2022—2023 学年金科大联考高三3月质量检测 · 数学

参考答案、提示及评分细则

1.【答案】D

【解析】∵$M=\{x|\log_2 x<2\}=\{x|0<x<4\}$，$N=\{y|y=2^x, x\geqslant 1\}=\{y|y\geqslant 2\}$，∴$M\cap N=[2,4)$. 故选 D.

2.【答案】C

【解析】依题意，$a(1+i)+b(1-i)=4-2i$，∴$\begin{cases}a+b=4,\\ a-b=-2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\ b=3.\end{cases}$ ∴$|a+bi|=\sqrt{10}$. 故选 C.

3.【答案】A

【解析】三个中至少有一人打中的对立事件是三人均打不中，三人均打不中的概率为$(1-0.8)\times(1-0.8)\times(1-0.7)=0.012$，所以三人中至少有一人打中的概率为 $1-0.012=0.988$. 故选 A.

4.【答案】B

【解析】∵$f(x)$是奇函数，∴$f(-x)+f(x)=0$，$\lg\frac{1+x}{1-x}+(\tan\theta-2)(-x)^2+\lg\frac{1-x}{1+x}+(\tan\theta-2)x^2=0$，$\lg\left[\left(\frac{1+x}{1-x}\right)\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\right]+2(\tan\theta-2)x^2=0$，$2(\tan\theta-2)x^2=0$，$\tan\theta=2$，$\sin 2\theta-\cos 2\theta=2\sin\theta\cdot\cos\theta-\cos^2\theta+\sin^2\theta=\frac{2\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{2\tan\theta-1+\tan^2\theta}{\tan^2\theta+1}=\frac{2\times2-1+2^2}{2^2+1}=\frac{7}{5}$. 故选 B.

5.【答案】C

【解析】由题可知$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$，∵点 F 在 BE 上，∴$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AE}$，∴$\overrightarrow{AF}=\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\lambda\right)\overrightarrow{AB}+\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\lambda\right)\overrightarrow{AD}$. ∴$\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\lambda=\frac{1}{3}$，$\lambda=\frac{1}{2}$. ∴$x=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$. 故选 C.

6.【答案】A

【解析】函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega<0)$的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{|\omega|}$，∴$\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{|\omega|}$，即$-2\leqslant\omega<0$.

当 $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$时，$\omega\pi+\frac{\pi}{3}\leqslant\omega x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{3}$. 依题意，$-\pi+k\pi\leqslant\omega\pi+\frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{3}\leqslant k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，解得$-\frac{4}{3}+k\leqslant\omega\leqslant-\frac{2}{3}+2k$，∴当 $k=0$ 时成立，$\omega\in\left[-\frac{4}{3},-\frac{2}{3}\right]$. 故选 A. 来源：高三答案公众号

7.【答案】D

【解析】由题意，$a_n^2=a_{n+1}+a_n-1$，$a_n=\frac{a_{n+1}-1}{a_n-1}$，∴$2022a_1a_2\cdots a_m=2022\cdot\frac{a_2-1}{a_1-1}\cdot\frac{a_3-1}{a_2-1}\cdots\frac{a_{m+1}-1}{a_m-1}=a_{m+1}-1$. ∵$m$ 为偶数，∴$(-1)^{m-1}a_{m-1}^2+(-1)^m a_m^2=-(a_m+a_{m-1}-1)+(a_{m+1}+a_m-1)=a_{m+1}-a_{m-1}$，∴左边$=a_{m+1}-a_1+m$，此时$a_{m+1}-a_1+m=a_{m+1}-1$，∴$m=a_1-1=2022$. 故选 D.

8.【答案】B

【解析】令 $f(x)=\frac{\ln(x-0.1)}{x}$，$f'(x)=\frac{\frac{x}{x-0.1}-\ln(x-0.1)}{x^2}$.

令 $g(x)=\frac{x}{x-0.1}-\ln(x-0.1)$，$g'(x)=\frac{[illegible]}{(x-0.1)^2}$，当 $x>0.1$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减.

又 $g(e+0.1)=\frac{e+0.1}{e}-\ln e=\frac{0.1}{e}>0$，∴当 $0.1<x<e+0.1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增.

$\therefore f(2.2)<f(2.3)$,即$\frac{\ln 2.1}{2.2}<\frac{\ln 2.2}{2.3}$,$2.3\ln 2.1<2.2\ln 2.2$,$\therefore 2.1^{2.3}<2.2^{2.2}$.

同理,可知$f(x)=\frac{\ln(x+0.1)}{x}$在$(0,2.4]$上单调递增,$\therefore f(2.1)<f(2.2)$,即$\frac{\ln 2.2}{2.1}<\frac{\ln 2.3}{2.2}$.

$\therefore 2.2\ln 2.2<2.1\ln 2.3$,即$2.2^{2.2}<2.3^{2.1}$.

综上所述,$a<b<c$,故选 B.

9.【答案】ABD

【解析】对于 A 选项,$6\times 50\%=3$,第 3 个和第 4 个数的平均数为$\frac{7+8}{2}=7.5$,故 A 正确;

对于 B 选项,$P(1<X<2)=P(2<X<3)=0.5-P(X>3)=0.5-0.3=0.2$,故 B 正确;

对于 C 选项,$Y\sim B\left(10,\frac{1}{2}\right)$,则$E(Y)=np=10\times\frac{1}{2}=5$;故 C 错误;

对于 D 选项,$-2<0$,可得 y 与 x 具有负线性相关关系,可知 D 正确. 故选 ABD.

10.【答案】ACD

【解析】抛物线 C 的标准方程为$y^2=4x$,开口向右,焦点坐标为$(1,0)$,故 A 正确;准线方程$x=-1$,故 B 错误;$|AB|$的最小值为 4,故 C 正确;根据性质可知,以 AB 为直径的圆始终与准线相切,故 D 正确,故选 ACD.

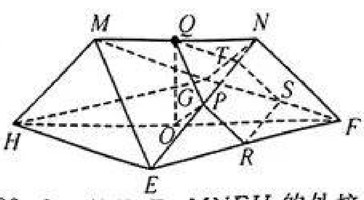
11.【答案】BD

【解析】甲、乙两名同学所选科目共有"所选科目完全不同","所选科目恰有一门相同","所选科目完全相同"这三种情况,即 A 与 B 为互斥事件但不对立,选项 A 错误;B 与 D 为互斥事件,选项 B 正确;易知$P(A)=\frac{C_4^1C_3^1C_2^1}{C_4^2C_4^2}=\frac{2}{3}$,$P(B)=\frac{C_4^2}{C_4^2C_4^2}=\frac{1}{6}$,$P(C)=1-P(A)-P(B)=\frac{1}{6}$,$P(D)=\frac{C_3^1C_3^1}{C_4^2C_4^2}=\frac{1}{4}$,$P(CD)=\frac{C_3^1}{C_4^2C_4^2}=\frac{1}{12}\neq P(C)\cdot P(D)$,$P(AD)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_4^2C_4^2}=\frac{1}{6}=P(A)\cdot P(D)$,选项 C 错误;选项 D 正确,故选 BD.

12.【答案】AC

【解析】先求 MN 与平面 $EFGH$ 的距离,由题意可知 $GE=AD=2\sqrt{2}$,$NG=NE=2$,$\therefore NG^2+NE^2=GE^2$,$\therefore NG\perp NE$,由$V_{E\text{-}NGE}=V_{N\text{-}GEF}$,得$OQ=\frac{2\times 2\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times 2}=1$,取 NE 的中点为点 P,则$\angle OPQ$即为异面直线 GN 与 ME 所成夹角的平面角或其补角,而$OP=PQ=1$,$\therefore\triangle OPQ$为等边三角形,$\therefore$异面直线 GN 与 ME 的夹角大小为60°,选项 A 正确;

$V_{MNEFGH}=2V_{E\text{-}MNFH}=2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(2+4)\times 1\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$,选项 B 错误;



在$\triangle NFH$中,$\angle NFH=45^\circ$,$NH=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$,$\therefore\triangle NFH$的外接圆直径$D_1=\frac{\sqrt{10}}{\sin 45^\circ}=2\sqrt{5}$,$\triangle HEF$的外接圆直径$D_2=\frac{\sqrt{6}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=3\sqrt{2}$,$\therefore$四棱锥 E-$MNFH$ 的外接球直径 D 满足$D^2=D_1^2+D_2^2-HF^2=20+18-16=22$,$\therefore$四棱锥 E-$MNFH$ 的外接球表面积为$\pi D^2=22\pi$,选项 C 正确;

$\because ON\perp$平面 MEG,点 P 所在平面与平面 MEG 平行,$\therefore$点 P 的轨迹为五边形 $QPRST$,长度为$1+\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+1=2+2\sqrt{2}$,D 选项错误. 故选 AC.

13.【答案】$\pm\frac{1}{2}$

【解析】$(ax-1)^7$ 二项展开式的通项为 $T_{r+1}=(-1)^r C_7^r a^{7-r}x^{7-r}$，令 $r=3$，则 $T_4=-C_7^3 a^4x^4=-\frac{35}{16}x^4$，解得 $a=\pm\frac{1}{2}$.

14.【答案】$\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$

【解析】设函数 $h(x)=e^x f(x)$，则 $h'(x)=e^x[f(x)+f'(x)]>0$，$h(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，则 $e^{2x}f(2x+1)>e^{2-x}f(3-x)$，$e^{2x+1}f(2x+1)>e^{3-x}f(3-x)$，$h(2x+1)>h(3-x)$，$2x+1>3-x$，解得 $x>\frac{2}{3}$.

15.【答案】$\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$

【解析】由题意可知，存在点 P 使得 $\angle APB$ 为钝角或平角，即直线 $kx-y+3-4k=0$ 与以 AB 为直径的圆相交，设圆心 $(2,-1)$ 到直线的距离为 d，则 $d<2$，即 $\frac{|2k+1+3-4k|}{\sqrt{k^2+1}}<2$，解得 $k>\frac{3}{4}$，故 k 的取值范围为 $\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$.

16.【答案】$(5,0)$，$(13,0)$

【解析】设 $P(x_0,y_0)$，则 $x_0\neq\pm3$ 且 $\frac{x_0^2}{9}+\frac{y_0^2}{2}=1$，而 $\frac{y_M-0}{9-(-3)}=\frac{y_0-0}{x_0-(-3)}$，$\frac{y_N-0}{9-3}=\frac{y_0-0}{x_0-3}$，即 $y_M=\frac{12y_0}{x_0+3}$，$y_N=\frac{6y_0}{x_0-3}$，$\therefore M\left(9,\frac{12y_0}{x_0+3}\right)$，$N\left(9,\frac{6y_0}{x_0-3}\right)$，$\therefore y_M\cdot y_N=\frac{12y_0}{x_0+3}\cdot\frac{6y_0}{x_0-3}=\frac{72y_0^2}{-\frac{9}{2}y_0^2}=-16$（定值），而 y_M+y_N 不为定值. 设 $T(x_T,y_T)$，则 $\overrightarrow{TM}\cdot\overrightarrow{TN}=(9-x_T)^2+(y_M-y_T)(y_N-y_T)=0$，$\therefore (9-x_T)^2+y_T^2-(y_M+y_N)y_T=16$，$\therefore$ 取 $y_T=0$，此时 $x_T=5$ 或 13，故以线段 MN 为直径的圆过定点 $(5,0)$，$(13,0)$.

17.【答案】(1)列联表见解析　(2)年龄与理解情况无关，此推断犯错误的概率不大于 0.010

【解析】(1)完成 2×2 列联表如下：来源：高三答案公众号

年龄	理解情况		总计
	会取代	不会取代	
30 岁以下	18	12	30
30 岁及以上	24	6	30
总计	42	18	60

………………………………………………………………………… 5 分

(2)零假设为 H_0：年龄与理解情况相互独立，即年龄与理解情况无关，

由题意，$\chi^2=\frac{60\times(24\times12-18\times6)^2}{42\times18\times30\times30}\approx2.857<6.635=x_{0.010}$. ……………………………… 9 分

所以根据小概率值 $\alpha=0.010$ 的独立性检验，我们推断 H_0 成立.

即认为年龄与理解情况无关，此推断犯错误的概率不大于 0.010. ………………………………

18.【答案】(1)$B=\frac{\pi}{6}$　(2)$\sqrt{14}$

【解析】(1)∵$\sin C=\sin 2B$,∴$\sin C=2\sin B\cdot\cos B$,

由正弦定理得 $c=2b\cos B$, …………………………………………………………………… 2 分

由 $b^2(\sin^2 B-3\cos^2 B)=-a(a+b)$,得 $b^2(1-4\cos^2 B)=-a^2-ab$,

又由 $c=2b\cos B$,得 $c^2=4b^2\cos^2 B$,$b^2\left(1-\frac{c^2}{b^2}\right)=-a^2-ab$,$a^2+b^2-c^2=-ab$, ………………………… 4 分

由余弦定理得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{1}{2}$,又∵$C\in(0,\pi)$,∴$C=\frac{2\pi}{3}$,

由 $\sin C=\sin 2B$,$\sin\frac{2\pi}{3}=\sin 2B$,$B\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$,得 $2B\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$,∴$2B=\frac{\pi}{3}$,$B=\frac{\pi}{6}$; ………………… 6 分

(2)由(1)得 $B=\frac{\pi}{6}$,$A=\frac{\pi}{6}$,$C=\frac{2\pi}{3}$,$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=2\sqrt{3}$,$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=2\sqrt{3}$,$a=2\sqrt{2}$,$b=2\sqrt{2}$,$c=2\sqrt{6}$, ……

………………………………………………………………………………………………… 9 分

设 AC 的中点为 D,则 $AD=\sqrt{2}$。

在△ABD 中,由余弦定理得 $BD=\sqrt{AD^2+AB^2-2AD\cdot AB\cdot\cos A}=\sqrt{2+24-2\times\sqrt{2}\times2\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=$

$\sqrt{14}$. ……………………………………………………………………………………… 11 分

所以 AC 边上的中线长为 $\sqrt{14}$. ……………………………………………………………… 12 分

19.【答案】(1)略　(2)$a_n=2^{n-1}+(-3)^{n-1}$;$S_n=2^n-\frac{3}{4}-\frac{(-3)^n}{4}$

【解析】(1)证明:$a_{n+2}+a_{n+1}-6a_n=0$ 可化为 $a_{n+2}+3a_{n+1}=2(a_{n+1}+3a_n)$,$\frac{a_{n+2}+3a_{n+1}}{a_{n+1}+3a_n}=2(n\in N^*)$, …

………………………………………………………………………………………………… 3 分

∴$\{a_{n+1}+3a_n\}$是以 $a_2+3a_1=5$ 为首项,2 为公比的等比数列; …………………………… 5 分

(2)由(1)可知 $a_{n+1}+3a_n=5\cdot2^{n-1}(n\in N^*)$, ………………………………………………… 7 分

$a_{n+1}-2^n=-3(a_n-2^{n-1})$,$\frac{a_{n+1}-2^n}{a_n-2^{n-1}}=-3$,$\{a_n-2^{n-1}\}$是 1 为首项,公比为$-3$ 的等比数列, ………… 9 分

∴$a_n-2^{n-1}=1\times(-3)^{n-1}$,$a_n=2^{n-1}+(-3)^{n-1}$,$S_n=\frac{1-2^n}{1-2}+\frac{1-(-3)^n}{1-(-3)}=2^n-\frac{3}{4}-\frac{(-3)^n}{4}$,

故 $a_n=2^{n-1}+(-3)^{n-1}$,$S_n=2^n-\frac{3}{4}-\frac{(-3)^n}{4}$. ……………………………………………… 12 分

20.【答案】(1)略　(2)$\frac{\sqrt{15}}{5}$

【解析】(1)证明:以点 A 为坐标原点,AB,AD,AP 所在直线为坐标轴建立空间直角坐标系.

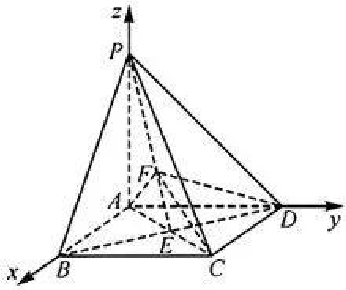
依题意,设 $AP=AB=AD=2$,则 $B(2,0,0)$,$D(0,2,0)$,$P(0,0,2)$,$E(1,1,0)$.

∴$F\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$,∴$\overrightarrow{AF}=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$,$\overrightarrow{PB}=(2,0,-2)$,$\overrightarrow{PD}=(0,2,-2)$. ……………………… 3 分

∴$\begin{cases}\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\\ \overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{PD}=0.\end{cases}$ 又 $PB\cap PD=P$,∴$AF\perp$平面 PBD; ……………………………………………………

(2)由(1)可知,$\overrightarrow{FD}=\left(-\frac{2}{3},\frac{4}{3},-\frac{2}{3}\right)$,$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$,$\overrightarrow{CD}=(-2,0,0)$,

∴设平面 AFD 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$.



则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{FD}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AD}=0.\end{cases}$ 即$\begin{cases}-\frac{2}{3}x_1 — y_1-\frac{2}{3}z_1=0,\\ =0\end{cases}$ 令 $x_1=1$,得 $\boldsymbol{m}=(1,0,-1)$.

=0: 来源：高三答案公众号

………………………………………………………………………… 8 分

设平面 CFD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{FD}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CD}=0.\end{cases}$ 即$\begin{cases}-\frac{2}{3}x_2+\frac{4}{3}y_2-\frac{2}{3}z_2=0,\\ -2x_2=0.\end{cases}$ 令 $y_2=1$,得 $\boldsymbol{n}=(0,1,2)$, …

………………………………………………………………………… 10 分

∴$\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}$ —— ∴平面 AFD 与平面 CFD 夹角的正弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{}$ ……………… 12 分

21.【答案】(1)$x^2-\frac{y^2}{3}=1$ (2)±2

【解析】(1)依题意,设 $F(c,0)$,当 $x=c$ 时,$\frac{c^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1$,∴$\frac{a^2}{}$ — $=1$,解得 $y^2=\frac{9}{a^2}$,∴$y=\pm\frac{3}{a}$. … 2 分

∵$|AB|=6$,∴$\frac{6}{a}=6$,$a=1$.

∴双曲线 C 的标准方程为 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ ……………………………… 4 分

(2)易知 $c=2$,设直线 l:$x=ty+2\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}<t<\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$,设 $A(x_A,y_A)$,$B(x_B,y_B)$,$M(x_M,y_M)$,$N(x_N,y_N)$.

联立$\begin{cases}x=ty+2,\\ x^2-\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 得$(3t^2-1)y^2+12ty+9=0$,∴$y_A+y_B=-\frac{12t}{3t^2-1}$,$y_Ay_B=\frac{9}{3t^2-1}$, …………………… 6 分

∴$|AB|=\sqrt{t^2+1}\cdot\sqrt{(y_A+y_B)^2-4y_Ay_B}=\frac{6(t^2+1)}{1-3t^2}$. ①

联立$\begin{cases}x=ty+2,\\ x^2-\frac{y^2}{3}=0,\end{cases}$ 得$(3t^2-1)y^2+12ty+12=0$,∴$y_M+y_N=-\frac{12t}{3t^2-1}$,$y_My_N=\frac{12}{3t^2-1}$. ……………… 8 分

∴$|MN|=\sqrt{t^2+1}\cdot\sqrt{(y_M+y_N)^2-4y_My_N}=\frac{4\sqrt{3}\cdot\sqrt{t^2+1}}{1-3t^2}$. ② ……………………………………… 9 分

取 AB 中点 P,由 $y_A+y_B=y_M+y_N$ 可知点 P 也为 MN 中点.

∴$|AM|\cdot|AN|=(|PM|-|PA|)\cdot(|PN|+|PA|)=|PM|^2-|PA|^2=\frac{1}{4}(|MN|^2-|AB|^2)$.

由$|AB|^2=60|AM|\cdot|AN|$,得$\frac{AB^2}{MN^2}=\frac{15}{16}$,把①②代入得 $t^2=\frac{1}{4}$,∴$t=\pm\frac{1}{2}$.

∴直线 l 的斜率为±2. ……………………………………………………………………

22.【答案】(1)详解见解析　(2)$\frac{1}{e}$

【解析】(1)$\because f(x)=\ln x-\frac{a}{x+1}$，$\therefore f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{a}{(x+1)^2}=\frac{x^2+(a+2)x+1}{(x+1)^2x}$，$x>0$. …………………… 2 分

令 $g(x)=x^2+(a+2)x+1$，则 $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2x}$.

①当 $\Delta=a^2+4a\leqslant 0$，即 $-4\leqslant a\leqslant 0$ 时，$g(x)\geqslant 0$ 恒成立，则 $f'(x)\geqslant 0$，$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；

②当 $\Delta=a^2+4a>0$，即 $a<-4$ 或 $a>0$ 时，…………………………………………………………………… 3 分

(i)当 $a<-4$ 时，$g(x)=x^2+(a+2)x+1$ 是开口向上且过(0,1)的抛物线，对称轴方程为 $x=-\frac{a+2}{2}>0$，则函数 $g(x)$ 有两个零点：$x_1=\frac{-(a+2)-\sqrt{a^2+4a}}{2}$，$x_2=\frac{-(a+2)+\sqrt{a^2+4a}}{2}$（显然 $x_1<x_2$），列表如下：

x	$(0,x_1)$		(x_1,x_2)	x_2	$(x_2,+\infty)$
$f'(x)$	+			0	+
$f(x)$		极大值		极小值	

(ii)当 $a>0$ 时，$g(x)=x^2+(a+2)x+1$ 是开口向上且过(0,1)的抛物线，对称轴方程为 $x=-\frac{a+2}{2}<0$，则 $g(x)>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立，从而 $f'(x)>0$，$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. …………………………… 5 分

综上所述，当 $a\geqslant -4$ 时，函数 $f(x)$ 在区间$(0,+\infty)$上单调递增；当 $a<-4$ 时，函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{-(a+2)-\sqrt{a^2+4a}}{2}\right)$上单调递增，在$\left(\frac{-(a+2)-\sqrt{a^2+4a}}{2},\frac{-(a+2)+\sqrt{a^2+4a}}{2}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{-(a+2)+\sqrt{a^2+4a}}{2},+\infty\right)$上单调递增. …………………………………………………… 6 分

(2)由(1)可知，当 $a<-4$ 时，$f(x)$有两个极值点 x_1,x_2，则 x_1,x_2 是方程 $x^2+(a+2)x+1=0$ 的两根，

$\therefore x_1+x_2=-(a+2)$，$x_1x_2=1$， …………………………………………………………… 7 分

$\therefore f(x_1)+f(x_2)=\ln x_1-\frac{a}{x_1+1}+\ln x_2-\frac{a}{x_2+1}=\ln x_1x_2-\frac{a(x_1+x_2+2)}{x_1x_2+x_1+x_2+1}=-a$.

$\therefore k\cdot e^{f(x_1)+f(x_2)-3a-4}+\ln\frac{k}{x_1+x_2-2}\geqslant 0$ 恒成立转化为 $k\cdot e^{-a-4}+\ln\frac{k}{-a-4}\geqslant 0$ 恒成立. ……………… 8 分

令 $x=-a-4>0$，不等式转化为 $ke^x+\ln\frac{k}{x}\geqslant 0$，

$\therefore ke^x+\ln k-\ln x\geqslant 0$，$ke^x+\ln k+x\geqslant x+\ln x$，即 $ke^x+\ln(ke^x)\geqslant x+\ln x$. …………………………… 9 分

令 $h(x)=x+\ln x(x>0)$，则不等式化为 $h(ke^x)\geqslant h(x)$.

$\because h'(x)=1+\frac{1}{x}=\frac{x+1}{x}$，当 $x>0$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，$\therefore ke^x\geqslant x$，即 $k\geqslant\frac{x}{e^x}$. ………

……………………………………………………………………………………………… 11 分

令 $m(x)=\frac{x}{e^x}$，则 $m'(x)=\frac{1-x}{e^x}$，易得 $m(x)_{max}=m(1)=\frac{1}{e}$，

$\therefore x=-a-4=1$，即 $a=-5$ 时，实数 k 取得最小值为$\frac{1}{e}$. ………………………………

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。