无锡市普通高中 2023 届高三期终调研考试卷

数　　学

2023.02

注意事项与说明：本卷考试时间为 120 分钟，全卷满分 150 分．

一、单选题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分．每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1．设集合 $A=\{x|x=2k-1,\ k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|0\leqslant x+1<6\}$，则 $A\cap B=$　　（ ▲ ）

A．$\{1,\ 3\}$　　B．$\{-1,\ 1,\ 3\}$　　C．$\{1,\ 3,\ 5\}$　　D．$\{-1,\ 1,\ 3,\ 5\}$

2．“$a=1$”是“复数 $\dfrac{a^2+i}{1-i}(a\in\mathbf{R})$ 为纯虚数”的　　（ ▲ ）

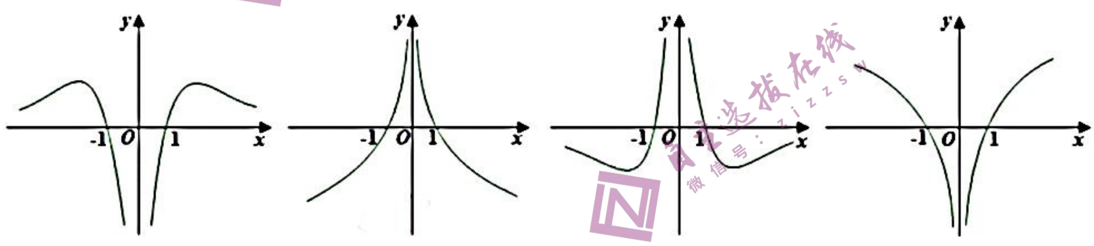
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．若 $\tan\alpha>\sin\alpha>\sin2\alpha$，$\alpha\in(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2})$，则 $\alpha\in$　　（ ▲ ）

A．$(-\dfrac{\pi}{2},\ -\dfrac{\pi}{6})$　　B．$(-\dfrac{\pi}{2},\ -\dfrac{\pi}{3})$　　C．$(\dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{\pi}{2})$　　D．$(\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{\pi}{2})$

4．函数 $f(x)=\dfrac{2^x\ln x^2}{4^x+1}$ 的部分图象大致为　　（ ▲ ）



A　　B　　C　　D

5．已知 m，n 为异面直线，$m\perp$ 平面 α，$n\perp$ 平面 β．若直线 l 满足 $l\perp m$，$l\perp n$，$l\not\subset\alpha$，$l\not\subset\beta$．则下列说法正确的是　　（ ▲ ）

A．$\alpha/\!/\beta$，$l/\!/\alpha$　　B．$\alpha\perp\beta$，$l\perp\beta$

C．α 与 β 相交，且交线平行于 l　　D．α 与 β 相交，且交线垂直于 l

6．在平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $\overrightarrow{DE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{BF}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{FC}$，$|\overrightarrow{AE}|=2$，$|\overrightarrow{AF}|=2\sqrt{3}$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$

$=$　　（ ▲ ）

A．-9　　B．-6　　C．6　　D．9

7．双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线与双曲线左、右两支分别交于点 P，Q，若 $\overrightarrow{PQ}=-4\overrightarrow{PF_1}$，$M$ 为 PQ 的中点，且 $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$，则双曲线的离心率为　　（ ▲ ）

A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　　　B．$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　　　C．$\frac{\sqrt{14}}{2}$　　　　D．2

8．设 $a=\frac{2}{7}$，$b=\ln 1.4$，$c=e^{0.4}-1.32$，则下列关系正确的是　　（ ▲ ）

A．$a>b>c$　　B．$c>a>b$　　C．$c>b>a$　　D．$b>a>c$

二、多选题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．已知由样本数据$(x_i，y_i)(i=1，2，3，\cdots，10)$组成的一个样本，得到经验回归方程为$\hat{y}=2x-0.4$，且$\overline{x}=2$，去除两个样本点$(-2，1)$和$(2，-1)$后，得到新的经验回归方程为$\hat{y}=3x+\hat{b}$．在余下的 8 个样本数据和新的经验回归方程中　　（ ▲ ）

A．相关变量 x，y 具有正相关关系

B．新的经验回归方程为$\hat{y}=3x-3$

C．随着自变量 x 值增加，因变量 y 值增加速度变小

D．样本$(4，8.9)$的残差为-0.1

10．已知 F_1，F_2 为曲线 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{m}=1$的焦点，则下列说法正确的是　　（ ▲ ）

A．若曲线 C 的离心率 $e=\frac{1}{2}$，则 $m=3$

B．若 $m=-12$，则曲线 C 的两条渐近线夹角为$\frac{\pi}{3}$

C．若 $m=3$，曲线 C 上存在四个不同点 P，使得$\angle F_1PF_2=90°$

D．若 $m<0$，曲线 C 上存在四个不同点 P，使得$\angle F_1PF_2=90°$

11．已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，底面边长为 2，D 是 AC 中点，若该正三棱柱恰有一内切球，下列说法正确的是　　（ ▲ ）

A．平面 $BDC_1\perp$平面 ACC_1A_1　　B．$B_1D\perp$平面 BDC_1

C．该正三棱柱体积为 2　　D．该正三棱柱外接球的表面积为$\frac{10\pi}{3}$

12．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)+2(\omega>0，\varphi\in\mathbf{R})$满足 $f(\frac{3\pi}{2}-x)+f(x)=4$．下列说法正确的是

（ ▲ ）

A．$f(\frac{3\pi}{4})=2$

B．当$|x_2-x_1|\leqslant\frac{\pi}{2}$，都有$|f(x_2)-f(x_1)|\leqslant 1$，函数 $f(x)$的最小正周期为π

C．若函数 $f(x)$在$(\frac{7\pi}{12}，\pi)$上单调递增，则方程 $f(x)=\frac{5}{2}$在$[0，2\pi)$上最多有 4 个不相等的实数根

D．设 $g(x)=f(x-\frac{\varphi}{\omega})$，存在 m，$n(\frac{\pi}{2}\leqslant m<n\leqslant\pi)$，$g(m)+g(n)=6$，则$\omega\in[\frac{9}{2}，5]\cup[\frac{13}{2}，+\infty)$

三、填空题；本大题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分．

13．若$(2x^2-\frac{1}{x})^n$的展开式中第 5 项为常数项，则该常数项为____▲____．(用数字表示)

14．请写出一个与 x 轴和直线 $y=\sqrt{3}x$ 都相切的圆的方程____▲____．

15．函数 $f(x)=x\ln x-ax^2+x(a\in\mathbf{R})$的图象在点$(1，f(1))$处的切线 l 恒过定点，则该定点坐标为____▲____．

16．已知向量 $\boldsymbol{a}_1=(1，1)$，$\boldsymbol{b}_n=(\frac{1}{n}，0)$，$\boldsymbol{a}_n-\boldsymbol{a}_{n+1}=(\boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{b}_{n+1})\boldsymbol{b}_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $\boldsymbol{a}_3\cdot\boldsymbol{a}_4=$____▲____，

$\frac{\boldsymbol{a}_1\cdot\boldsymbol{b}_3}{2}+\frac{\boldsymbol{a}_2\cdot\boldsymbol{b}_4}{3}+\cdots+\frac{\boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{b}_{n+2}}{n+1}=$____▲____．

四、解答题：本大题共 6 小题，共计 70 分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．(本小题满分 10 分)

已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，公差 $d\neq0$，a_3 是 a_1，a_{13} 的等比中项，$S_5=25$．

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$\{b_n\}$满足 $b_1=-1$，$b_n+b_{n+1}=S_n$，求 b_{20}．

▲　　▲　　▲

18．(本小题满分 12 分)

在①$a\cos B-b\cos A=c-b$，②$\tan A+\tan B+\tan C-\sqrt{3}\tan B\tan C=0$，③△$ABC$ 的面积为$\frac{1}{2}a(b\sin B+c\sin C-a\sin A)$，这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并加以解答．

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且________．

(1)求角 A；

(2)若 $a=8$，△ABC 的内切圆半径为$\sqrt{3}$，求△ABC 的面积．

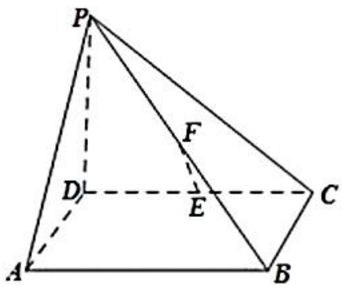
▲　　▲　　▲

19．(本小题满分 12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp$平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为矩形，E，F 分别为 CD，PB 的中点，$AD=PD=2$，$AB=4$．

(1)求证：EF∥平面 PAD；

(2)在线段 AP 上求点 M，使得平面 MEF 与平面 AEF 夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$．



▲　　▲　　▲

20．(本小题满分 12 分)

体育比赛既是运动员展示个人实力的舞台，也是教练团队排兵布阵的战场．在某团体比赛项目中，教练组想研究主力队员甲、乙对运动队得奖牌的贡献，根据以往的比赛数据得到如下统计：

	运动队赢得奖牌	运动队未得奖牌	总计
甲参加	40	b	70
甲未参加	c	40	f
总计	50	e	n

(1)根据小概率值$\alpha=0.001$ 的独立性检验，能否认为该运动队赢得奖牌与甲参赛有关联?

(2)根据以往比赛的数据统计，乙队员安排在 1 号，2 号，3 号三个位置出场比赛，且出场率分别为 0.3，0.5，0.2，同时运动队赢得奖牌的概率依次为：0.6，0.7，0.5．则

①当乙队员参加比赛时，求该运动队比赛赢得奖牌的概率；

②当乙队员参加比赛时，在运动队赢得比赛奖牌的条件下，求乙在 2 号位置出场的概率．

附表及公式：

α	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
x_α	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

▲　　▲　　▲

21．(本小题满分 12 分)

已知椭圆 C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点 F 和抛物线 C_1：$y^2=2px(p>0)$焦点重合，且 C_1 和 C_2 的一个公共点是$(\frac{2}{3},\ \frac{2\sqrt{6}}{3})$.

(1)求 C_1 和 C_2 的方程；

(2)过点 F 作直线 l 分别交椭圆于 A，B，交抛物线 C_2 于 P，Q，是否存在常数λ，使得$\frac{1}{|AB|}-\frac{\lambda}{|PQ|}$为定值?若存在，求出$\lambda$的值；若不存在，说明理由.

▲　　▲　　▲

22．(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=a\ln(x+\frac{\pi}{4})+\cos x$，其中 a 为实数.

(1)若 $f(x)$在区间$(-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4})$上单调递增，求 a 的取值范围；

(2)若 $0<a<1$，试判断关于 x 的方程 $f(x)=\sin x$ 在区间$(-\frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4})$上解的个数，并给出证明.

(参考数据：$\ln\pi\approx1.14$)

▲　　▲　　▲