2022 学年第二学期 9+1 高中联盟期中考试

高一数学参考答案

一、选择题： 本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	C	D	B	B	A

二、选择题： 本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

题号	9	10	11	12
答案	ABD	BCD	BC	BCD

三、填空题： 本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13【答案】$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$或$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

【解析】设$\vec{a}_0=(x,y)$，则$\begin{cases}x^2+y^2=1\\x+y=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$.

14【答案】54

【解析】一个山楂需要糖浆$V=\frac{4}{3}\pi(2^3-1.5^3)=18.5$，$1000\div18.5\approx54.05$，大约可制作 54 个冰糖葫芦.

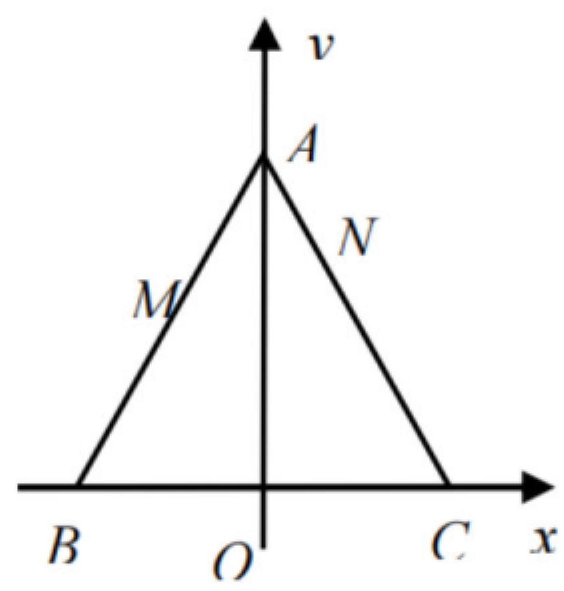
15【答案】直角三角形

【解析】由正、余弦定理可得$\sin A\sin C+\sin A\cos C=\sin B+\sin C$，又$\sin B=\sin(A+C)$，

所以$\sin A=\cos A+1$，$\therefore 2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}=2\cos^2\frac{A}{2}$，因为$0<\frac{A}{2}<\frac{\pi}{2}$，所以$\cos\frac{A}{2}\neq0$，得$\tan\frac{A}{2}=1$，

$\frac{A}{2}=45^\circ$，$A=90^\circ$，故为直角三角形.

16【答案】3 个



【解析】建系如图，$M(-\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2})$，$N(1,2\sqrt{3})$.

①当 P 在 BC 边上运动时，设$P(x,0)$，$-3\le x\le3$，

$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=x^2+\frac{1}{2}x+\frac{15}{2}=15$，得$x=-3$或$x=\frac{5}{2}$，此时 2 个；

②当点 P 在线段 AB 上运动时，设 $P(x,\sqrt{3}(x+3))$，$-3\le x\le 0$，

$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=4x^2+8x+3=15$，得 $x=-3$ 或 $x=1$，此时 1 个（与①中重合）；

当点 P 在线段 AC 上运动时，设 $P(x,\sqrt{3}(3-x))$，$0\le x\le 3$，

$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=4x^2-7x+3=15$，得 $x=\dfrac{7+\sqrt{97}}{8}$，此时 1 个，共 3 个.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17【解析】

（1）若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $t^2-t-2=0$，$\therefore t=2$ 或 $t=-1$；……………………………4 分

（2）若 $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{10}$，则 $t^2=9$，$t=\pm 3$.……………………………6 分

若 $t=3$，则 $\vec{a}=(5,3)$，$\vec{b}=(3,1)$，则 $\cos<\vec{a},\vec{b}>=\dfrac{9\sqrt{85}}{85}$；……………………………8 分

若 $t=-3$，则 $\vec{a}=(-1,-3)$，$\vec{b}=(-3,1)$，则 $\cos<\vec{a},\vec{b}>=0$.……………………………10 分

18【解析】

$f(x)=\cos x(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\dfrac{1}{2}\sin x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos^2 x-\dfrac{1}{2}\cos x\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\cos 2x-\dfrac{1}{4}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$=\dfrac{1}{2}\cos(2x+\dfrac{\pi}{6})+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ ……………………………4 分

（1）$\therefore T=\pi$ ……………………………5 分

$\because 0\le x\le\pi,\therefore\dfrac{\pi}{6}\le 2x+\dfrac{\pi}{6}\le 2\pi+\dfrac{\pi}{6},\ \therefore\pi\le 2x+\dfrac{\pi}{6}\le 2\pi,\dfrac{5\pi}{12}\le x\le\dfrac{11\pi}{12}$

所以递增区间是 $\left[\dfrac{5\pi}{12},\dfrac{11\pi}{12}\right]$；……………………………8 分

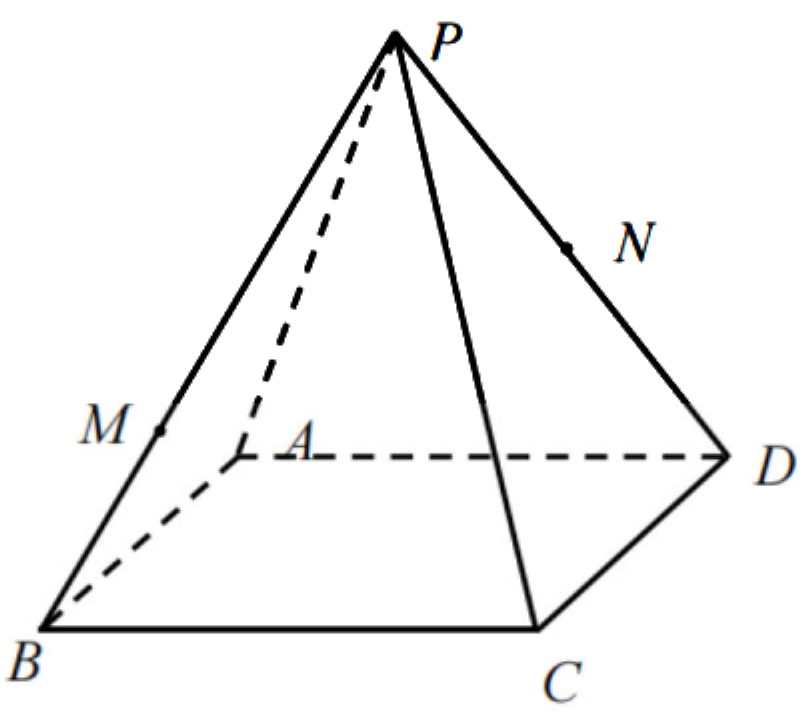
（2）$\because -\dfrac{\pi}{2}\le x\le 0,\therefore -\dfrac{5\pi}{6}\le 2x+\dfrac{\pi}{6}\le\dfrac{\pi}{6},\ \therefore\dfrac{\sqrt{3}}{2}\le t<\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. ……………………………12 分

19【解析】

（1）$S_{P-ABCD}=4+4\times\dfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{15}=4+4\sqrt{15}$；……………………6 分

（2）$V_{N-MCD}=V_{M-NCD}=\dfrac{2}{3}V_{B-NCD}=\dfrac{2}{3}V_{N-BCD}=\dfrac{1}{3}V_{P-BCD}$

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}V_{P-ABCD}=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{3}\times 4\times\sqrt{14}=\dfrac{2}{9}\sqrt{14}$.……………………12 分



20.【解析】

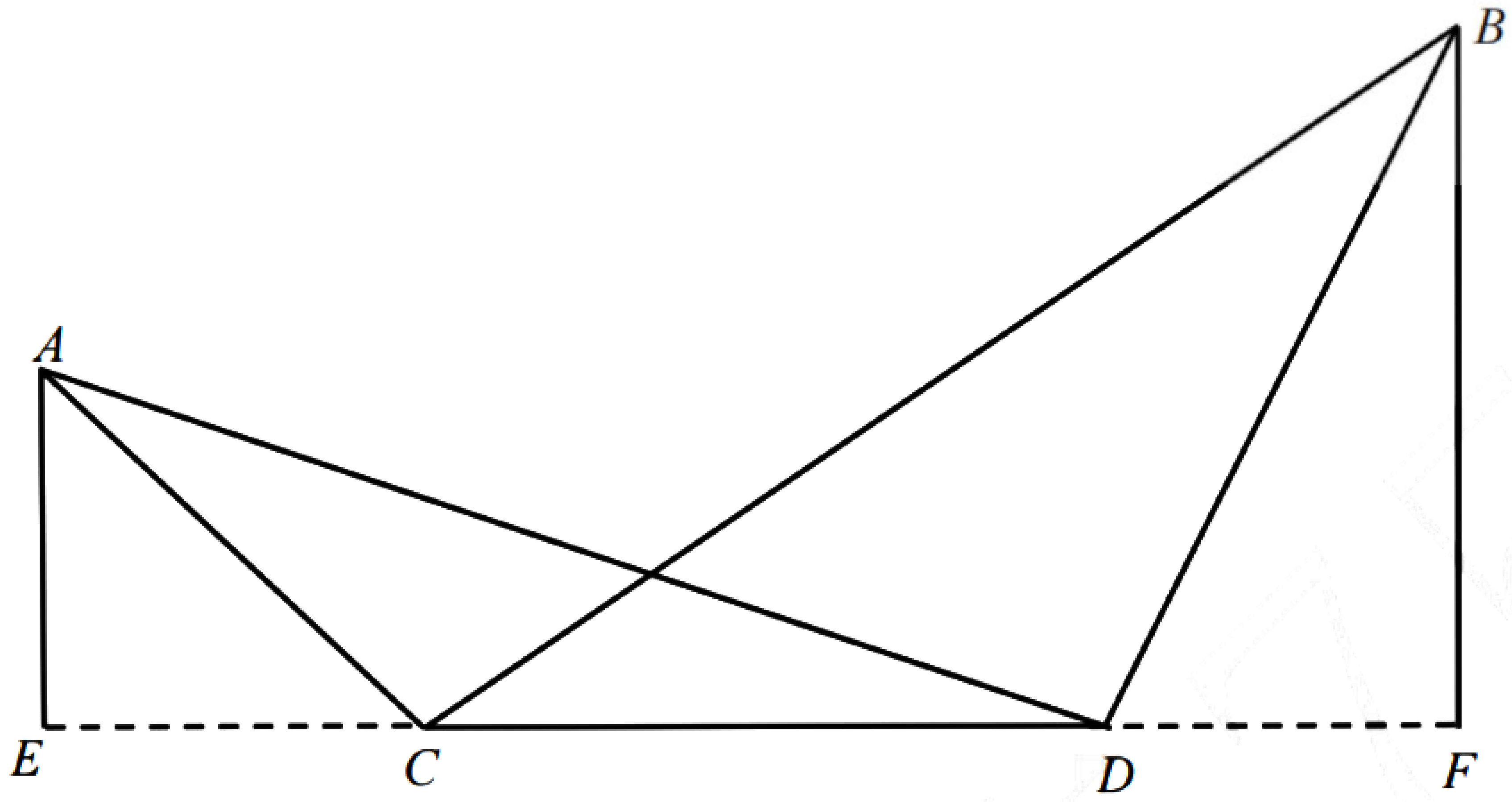
（1）在 ΔACD 中，$\dfrac{AC}{\sin\beta}=\dfrac{50}{\sin(\alpha-\beta)}$，$\therefore AC=\dfrac{50\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$，$AE=\dfrac{50\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$ ………………4 分

（2）在 ΔACD 中，$AD=50\sqrt{3}$，……………………………6 分

在ΔBCD中，$\dfrac{50}{\sin 30°}=\dfrac{BD}{\sin 45°}$，$\therefore BD=50\sqrt{2}$，……………………………8 分

在ΔABD中，$AB^2=2500\times 3+2500\times 2-2\times 50\sqrt{3}\times 50\sqrt{2}\times\cos 75°=2500(2+\sqrt{3})$

$\therefore AB=50\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=25(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ …………………………12 分



21【解析】

（1）$\because f(x)=\log_4\left(4^x+1\right)-mx$，$\therefore f(-x)=\log_4\left(4^{-x}+1\right)+mx=\log_4\left(4^x+1\right)+(m-1)x$，

$\because f(x)$是偶函数，$\therefore f(-x)=f(x)$，$\therefore \log_4\left(4^x+1\right)+(m-1)x=\log_4\left(4^x+1\right)-mx$，

$\therefore m-1=-m, \therefore m=\dfrac{1}{2}$. …………………………3 分

此时 $f(x)=\log_4\left(4^x+1\right)-\dfrac{1}{2}x=\log_4\dfrac{4^x+1}{2^x}=\log_4\left(2^x+2^{-x}\right)$.

（2）可知：$g(x)=4^{f(x)}=2^x+2^{-x}$在$\left[-\dfrac{1}{2},0\right)$上递减，在$[0,1]$上递增，令$g(x)=t\in\left[2,\dfrac{5}{2}\right]$

问题转化为: $bt^2+a\geq|at-b|$, 即$\dfrac{b}{a}\cdot t^2+1\geq\left|t-\dfrac{b}{a}\right|$, 再令$\dfrac{b}{a}=m$，

$\therefore mt^2+1\geq|t-m|$对$t\in\left[2,\dfrac{5}{2}\right]$恒成立. …………………………5 分

（i）当$m\leq 0$时，左边≤ 1，右边≥ 2，不符合题意；…………………………6 分

（ii）当$m>0$时，①当$m\geq\dfrac{5}{2}$时，则当$t=2$时，不等式左边取到最小，右边取到最大，满足题意，

则$4m+1\geq m-2$，解得$m\geq -1$，$\therefore m\geq\dfrac{5}{2}$；…………………………8 分

②当$0<m\leq 2$时，有$mt^2+1\geq t-m$，$\therefore m\geq\left(\dfrac{t-1}{t^2+1}\right)_{\max}=\left[\dfrac{1}{(t-1)+\dfrac{2}{t-1}+2}\right]_{\max}$，

则当$t=\sqrt{2}+1$时，$\left[\dfrac{1}{(t-1)+\dfrac{2}{t-1}+2}\right]_{\max}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$，

则 $m\ge\frac{\sqrt2-1}{2}$，$\therefore\frac{\sqrt2-1}{2}\le m\le 2$；…………………………10 分

③当 $2<m<\frac52$ 时，$mt^2+1>1>|t-m|$ 恒成立，符合题意.

综上所述，m 的取值范围是 $\left[\frac{\sqrt2-1}{2},+\infty\right)$.

$\therefore\frac{b}{a}$ 的取值范围是 $\left[\frac{\sqrt2-1}{2},+\infty\right)$. …………………………12 分

22【解析】

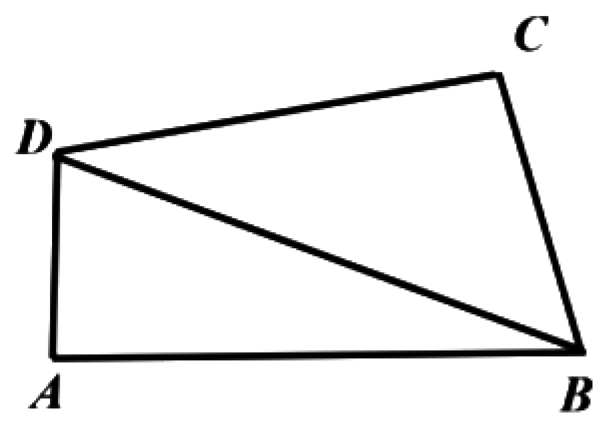
（1）设 $\angle ADB=\theta$，

则 $AB+BD=\frac{2}{\sqrt3}[\sin\theta+\sin(\frac{2\pi}{3}-\theta)]=\frac{2}{\sqrt3}(\frac32\sin\theta+\frac{\sqrt3}{2}\cos\theta)=2\sin(\theta+\frac{\pi}{6})$， ……………2 分

$\because\begin{cases}0<\theta<\frac{\pi}{2}\\0<\frac{2\pi}{3}-\theta<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，$\therefore\frac{\pi}{6}<\theta<\frac{\pi}{2}$， …………………………4 分

$\therefore\frac{\pi}{3}<\theta<\frac{2\pi}{3}$，$\frac{\sqrt3}{2}<\sin(\theta+\frac{\pi}{6})\le1$，$1+\sqrt3<AB+BD+DA\le3$. …………………………6 分

（2）在 ΔBCD 中，$\frac{BC}{\sin\frac{\pi}{6}}=\frac{BD}{\sin(\theta+\frac{\pi}{6})}=\frac{2}{\sin(\theta+\frac{\pi}{3})}$，



在 ΔABD 中，$BD=\frac{1}{\cos\theta}$，所以 $\frac{2}{\sin(\theta+\frac{\pi}{3})}=\frac{1}{\cos\theta\sin(\theta+\frac{\pi}{6})}$，

整理得 $\frac12\cos2\theta+\frac{\sqrt3}{2}\sin\theta+\frac12=\sin(\theta+\frac{\pi}{3})$， …………………………8 分

所以 $\sin(2\theta+\frac{\pi}{6})+\frac12=\sin(\theta+\frac{\pi}{3})$，又 $\sin(2\theta+\frac{\pi}{6})=-\cos(2\theta+\frac{2\pi}{3})=2\sin^2(\theta+\frac{\pi}{3})-1$

所以 $4\sin^2(\theta+\frac{\pi}{3})-2\sin(\theta+\frac{\pi}{3})-1=0$，$\therefore\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=\frac{1+\sqrt5}{4}$， …………………………10 分

所以 $BC=\frac{1}{\sin(\theta+\frac{\pi}{3})}=\frac{4}{1+\sqrt5}=\sqrt5-1$. …………………………12 分