成都石室中学2022-2023学年度下期高2023届二诊模拟考试

文科数学参考答案

1. C【解析】由题意可得，集合 $A=\{x|0<x<3\}$， $B=\left\{x\middle|x\geq\frac{1}{2}\right\}$，所以 $A\cup B=\{x|x>0\}$．故选C.

2. C【解析】设 $z=x+yi(x,y\in R)$．因为 $|z|=\bar{z}+1-2i$，所以 $\sqrt{x^2+y^2}=x-yi+1-2i=(x+1)-(y+2)i$，

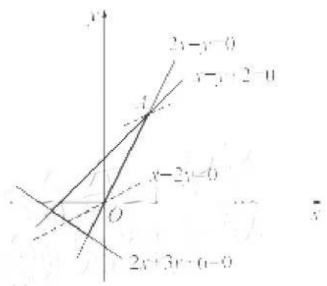
$\begin{cases}x^2+y^2=x+1,\\ y+2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{3}{2},\\ y=-2,\end{cases}$ 则 $z=\frac{3}{2}-2i$，所以复数 z 的虚部为-2．故选C.

3. D【解析】这7年我国跨境电商交易规模的平均数为 $\frac{5.5+6.3+7.1+8.03+9.7+11.5+12.1}{7}>8.0$（万亿元），故A错误；这7年我国跨境电商交易规模的增速有升有降，故B错误；这7年我国跨境电商交易规模的极差为 $12.1-5.5=6.6$（万亿元），故C错误；我国跨境电商交易规模的6个增速的中位数为 $\frac{13.1\%+14.5\%}{2}=13.8\%$，故D正确．故选D.

4. B【解析】作出可行域如图中阴影部分所示，$z=x-2y$ 可化简为 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}z$，即斜率为 $\frac{1}{2}$ 的平行直线．由

$\begin{cases}x-y+2=0,\\ 2x-y=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\ y=4,\end{cases}$ 则 $A(2,4)$．结合图形可知，当直线 $z=x-2y$ 过点 $A(2,4)$ 时，z 取最小值，

$z_{min}=2-2\times4=-6$．故选B.



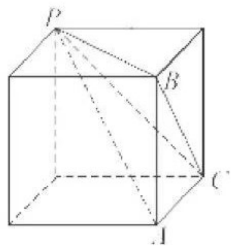
5. B【解析】由已知，得 $\sin 2\alpha=\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)=1-2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{2}{3}$．故选B.

6．D【解析】可借助正方体进行判断．对于 A 选项，正方体中从同一顶点出发的三条棱两两垂直，故 A 错误；对于 B 选项，选取正方体的上、下底面为 α，β 以及一个侧面为 γ，则 $\alpha // \beta$，故 B 错误；对于 C 选项，选取正方体的上底面的对角线为 a、b，下底面为 α，则 $a // b$ 不成立，故 C 错误；对于 D 选项，选取正方体的上、下底面为 α，γ，任意作一个平面 β 平行于下底面 γ，则有 $\alpha // \beta$ 成立，故 D 正确．故选 D．

7．C【解析】由已知中的程序框图可得，该程序的功能是利用循环结构计算并输出同时满足条件：①被 3 除余 1，②被 5 除余 2，且最小为两位数，所以输出的 $n=22$．故选 C．

8．C【解析】因为双曲线的右焦点为 $F(\sqrt{5},0)$，所以 $c=\sqrt{5}$．设其左焦点为 F_1．因为 $PF \perp QF$，点 P，Q 关于原点 O 对称，所以 $|PQ|=2|OF|=2\sqrt{5}$．由 $\triangle PQF$ 的面积为 4，得 $S=\frac{1}{2}|PF|\cdot|QF|=4$，则 $|PF|\cdot|QF|=8$．又 $|PF|^2+|QF|^2=|PQ|^2=20$，所以 $||PF|-|QF||=2$．又由双曲线的对称性可得 $|QF|=|PF_1|$，则由双曲线的定义可得 $||PF|-|PF_1||=2=2a$，所以 $a=1$，则离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$．故选 C．

9．B【解析】如图，该几何体是棱长为 2 的正方体中的三棱锥 $P-ABC$，其中面积最大为 $S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$．故选 B．



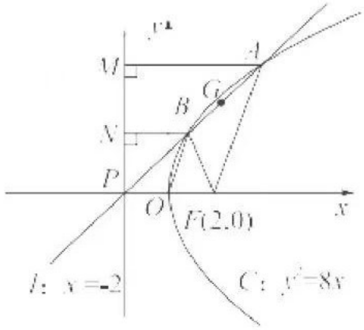
10．D【解析】因为 $f(x)$ 满足 $f(x)+f(-x)=0$，所以 $f(x)$ 为奇函数．又因为 $f(1+x)+f(1-x)=0$，所以 $f(x+2)=f[1+(1+x)]=-f[1-(1+x)]=-f(-x)=f(x)$，所以 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数．

又因为 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)=2^x-\sqrt{5}$，

所以 $f(\log_4 80)=f(2+\log_4 5)=f(\log_4 5)=f(\log_2\sqrt{5})=f(\log_2\sqrt{5}-2)$

$=-f(2-\log_2\sqrt{5})=-2^{2-\log_2\sqrt{5}}+\sqrt{5}=-\frac{4}{\sqrt{5}}+\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}$．故选 D．

11．A【解析】如图，设 AB 的中点为 G，抛物线 $C: y^2=8x$ 的准线为 $l: x=-2$，焦点为 $F(2,0)$，直线 $y=k(x+2)(k>0)$ 过定点 $P(-2,0)$，过点 A，B 分别作 $AM\perp l$ 于点 M，$BN\perp l$ 于点 N．由 $|FA|=2|FB|$，得 $|AM|=2|BN|$，所以点 B 为 AP 的中点．连接 OB，则 $|OB|=\frac{1}{2}|FA|=|FB|$，故点 B 的横坐标为 1，则点 A 的横坐标为 4，所以 AB 的中点 G 的横坐标为 $\frac{1+4}{2}=\frac{5}{2}$．故选 A．



12．A【解析】因为 $a=\log_2 3>1$，$b=\log_3 4>1$，

所以 $\frac{b}{a}=\log_3 2\times\log_3 4<\left(\frac{\log_3 2+\log_3 4}{2}\right)^2=\left(\frac{\log_3 8}{2}\right)^2<\left(\frac{\log_3 9}{2}\right)^2=1$，所以 $a>b>1$，所以 $c=\log_a b<\log_a a=1$，所以 $a>b>c$．故选 A．

13．$\pm2\sqrt{3}$【解析】因为 $\vec{a}+\vec{b}=(3,-2)$，$\vec{a}-\vec{b}=(1,x)$，所以 $\vec{a}=\left(2,\frac{-2+x}{2}\right)$，$\vec{b}=\left(1,\frac{-2-x}{2}\right)$．又因为 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

所以 $2\times1+\frac{-2+x}{2}\times\frac{-2-x}{2}=0$，解得 $x=\pm2\sqrt{3}$．

14．$(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=1$（答案不唯一）【解析】由题意可得，圆心 C 在直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上，圆 C 的方程形如 $(x-\sqrt{3}a)^2+(y-a)^2=a^2(a>0)$．

15．20π【解析】由 $AC=2\sqrt{3}$，$AB=2$，$BC=2$，得 $\angle ABC=\frac{2\pi}{3}$，所以 $2r=\frac{AC}{\sin\frac{2\pi}{3}}=4$，得 $r=2$（r 为 $\triangle ABC$ 外接圆半径）．又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin\angle ABC=\sqrt{3}$，则 $V_{P-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot h=\frac{\sqrt{3}}{3}h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以 $h=2$，即点 P 到平面 ABC 的距离为 2，所以外接球球心 O（PC 的中点）到平面 ABC 的距离 $d=1$，

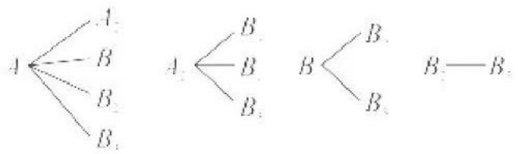
所以外接球半径 $R^2=r^2+d^2=5$，所以 $S_{球}=4\pi R^2=20\pi$．

16．5【解析】因为函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$，$f\left(-\frac{\pi}{4}\right)=0$，所以 $-\frac{\pi}{4}\omega+\varphi=m\pi$，$m\in\mathbf{Z}$ ①．又因为 $f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$，所以直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 是 $f(x)$ 图象的对称轴，所以 $\frac{\pi}{4}\omega+\varphi=n\pi+\frac{\pi}{2}$，$n\in\mathbf{Z}$ ②．由①②可得，$\varphi=(m+n)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$．又 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$．所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}$，则 $\omega=4n+1$，$n\in\mathbf{Z}$．又 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$ 上单调，$f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$，所以 $\frac{2\pi}{9}-\frac{\pi}{18}\le\frac{\pi}{\omega}$，即 $\frac{1}{6}\le\frac{1}{\omega}$，解得 $\omega\le 6$，故 ω 的最大值为 5．

17．解：（Ⅰ）参与调查的总人数为 $8000+4000+2000+1000+2000+3000=20000$，其中从持"不支持"态度的人数 $2000+3000=5000$ 中抽取了 30 人，所以 $n=20000\times\frac{30}{5000}=120$．

（Ⅱ）由已知易得，抽取的 5 人中，50 岁以下与 50 岁以上人数分别为 2 人（记为 A_1，A_2），3 人（记为 B_1，B_2，B_3）．

画树状图如下：



由树状图可知，从这 5 人中任意选取 2 人，基本事件共 10 个，
其中，至少有 1 人年龄在 50 岁以下的事件有 7 个，

故所求概率为 $\frac{7}{10}$．

18．解：（Ⅰ）因为 $S_n=a_{n+1}-2$，所以 $S_{n-1}=a_n-2\,(n\ge 2)$．

将上述两式相减，得 $a_{n+1}=2a_n\,(n\ge 2)$．

因为 $a_1=2$，$S_1=a_2-2$，即 $a_1=a_2-2$，所以 $a_2=4$，所以 $a_2=2a_1$，

所以 $a_{n+1}=2a_n\,(n\in\mathbf{N}^*)$．

因为 $a_1=2\neq0$，所以 $\dfrac{a_n+1}{a_n}=2\,(n\in\mathbf{N}^*)$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 2 为首项，2 为公比的等比数列，所以 $a_n=2^n$．

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知，$b_n=\log_2 a_n=\log_2 2^n=n$．

若选①：$c_n=b_n\cdot a_n=n\cdot2^n$，

则 $T_n=1\cdot2^1+2\cdot2^2+3\cdot2^3+\cdots+n\cdot2^n$，

$2T_n=1\cdot2^2+2\cdot2^3+\cdots+(n-1)\cdot2^n+n\cdot2^{n+1}$．

将上述两式相减，得 $-T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot2^{n+1}=\dfrac{2-2^{n+1}}{1-2}-n\cdot2^{n+1}$，

所以 $T_n=(n-1)\cdot2^{n+1}+2$．

若选②：$c_n=\dfrac{1}{4b_n^2-1}=\dfrac{1}{4n^2-1}=\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$，

则 $T_n=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}\right)+\cdots+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2n+1}\right)=\dfrac{n}{2n+1}$．

若选③：$c_n=(-1)^n\cdot b_n^2=(-1)^n\cdot n^2$．

当 n 为偶数时，$T_n=(-1^2+2^2)+(-3^2+4^2)+\cdots+\left[-(n-1)^2+n^2\right]=1+2+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$；

当 n 为奇数时，$T_n=T_{n+1}-c_{n+1}=\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}-(n+1)^2=-\dfrac{n(n+1)}{2}$．

综上，$T_n=(-1)^n\dfrac{n(n+1)}{2}$．

19．（Ⅰ）证明：如图，取 CF 的中点 D，连接 DM、DN．

因为 M、N 分别是 AF、CE 的中点，所以 $DM\parallel AC$，$DN\parallel EF$．

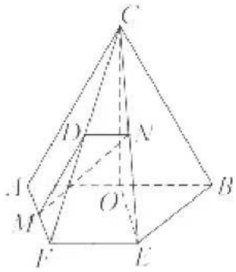
又因为 $DM\not\subset$ 平面 ABC，$AC\subset$ 平面 ABC，所以 $DM\parallel$ 平面 ABC．

又因为 $EF\parallel AB$，所以 $DN\parallel AB$，同理可得，$DN\parallel$ 平面 ABC．

因为 $DM\subset$ 平面 MND，$DN\subset$ 平面 MND，$DM\cap DN=D$，

所以平面 MND // 平面 ABC.

又因为 $MN\subset$ 平面 MND，所以 MN // 平面 ABC.



（Ⅱ）解：如图，取 AB 的中点 O，连接 OC、OE.

由已知可得，OA // EF 且 $OA=EF$，

所以四边形 $OAFE$ 是平行四边形，所以 OE // AF 且 $OE=AF$.

因为♀ ABC 是正三角形，O 是 AB 的中点，所以 $OC\perp AB$.

又因为平面 $ABC\perp$ 平面 $ABEF$，平面 $ABC\cap$ 平面 $ABEF=AB$，所以 $OC\perp$ 平面 $ABEF$.

又 $OE\subset$ 平面 $ABEF$，所以 $OC\perp OE$.

设 $AF=EF=EB=\frac{1}{2}AB=a$，则 $OC=\sqrt{3}a$，$OE=a$.

在Rt♀ COE 中，由 $OC^2+OE^2=CE^2$，得 $(\sqrt{3}a)^2+a^2=4^2$，则 $a=2$，

所以 $OC=2\sqrt{3}$，$AF=EF=EB=\frac{1}{2}AB=2$，则 $AB=4$，$AM=\frac{1}{2}AF=1$.

由题意易得，$\angle FAB=60^\circ$，

则点 M 到 AB 的距离 $h=AM\cdot\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即点 M 到平面 ABC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

又 MN // 平面 ABC，

所以 $V_{N-ABC}=V_{M-ABC}=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle ABC}\cdot h=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2$.

20．解：（Ⅰ）当 $a=1$ 时，$f(x)=\ln x-x^2+x$，$f(x)=\frac{1}{x}-2x+1=-\frac{(2x+1)(x-1)}{x}$，

当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，所以 $f(x)_{max}=f(1)=0$．

（Ⅱ）由 $f(x)=\ln x-ax^2+x+\ln a(a>0)$，得 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-2ax+1(a>0)$，

易知 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减．

①由（Ⅰ）可知，当 $a=1$ 时，$f(x)\le 0$，符合题意．

②当 $0<a<1$ 时，$f'(1)=2(1-a)>0$，$f'\left(\dfrac{1}{a}\right)=a-1<0$，

所以存在 $x_1\in\left(1,\dfrac{1}{a}\right)$ 时，使得 $f'(x_1)=0$，

故当 $x\in\left(x_1,\dfrac{1}{a}\right)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

所以 $f(x)>f\left(\dfrac{1}{a}\right)=\ln\dfrac{1}{a}-a\cdot\left(\dfrac{1}{a}\right)^2+\dfrac{1}{a}+\ln a=0$，不符题意，舍去．

③当 $a>1$ 时，$f'(1)=2(1-a)<0$，$f'\left(\dfrac{1}{a}\right)=a-1>0$，

所以存在 $x_2\in\left(\dfrac{1}{a},1\right)$，使得 $f'(x_2)=0$，

故当 $x\in[1,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，$f(x)\le f(1)=\ln a-a+1$．

令 $g(a)=\ln a-a+1(a>1)$，则 $g'(a)=\dfrac{1}{a}-1=\dfrac{1-a}{a}<0$，故 $g(a)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $g(a)<g(1)=0$，故 $f(x)<0$，符合题意．

综上所述，a 的取值范围是 $[1,+\infty)$．

21．解：（Ⅰ）依题意，得 $\begin{cases} c=\sqrt{3}, \\ \dfrac{3}{a^2}+\dfrac{1}{4b^2}=1, \\ a^2=b^2+c^2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=1, \\ c=\sqrt{3}, \end{cases}$ 所以椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$．

（Ⅱ）易知直线 AP 与 AQ 的斜率同号，所以直线 PQ 不垂直于 x 轴，

故可设 $PQ: y=kx+m$， $P(x_1,y_1)$， $Q(x_2,y_2)$．

由 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1,\\ y=kx+m,\end{cases}$ 得 $(1+4k^2)x^2+8mkx+4m^2-4=0$，

所以 $x_1+x_2=\dfrac{-8mk}{1+4k^2}$， $x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{1+4k^2}$， $\Delta=16(4k^2+1-m^2)>0$，即 $4k^2+1>m^2$．

由 $k_{AP}\cdot k_{AQ}=\dfrac{1}{20}$，得 $\dfrac{y_1}{x_1-2}\cdot\dfrac{y_2}{x_2-2}=\dfrac{1}{20}$，

消去 y_1， y_2 得 $20(kx_1+m)(kx_2+m)=(x_1-2)(x_2-2)$，

即 $20k^2x_1x_2+20km(x_1+x_2)+20m^2=x_1x_2-2(x_1+x_2)+4$，

所以 $20k^2\cdot\dfrac{4m^2-4}{1+4k^2}+20km\cdot\dfrac{-8mk}{1+4k^2}+20m^2=\dfrac{4m^2-4}{1+4k^2}-2\cdot\dfrac{-8mk}{1+4k^2}+4$，

整理得 $m^2-km-6k^2=0$，所以 $m=-2k$ 或 $m=3k$，

所以直线 $PQ: y=k(x-2)$ 或 $y=k(x+3)$．

又因为直线 PQ 不经过点 $A(2,0)$，所以直线 PQ 经过定点 $(-3,0)$，

所以直线 PQ 的方程为 $y=k(x+3)$，易知 $k\neq0$，设定点 $B(-3,0)$，

则 $S_{\triangle APQ}=\left|S_{\triangle ABP}-S_{\triangle ABQ}\right|$

$=\dfrac{1}{2}|AB||y_1-y_2|$

$=\dfrac{5}{2}|k||x_1-x_2|$

$=\dfrac{5}{2}|k|\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\dfrac{5}{2}|k|\sqrt{\left(\dfrac{-8km}{1+4k^2}\right)^2-4\cdot\dfrac{4m^2-4}{1+4k^2}}$

$=\dfrac{5|k|}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{16(4k^2+1-m^2)}}{1+4k^2}$

$= \dfrac{10\sqrt{(1-5k^2)k^2}}{1+4k^2}$.

因为 $\Delta > 0$ 即 $4k^2+1>m^2$，且 $m=3k$，所以 $1-5k^2>0$，所以 $0<k^2<\dfrac{1}{5}$，

所以 $S_{APQ} = \dfrac{10\sqrt{(1-5k^2)k^2}}{1+4k^2} = \dfrac{5}{3}\cdot\dfrac{2\sqrt{(1-5k^2)\cdot 9k^2}}{1+4k^2} \le \dfrac{5}{3}\cdot\dfrac{(1-5k^2)+9k^2}{1+4k^2} = \dfrac{5}{3}$，当且仅当 $k^2=\dfrac{1}{14}$ 时取等号，

所以♀ APQ 面积的最大值为 $\dfrac{5}{3}$.

22．解：（Ⅰ）曲线 C 的普通方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，$x\in(0,2]$.

（Ⅱ）直线 l 的极坐标方程为 $\rho(\sin\theta+\cos\theta)=1$，易得 $|OA| = \dfrac{1}{\sin\alpha+\cos\alpha}$.

曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$，易得 $|OB| = 2\cos\alpha$.

由已知，得 $\dfrac{1}{\sin\alpha+\cos\alpha} = 2(\sqrt{3}-1)\cos\alpha$，$\sin 2\alpha + 2\cos^2\alpha = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$，

$\sin 2\alpha + 1 + \cos 2\alpha = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$，$\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$，

两边平方并整理得 $\sin 4\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

又 $0<\alpha<\dfrac{3\pi}{8}$，即 $0<4\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$，所以 $4\alpha<\dfrac{4\pi}{3}$，则 $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$.

23．解：（Ⅰ）由题意，知 $|x+a|-|x-2b| \le |(x+a)-(x-2b)| = |a+2b| = a+2b$.

因为存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $|x_0+a|-|x_0-2b|\ge 4$，

所以只需 $a+2b\ge 4$，即 $a+2b$ 的取值范围是 $[4,+\infty)$.

（Ⅱ）由柯西不等式，得 $(1^2+2^2)(a^2+b^2)\ge(a+2b)^2\ge 16$，

当 $a=\dfrac{4}{5}$，$b=\dfrac{8}{5}$ 时，a^2+b^2 取得最小值 $\dfrac{16}{5}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线