-3x_0+1}{x_0}=\ln x_0-2$，解得 $x_0=1$，所以 $f(x)=x\ln x-3x$ 的图象过点 $(0,-1)$ 的切线斜率为 -2；$f(x)=x^2+4x$ 的图象在点 $(t,f(t))$ 处的切线斜率为 $2t+4$，该切线过点 $(0,-1)$ 时，$\frac{t^2+4t+1}{t}=2t+4$，因为 $t<0$，解得 $t=-1$，所以 $f(x)=x^2+4x$ 的图象过点 $(0,-1)$ 的切线斜率为 2. 结合函数图象可知，当 k 的取值范围是 $(-2,2)$ 时，$f(x)$，$g(x)$ 的图象有四个不同的公共点. 故选 A.

13. $2x-y-e=0$　因为 $f(e)=e$，$f'(x)=\ln x+1$，则 $f'(e)=2$，所以所求切线方程为 $y-e=2(x-e)$，即 $2x-y-e=0$.

14. $\frac{36}{5}$　由 $xy=27$，得 $y=\frac{27}{x}$，则 $y'=-\frac{27}{x^2}$. 由直线 l 的斜率为 $-\frac{3}{4}$，得 $-\frac{27}{x^2}=-\frac{3}{4}$，解得 $x^2=36$；因为曲线 C 关于坐标原点对称，不妨取 $x=6$，结合 $xy=27$，解得 $y=\frac{9}{2}$，所以在曲线 C 上与直线 l 平行的切线的切点坐标为 $\left(6,\frac{9}{2}\right)$. 因此 $|MN|$ 的最小值即为该点到直线 l 的距离，即 $\frac{\left|3\times 6+4\times\frac{9}{2}\right|}{5}=\frac{36}{5}$.

15. $(-\infty,3]$　$f(x)=e^{|x-t|}+|x-t|$. 讨论：当 $x\geqslant t$ 时，$f(x)=e^{x-t}+x-t$；当 $x\leqslant t$ 时，$f(x)=e^{-(x-t)}+[-(x-t)]=\left(\frac{1}{e}\right)^{x-t}-x+t$. 分析知，函数 $f(x)$ 在区间 $[t,+\infty)$ 上单调递增，在区间 $(-\infty,t]$ 上单调递

减. 又 $f(x)$ 在区间 $(3,+\infty)$ 上单调递增,所以 $3\geq t$.

16. $(-\infty,1]$ $\because f(x)=\ln x+1$, $\therefore f(x_1)-f(x_2)=\ln x_1+1-\ln x_2-1=\ln\frac{x_1}{x_2}$,

$\because[f(x_1)-f(x_2)](x_1-2x_2)\geq ax_2-x_1$ 恒成立,且 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$,

$\therefore a\leq\dfrac{(x_1-2x_2)\ln\frac{x_1}{x_2}+x_1}{x_2}=\left(\frac{x_1}{x_2}-2\right)\ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_1}{x_2}$,令 $t=\frac{x_1}{x_2}$, $g(t)=(t-2)\ln t+t(t>0)$,

则 $g'(t)=\ln t+\frac{t-2}{t}+1=\ln t-\frac{2}{t}+2$,令 $g'(t)=0$,得 $t=1$. $\therefore$ 当 $t\in(0,1)$ 时, $g'(t)<0$, $g(t)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减,当 $t\in(1,+\infty)$ 时, $g'(t)>0$, $g(t)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增,

$\therefore g(t)_{\min}=g(1)=1$. 所以 $a\leq1$. 故实数 a 的取值范围是 $(-\infty,1]$.

17. 解:(1)据题意知,存在 $x\in[-2,0]$ 使 $x^2+2ax+1=0$ 成立, ………… 1分

即存在 $x\in[-2,0)$ 使 $-2a=x+\frac{1}{x}$ 成立. ………… 2分

令 $p(x)=x+\frac{1}{x}(-2\leq x<0)$,则 $p'(x)=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}$. ………… 3分

令 $p'(x)=0$,则 $x=1$(舍)或 $x=-1$.

所以当 $-2<x<-1$ 时, $p'(x)>0$;当 $x\in(-1,0)$ 时, $p'(x)<0$,

所以 $p(x)$ 在 $[-2,-1]$ 上单调递增,在 $[-1,0)$ 上单调递减. ………… 4分

又 $p(-1)=-2$,

所以 $-2a\leq-2$,

所以 $a\geq1$,即所求 a 的取值范围是 $[1,+\infty)$. ………… 5分

(2) $f(x)=x^2+2ax+1=(x+a)^2+1-a^2(a\in\mathbf{R})$. ………… 6分

讨论:

当 $-a\leq-1$,即 $a\geq1$ 时, $g(a)=f(-1)=2-2a$; ………… 7分

当 $-1<-a<1$,即 $-1<a<1$ 时, $g(a)=f(-a)=1-a^2$; ………… 8分

当 $-a\geq1$,即 $a\leq-1$ 时, $g(a)=f(1)=2+2a$. ………… 9分

综上, $g(a)=\begin{cases}2-2a, a\geq1,\\1-a^2, -1<a<1,\\2+2a, a\leq-1.\end{cases}$ ………… 10分

18. 解:(1)法一:因为函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,

所以 $f(-x)=-f(x)$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立, ………… 2分

即 $(k-1)2^{-x}+2^x=-(k-1)2^x-2^{-x}$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立, ………… 4分

整理得 $k(2^{2x}+1)=0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,所以 $k=0$. ………… 6分

法二:由 $f(0)=0$,得 $(k-1)2^0+2^0=0$,解得 $k=0$. ………… 2分

此时 $f(x)=2^{-x}-2^x$, ………… 4分

因为 $f(-x)=2^x-2^{-x}=-(2^{-x}-2^x)=-f(x)$,

所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是奇函数.

综上, $k=0$. ………… 6分

(2)根据题意,不等式 $(k-1)\cdot2^x+2^{-x}\geq4$ 对于任意的 $x\in[-1,1]$ 恒成立,

即不等式 $k-1\geqslant\frac{4}{2^x}-\left(\frac{1}{2^x}\right)^2$ 对于任意的 $x\in[-1,1]$ 恒成立. ………………………………………… 8 分

令 $\frac{1}{2^x}=t$,则 $t\in\left[\frac{1}{2},2\right]$,

令 $g(t)=-t^2+4t$,所以 $k-1\geqslant g(t)_{\max}$. ………………………………………………………………… 10 分

而 $g(t)=-t^2+4t=-(t-2)^2+4$ 在 $\left[\frac{1}{2},2\right]$ 上单调递增,

所以 $g(t)_{\max}=g(2)=4$, ………………………………………………………………………………………… 11 分

所以 $k-1\geqslant4$,解得 $k\geqslant5$.

故 k 的取值范围是 $[5,+\infty)$. ……………………………………………………………………………… 12 分

19. 解:(1)据题意,得 $\log_{a^2\ \ 2a}{}^{(1+|2|)}=1$, ……………………………………………………………………… 1 分

所以 $a^2-2a=3$, ……………………………………………………………………………………………………… 3 分

所以 $a=-1$ 或 $a=3$. …………………………………………………………………………………………… 4 分

(2)因为 $f(x)>0$,

所以 $\log_{a^2\ \ 2a}{}^{(1+|x|)}>0$. …………………………………………………………………………………… 5 分

讨论:当 $a^2-2a>1$ 时,$a<1-\sqrt{2}$ 或 $a>1+\sqrt{2}$, …………………………………………………………… 6 分

此时 $1+|x|>1$,

所以 $x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq0$. ……………………………………………………………………………………… 8 分

当 $0<a^2-2a<1$ 时,$1-\sqrt{2}<a<0$ 或 $2<a<1+\sqrt{2}$, ………………………………………………… 10 分

此时 $0<1+|x|<1$,解集为 $\varnothing$. ………………………………………………………………………… 11 分

综上,当 $a<1-\sqrt{2}$ 或 $a>1+\sqrt{2}$ 时,所求不等式的解集为 $\{x|x\in\mathbf{R},且\ x\neq0\}$;当 $1-\sqrt{2}<a<0$ 或 $2<a<1+\sqrt{2}$ 时,所求不等式的解集为 $\varnothing$. ………………………………………………………………………… 12 分

20. 解:(1)因为 $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2+ax$,

所以 $g'(x)=-x^2+2x+a$. ……………………………………………………………………………………… 1 分

又据题意知,当函数 $g(x)$ 在区间 $[3,+\infty)$ 上单调递减时,

$-x^2+2x+a\leqslant0$ 对 $\forall x\in[3,+\infty)$ 成立, ……………………………………………………………… 3 分

所以 $a\leqslant x^2-2x$ 对 $\forall x\in[3,+\infty)$ 成立. ……………………………………………………………… 4 分

又当 $x\in[3,+\infty)$ 时,$(x^2-2x)_{\min}=3$, ………………………………………………………………… 5 分

所以 $a\leqslant3$,即所求实数 a 的取值范围为 $(-\infty,3]$. …………………………………………………… 6 分

(2)因为"p 或 q"为真命题,"p 且 q"为假命题,

所以"p 真,q 假"或"p 假,q 真". …………………………………………………………………………… 8 分

据题设知,若 p 为真命题,则 $a>0$,且 $\frac{a}{-1}+1>0$,

所以 $0<a<1$. …………………………………………………………………………………………………… 9 分

(i)当"p 真,q 假"时,$\begin{cases}0<a<1,\\a>3,\end{cases}$ 此时不等式无解; ………………………………………… 10 分

(ii)当"p 假,q 真"时,$\begin{cases}a\leqslant0\text{ 或 }a\geqslant1,\\a\leqslant3,\end{cases}$

所以 $a\leqslant0$ 或 $1\leqslant a\leqslant3$. ……………………………………………………………………………… 11 分

综上，所求实数 a 的取值范围为 $(-\infty,0]\cup[1,3]$. ………………………… 12 分

21. 解：(1) 当 $a=1$ 时，$f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x+1$，则 $f'(x)=x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$. ………… 1 分

由 $f'(x)<0$，得 $1<x<2$；由 $f'(x)>0$ 得 $x<1$ 或 $x>2$，

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 和 $(2,+\infty)$ 上是增函数，在 $(1,2)$ 上是减函数. ………………… 2 分

所以 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点，$x=2$ 是 $f(x)$ 的极小值点，

所以 $f(x)$ 的极大值为 $f(1)=\frac{11}{6}$，$f(x)$ 的极小值为 $f(2)=\frac{5}{3}$. ………………………… 4 分

(2) $f'(x)=x^2-(a+2)x+2a=(x-a)(x-2)(x>0)$，………………………………………… 5 分

①当 $a\leqslant 0$ 时，$x-a$ 恒正，于是，当 $0<x<2$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>2$ 时，$f'(x)>0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 上是减函数，在 $(2,+\infty)$ 上是增函数，

所以 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极小值点，且 $f(2)=2a-\frac{1}{3}<0$，

又 $f(0)=1>0$，$f(4)=\frac{19}{3}>0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 和 $(2,4)$ 内各有一个零点，

即当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有两个零点. …………………………………… 7 分

②当 $0<a<2$ 时，列表如下：

x	$(0,a)$	a	$(a,2)$	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	增函数	极大值	减函数	极小值	增函数

考虑到 $f(a)=\frac{a^3}{3}-\frac{a+2}{2}\cdot a^2+2a^2+1=\frac{1}{6}a^2(6-a)+1>0$，$f(0)=1>0$，

当 $f(2)=2a-\frac{1}{3}<0$，即 $0<a<\frac{1}{6}$ 时，因为 $f(4)=\frac{19}{3}>0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有两个零点；

当 $f(2)=2a-\frac{1}{3}=0$，即 $a=\frac{1}{6}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有一个零点；

当 $f(2)=2a-\frac{1}{3}>0$，即 $\frac{1}{6}<a<2$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内没有零点. ………………… 9 分

③当 $a=2$ 时，$f'(x)=(x-2)^2\geqslant 0$，则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数，

所以 $f(x)>f(0)=1>0$，故 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内没有零点. ……………………………… 10 分

④当 $2<a\leqslant 6$ 时，列表如下：

x	$(0,2)$	2	$(2,a)$	a	$(a,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	增函数	极大值	减函数	极小值	增函数

考虑到 $f(0)=1>0$，$f(x)$ 的极大值 $f(2)=2a-\frac{1}{3}>0$，$f(x)$ 的极小值 $f(a)=\frac{1}{6}a^2(6-a)+1>0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内没有零点. ………………………………………………… 11 分

综上，当 $a<\frac{1}{6}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有两个零点；当 $a=\frac{1}{6}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有一个零点；

当$\frac{1}{6}<a\leqslant 6$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$内没有零点. ………………………………………… 12分

22.(1)解：因为$f(x)=\ln x+ax+1,x\in(0,+\infty)$，所以$f'(x)=\frac{1}{x}+a=\frac{1+ax}{x}$. ………………………… 1分

当$a\geqslant 0$时，$f'(x)>0$在$x\in(0,+\infty)$恒成立，所以函数$f(x)$的单调增区间是$(0,+\infty)$；………… 2分

当$a<0$时，令$f'(x)>0$，解得$0<x<-\frac{1}{a}$，令$f'(x)<0$，解得$x>-\frac{1}{a}$，所以函数$f(x)$的单调增区间是$\left(0,-\frac{1}{a}\right)$，单调递减区间是$\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$. ………………………………………… 3分

(2)解：不等式$f(x)\leqslant e^{x-1}+a$在$x\in[1,+\infty)$上恒成立，即$e^{x-1}-\ln x+a-ax-1\geqslant 0$在$[1,+\infty)$上恒成立. ………………………………………… 4分

设$F(x)=e^{x-1}-\ln x+a-ax-1$，又$F(1)=0$，所以$F'(x)=e^{x-1}-\frac{1}{x}-a$，在$[1,+\infty)$上为增函数. 因为$x\geqslant 1$，$e^{x-1}-\frac{1}{x}\geqslant 0$，所以当$a\leqslant 0$时，$F'(x)\geqslant 0$，$F(x)$在$[1,+\infty)$上为增函数，$F(x)\geqslant 0$恒成立. ……… 5分

当$a>0$时，$F'(1)<0$，$F'(x)$在$[1,+\infty)$上为增函数，

令$h(x)=e^x-x-1$，$x\in(1,+\infty)$，$h'(x)=e^x-1$，所以$h'(x)>0$在$x\in(1,+\infty)$上恒成立，所以$h(x)$在区间$(1,+\infty)$上单调递增，所以$h(x)>h(1)=e-2>0$，即$e^x>x+1$.

$F'(a+2)=e^{a+1}-\frac{1}{a+2}-a>a+1+1-\frac{1}{a+2}-a=2-\frac{1}{a+2}>0$，

所以$F'(1)F'(a+2)<0$. ………………………………………… 6分

所以$x_0\in(1,a+2)$，使得$F'(x_0)=0$，在$x\in(1,x_0)$上，$F'(x)<0$，所以$F(x)$在区间$(1,x_0)$上单调递减，$F(x)<0$，这时不合题意. ………………………………………… 7分

综上所述，实数a的取值范围是$(-\infty,0]$. ………………………………………… 8分

(3)证明：要证在$x\in[1,+\infty)$时，$(x-1)e^{x-1}-x\ln x\geqslant -x+1$，

只需证在$x\in[1,+\infty)$时，$(x-1)(e^{x-1}-\ln x-1)+2x-\ln x-2\geqslant 0$. ………………………… 10分

由(2)知，当$a=0$时，$e^{x-1}-\ln x-1\geqslant 0$在$x\in[1,+\infty)$上恒成立.

令$u(x)=2x-\ln x-2$，$x\in[1,+\infty)$，所以$u'(x)=2-\frac{1}{x}$，所以$u'(x)>0$在$x\in[1,+\infty)$上恒成立，所以$u(x)\geqslant u(1)=0$，所以在$x\in[1,+\infty)$，$(x-1)(e^{x-1}-\ln x-1)+2x-\ln x-2\geqslant 0$.

即$(x-1)e^{x-1}-x\ln x\geqslant -x+1$. ………………………………………… 12分

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。